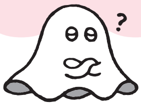
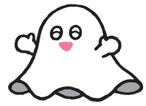


別冊

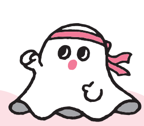
取りはずしてご使用ください。



ホントにわかる 中学3年間の総復習 数学

解答と解説

新興出版社 shinko publishing



第1回 数の計算，文字式

本冊 p.4〜7

ステップ1

問1 (1) 12　(2) $\frac{3}{2}$

問2 (1) -10　(2) 17　(3) 4　(4) -5

問3 (1) $-\frac{1}{4}a$　(2) $2x+7$　(3) $13a-22$　(4) $\frac{5x+11}{12}$ $\left(\frac{5}{12}x+\frac{11}{12}\right)$

問4 (1) $x=4y$　(2) $a+2b<1000$

解説

問1 (1) $7-(-5)=7+(+5)=\underline{12}$

(2) $\left(-\frac{9}{10}\right)\div\left(-\frac{3}{5}\right)=\left(-\frac{9}{10}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)$
$=\underline{\frac{3}{2}}$

問2 (1) $5\times(-3)-20\div(-4)=-15-(-5)$
$=-15+5=\underline{-10}$

(2) $7-(3-8)\times2=7-(-5)\times2$
$=7-(-10)$
$=7+10=\underline{17}$

(3) $(-4)^2+6\times(-2)=16+(-12)=\underline{4}$

(4) $12\times\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}\right)=12\times\frac{1}{3}-12\times\frac{3}{4}$
$=4-9=\underline{-5}$

問3 (1) $\frac{1}{2}a-\frac{3}{4}a=\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)a$
$=\left(\frac{2}{4}-\frac{3}{4}\right)a=\underline{-\frac{1}{4}a}$

(2) $(5x+6)-(3x-1)=5x+6-3x+1$
$=\underline{2x+7}$

(3) $4(7a-3)-5(3a+2)$
$=28a-12-15a-10$
$=\underline{13a-22}$

(4) $\frac{2x+5}{3}-\frac{x+3}{4}=\frac{4(2x+5)-3(x+3)}{12}$
$=\frac{8x+20-3x-9}{12}$
$=\underline{\frac{5x+11}{12}}$

問4 (1) **道のり＝速さ×時間**　だから，
$x=4\times y$　よって，$\underline{x=4y}$

(2) おとな1人，子ども2人の入館料の合計は，$a\times1+b\times2=a+2b$(円)
これが1000円より安いので，
$\underline{a+2b<1000}$

ステップ2

1 (1) 12　(2) 9　(3) $-\frac{3}{10}$　(4) $-\frac{1}{2}$　(5) 130　(6) -64　(7) -20　(8) $-\frac{1}{2}$　(9) 1　(10) -6

2 9個

3 (1) $2^2\times7$　(2) $2\times3^2\times5$

4 (1) $5a-b$(枚)　(2) 23

5 (1) $-12x$　(2) $-15a+4$　(3) $15x-10$　(4) $\frac{3x+17}{10}$ $\left(\frac{3}{10}x+\frac{17}{10}\right)$

6 (1) $5y-x=90$　(2) $a+3b>8$

7 (1) 20人　(2) 42人

解説

1 (1) $-2-(-5)+(-3)^2=-2+5+9=\underline{12}$

(2) $-4+8\div2-(-9)=-4+4+9=\underline{9}$

(3) $-\frac{7}{10}-\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{7}{10}+\frac{2}{5}$
$=-\frac{7}{10}+\frac{4}{10}=\underline{-\frac{3}{10}}$

(4) $\frac{1}{4}-3\times\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{4}-\frac{5}{4}+\frac{1}{2}$
$=\frac{1}{4}-\frac{5}{4}+\frac{2}{4}$
$=\underline{-\frac{1}{2}}$

(5) $(-5)\times13\times(-2)=13\times(-5)\times(-2)$
$=13\times10=\underline{130}$

(6) $-6^2\div\left(-\dfrac{3}{4}\right)^2=-36\div\dfrac{9}{16}$

$=-36\times\dfrac{16}{9}=\underline{-64}$

(7) $3\times(1-5)-2^3=3\times(-4)-8$

$=-12-8=\underline{-20}$

(8) $\dfrac{5}{6}+\dfrac{1}{2}\div\left(-\dfrac{3}{8}\right)=\dfrac{5}{6}+\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{8}{3}\right)$

$=\dfrac{5}{6}-\dfrac{8}{6}=\underline{-\dfrac{1}{2}}$

(9) $\left(\dfrac{1}{3}-0.5\right)\div\left(-\dfrac{1}{6}\right)=\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}\right)\times(-6)$

$=\dfrac{1}{3}\times(-6)-\dfrac{1}{2}\times(-6)$

$=-2+3=\underline{1}$

(10) $2\times(-5)^2+(2-3^2)\times 8$

$=2\times 25+(2-9)\times 8$

$=50+(-7)\times 8$

$=50-56=\underline{-6}$

2 絶対値が 4.2 になる数は，-4.2 と $+4.2$

-4.2 から $+4.2$ の間にある整数は，

-4，-3，-2，-1，0，1，2，3，4

の 9 個である。

3 素因数分解は，自然数を素数だけの積で表すこと。

(1)
$$\begin{array}{r|l} 2 & 28 \\ \hline 2 & 14 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$28=\underline{2^2\times 7}$

(2)
$$\begin{array}{r|l} 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$90=\underline{2\times 3^2\times 5}$

4 (1) a 人に 5 枚ずつ配るのに必要な色紙は，

$5a$ 枚である。

b 枚たりないから，$\underline{5a-b}$(枚)

(2) $5-6x$ の x に -3 を代入する。

$5-6x=5-6\times(-3)$

$=5+18$

$=\underline{23}$

5 (1) $9x\div\left(-\dfrac{3}{4}\right)=9x\times\left(-\dfrac{4}{3}\right)=\underline{-12x}$

(2) $\left(\dfrac{5}{6}a-\dfrac{2}{9}\right)\times(-18)$

$=\dfrac{5}{6}a\times(-18)-\dfrac{2}{9}\times(-18)$

$=\underline{-15a+4}$

(3) $7(3x-4)-3(-6+2x)$

$=21x-28+18-6x=\underline{15x-10}$

(4) $\dfrac{1}{5}(4x+1)-\dfrac{1}{2}(x-3)$

$=\dfrac{2(4x+1)-5(x-3)}{10}$

$=\dfrac{8x+2-5x+15}{10}=\underline{\dfrac{3x+17}{10}}$

（別解）

$\dfrac{1}{5}(4x+1)-\dfrac{1}{2}(x-3)$

$=\dfrac{4}{5}x+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}=\underline{\dfrac{3}{10}x+\dfrac{17}{10}}$

6 (1) 出しあったお金は $5y$ 円だから，

$\underline{5y-x=90}$

(2) 全体の重さは，$a+3b$(kg)

これが 8 kg より重いから，$\underline{a+3b>8}$

7 (1) 表から，人数が最も多い日は，基準との差が $+13$ 人の金曜日，人数が最も少ない日は，基準との差が -7 人の火曜日である。

よって，$(+13)-(-7)=+20$ より，

金曜日は火曜日より 20 人多い。

(2) 基準との差の平均は，

$\{(+5)+(-7)+(+2)+(-3)+(+13)\}\div 5$

$=(+10)\div 5$

$=+2$

基準を 40 人としているので，5 日間のお客の人数の平均は，$40+2=\underline{42(人)}$

入試につながる

・数学全般（ぜんぱん）の基本となる分野。入試では基礎（きそ）力を確かめる小問として出題されるので，かならず得点できるようにたくさん問題にふれておきましょう。

・数量の関係を式で表す問題では，等式なのか不等式なのか，また，不等式であれば不等号は何が正しいのかに注意して，式をつくりましょう。

第 2 回 一次方程式

本冊 p.8〜11

ステップ 1

問 1 (1) $x=-3$ (2) $x=7$ (3) $x=6$ (4) $x=-5$

問 2 (1) $x=-2$ (2) $x=-4$

問 3 80 円

問 4 16 分後

問 5 (1) $x=4$ (2) $x=8$

解説

問 1 (1) $7x+9=x-9$

$7x-x=-9-9$　$6x=-18$　$\underline{x=-3}$

(2) $2x-13=6x-41$

$2x-6x=-41+13$　$-4x=-28$　$\underline{x=7}$

(3) $4(2x+1)=5x+22$

$8x+4=5x+22$　$3x=18$　$\underline{x=6}$

(4) $3(x-3)=8(x+2)$

$3x-9=8x+16$　$-5x=25$　$\underline{x=-5}$

問 2 両辺に適当な数をかけて，分数や小数を整数になおしてから解く。

(1) $\dfrac{x}{2}-\dfrac{3x-4}{5}=1$

両辺に分母の公倍数 10 をかけて，

$5x-2(3x-4)=10$

$5x-6x+8=10$　$\underline{x=-2}$

(2) $0.25x-0.4=0.1x-1$

両辺に 100 をかけて，

$25x-40=10x-100$

$15x=-60$　$\underline{x=-4}$

問 3 ノート 1 冊の値段を x 円とすると，

$1600-3x=4(500-2x)$

$1600-3x=2000-8x$

$5x=400$　$x=80$

この解は問題にあっている。

よって，ノート 1 冊の値段は，$\underline{80\text{ 円}}$

問 4 B さんが出発して x 分後に A さんに出会うとすると，A さんが歩いた時間は $(x+3)$ 分だから，

$60(x+3)+80x=2000$

両辺を 20 でわると，

$3(x+3)+4x=100$

$3x+9+4x=100$

$7x=91$　$x=13$

この解は問題にあっている。

よって，$13+3=16$　$\underline{16\text{ 分後}}$

問 5 (1) $10:x=5:2$　$5x=20$　$\underline{x=4}$

(2) $9:6=12:x$　$9x=72$　$\underline{x=8}$

ステップ 2

1 (1) $x=\dfrac{2}{3}$ (2) $x=-6$ (3) $x=-1$ (4) $x=25$ (5) $x=5$ (6) $x=4$ (7) $x=10$ (8) $x=3$

2 (1) $x=32$ (2) $x=\dfrac{7}{3}$ (3) $x=20$ (4) $x=9$

3 $a=5$

4 箱　15 個　　トマト　164 個

5 1200 m

6 兄　84 枚　　弟　28 枚

7 38 人

解説

1 (1) $2x-1=5-7x$

$2x+7x=5+1$　$9x=6$　$\underline{x=\dfrac{2}{3}}$

(2) $6(4x+3)=5(3x-8)+4$

$24x+18=15x-40+4$

$24x-15x=-36-18$

$9x=-54$　$\underline{x=-6}$

(3) $\dfrac{3}{2}x-\dfrac{1}{6}=\dfrac{2}{3}x-1$

両辺に分母の公倍数 6 をかけて，

$9x-1=4x-6$　$5x=-5$　$\underline{x=-1}$

(4) $\dfrac{2x-5}{9}-\dfrac{x-1}{6}=1$

両辺に分母の公倍数 18 をかけて，

$2(2x-5)-3(x-1)=18$

$4x-10-3x+3=18$　$\underline{x=25}$

(5)　$0.9x-5=0.2x-1.5$

両辺に 10 をかけて，

$9x-50=2x-15$　　$7x=35$　　$x=5$

(6)　$0.12x+1=0.3x+0.28$

両辺に 100 をかけて，

$12x+100=30x+28$

$-18x=-72$　　$x=4$

(7)　$60x=300(x-8)$

両辺を 60 でわって，

$x=5(x-8)$

$x=5x-40$　$-4x=-40$　　$x=10$

(8)　$700x-2400=400x-1500$

両辺を 100 でわって，

$7x-24=4x-15$　　$3x=9$　　$x=3$

2　(1)　$x:12=8:3$　　$3x=96$　　$x=32$

(2)　$7:6=x:2$　　$6x=14$　　$x=\frac{7}{3}$

(3)　$8:(x-2)=4:9$

$4(x-2)=72$

$4x-8=72$　　$4x=80$　　$x=20$

(4)　$3:x=4:(x+3)$

$4x=3(x+3)$

$4x=3x+9$　　$x=9$

3　方程式は，解を代入したときに成り立つ。

$8x-a=ax+7$ に $x=4$ を代入すると，

$32-a=4a+7$　　$-5a=-25$　　$a=5$

4　箱の個数を x 個とする。

トマトを 1 箱に 10 個ずつ入れると 14 個はいらないので，トマトの個数は　$(10x+14)$　個

トマトを 1 箱に 12 個ずつ入れると 12 個はいる箱は $(x-2)$ 個で，トマトが残り 8 個あるので，

トマトの個数は　$12(x-2)+8$　(個)

どちらの表し方でもトマトの個数は等しいから，

$10x+14=12(x-2)+8$

$10x+14=12x-24+8$

$-2x=-30$　　$x=15$

この解は問題にあっている。

箱が 15 個だから，トマトの個数は，

$10\times15+14=164$

よって，箱　15 個　　トマト　164 個

5　家と郵便局の間の道のりを x m とすると，

$$\frac{x}{80}+5+\frac{x}{60}=40$$

両辺に分母の公倍数 240 をかけると，

$3x+1200+4x=9600$

$7x=8400$　　$x=1200$

この解は問題にあっている。

よって，家と郵便局の間の道のりは 1200 m

6　はじめに弟が持っていたカードの枚数を x 枚とすると，兄は $3x$ 枚と表される。

兄から弟へ 12 枚カードを渡(わた)したあと，

弟は $(x+12)$ 枚，兄は $(3x-12)$ 枚となるので，

$(3x-12):(x+12)=9:5$

$5(3x-12)=9(x+12)$

$15x-60=9x+108$

$6x=168$　　$x=28$

この解は問題にあっている。

よって，兄　84 枚　　弟　28 枚

7　クラスの人数を x 人とする。

1 人 300 円ずつ集めると 2600 円足りないので，必要な材料費は $(300x+2600)$ 円，1 人 400 円ずつ集めると 1200 円余るので，必要な材料費は $(400x-1200)$ 円と表される。どちらの表し方でも材料費は等しいから，

$300x+2600=400x-1200$

両辺を 100 でわって，

$3x+26=4x-12$　　$x=38$

この解は問題にあっている。

よって，クラスの人数は 38 人

入試につながる

・一次方程式の問題は小問として出題される場合が多いので，手際よく解きましょう。

・一次方程式はその解きやすさから，数学的な見方や考え方を重視する図形や関数，規則性の問題などの総合問題としてもよく出題されるので，方程式のつくり方を理解しておきましょう。

第 3 回 # 比例・反比例

本冊 p.12〜15

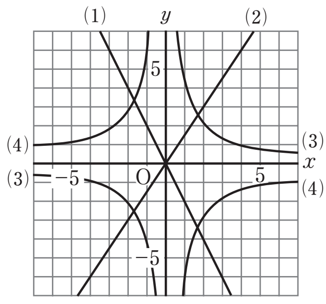
ステップ 1

問 1　(1) $y=\dfrac{5}{3}x$　(2) $y=-\dfrac{20}{x}$

問 2　右の図

問 3　$a=18$

問 4　式　$y=\dfrac{300}{x}$　　時間　20 分



解説

問 1　(1)　比例定数を a とすると，$y=ax$

$x=6$ のとき $y=10$ だから，

$10=a\times6$　　$a=\dfrac{5}{3}$　　$y=\dfrac{5}{3}x$

(2)　比例定数を a とすると，$y=\dfrac{a}{x}$

$x=-4$ のとき $y=5$ だから，

$5=-\dfrac{a}{4}$　　$a=-20$　　$y=-\dfrac{20}{x}$

問 2　(1)　$x=1$ のとき $y=-2\times1=-2$

グラフは原点と点 $(1,\ -2)$ を通る直線。

(2)　$x=2$ のとき $y=\dfrac{3}{2}\times2=3$

グラフは原点と点 $(2,\ 3)$ を通る直線。

(3)

x	…	−4	−2	−1	0	1	2	4	…
y	…	−1	−2	−4	×	4	2	1	…

(4)

x	…	−6	−3	−2	−1	0	1	2	3	6	…
y	…	1	2	3	6	×	−6	−3	−2	−1	…

問 3　①に $x=6$ を代入すると，

$y=\dfrac{1}{2}\times6=3$　　よって，P(6, 3)

点 P(6, 3) は②のグラフ上の点でもあるから，②に $x=6$, $y=3$ を代入して，

$3=\dfrac{a}{6}$　　$a=18$

問 4　水そうを満水にするのにかかる時間 y(分) は，1 分間あたりに入れる水の量 x(L) に反比例するから，比例定数を a とすると，

$y=\dfrac{a}{x}$　$x=12$ のとき $y=25$ だから，

$25=\dfrac{a}{12}$　　$a=300$　　$y=\dfrac{300}{x}$

1 分間に 15 L の割合で水を入れたときの満水になる時間 y(分) は，求めた式に $x=15$ を代入して，$y=\dfrac{300}{15}=20$　　20 分

ステップ 2

1　比例　㋒　　反比例　㋑

2　(1) $y=3x$　(2) $y=-10$

(3) $y=\dfrac{16}{x}$　(4) $y=12$

3　① $y=\dfrac{2}{3}x$　② $y=-\dfrac{12}{x}$

4　(1) $-4\leqq y\leqq8$　(2) $4\leqq y\leqq16$

5　180 cm^2

6　式　$y=\dfrac{900}{x}$　　変域　$10\leqq y\leqq18$

7　(i) 4　　(ii) $y=\dfrac{144}{x}$

解説

1　㋐　$y=x^2$　　㋑　$y=\dfrac{20}{x}$　：反比例

㋒　$y=2\pi x$　：比例　㋓　$y=10-x$

2　(1)　比例定数を a とすると，$y=ax$

$x=4$ のとき $y=12$ だから，

$12=a\times4$　　$a=3$　　$y=3x$

(2)　比例定数を a とすると，$y=ax$

$x=-9$ のとき $y=6$ だから，

$6=a\times(-9)$　　$a=-\dfrac{2}{3}$　　$y=-\dfrac{2}{3}x$

これに，$x=15$ を代入すると，

$y=-\dfrac{2}{3}\times15=-10$

(3) 比例定数を a とすると，$y=\dfrac{a}{x}$

$x=-4$ のとき $y=-4$ だから，

$-4=-\dfrac{a}{4}$ $a=16$ $y=\dfrac{16}{x}$

(4) 比例定数を a とすると，$y=\dfrac{a}{x}$

$x=3$ のとき $y=-8$ だから，

$-8=\dfrac{a}{3}$ $a=-24$ $y=-\dfrac{24}{x}$

これに，$x=-2$ を代入すると，$y=12$

3 ① 原点と点 (3，2) を通る直線だから，

比例定数を a とすると，$y=ax$

$x=3$ のとき $y=2$ だから，

$2=a\times3$ $a=\dfrac{2}{3}$ $y=\dfrac{2}{3}x$

② 点 (2，-6) を通るなめらかな曲線だから，

比例定数を a とすると，$y=\dfrac{a}{x}$

$x=2$ のとき $y=-6$ だから，

$-6=\dfrac{a}{2}$ $a=-12$ $y=-\dfrac{12}{x}$

4 (1) $x=-3$ のとき，

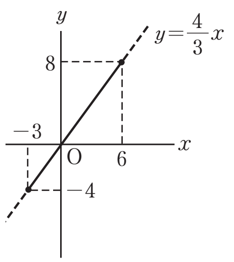
$y=\dfrac{4}{3}\times(-3)=-4$

$x=6$ のとき，

$y=\dfrac{4}{3}\times6=8$

よって，y の変域は，

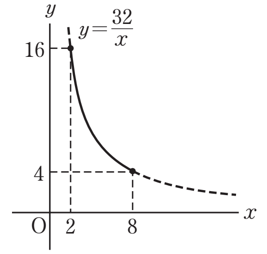
$-4\leqq y\leqq 8$



(2) $x=2$ のとき，$y=\dfrac{32}{2}=16$

$x=8$ のとき，$y=\dfrac{32}{8}=4$

よって，y の変域は，$4\leqq y\leqq 16$



5 厚紙の重さ (y g) は，面積 (x cm^2) に**比例**する。

比例定数を a とすると，$\boldsymbol{y=ax}$

この厚紙の面積は，$20\times30=600$(cm^2)

$x=600$ のとき $y=240$ だから，

$240=a\times600$ $a=\dfrac{2}{5}$ $y=\dfrac{2}{5}x$

星の形の図形の重さが 72 g のときの面積は，

$y=72$ を代入すると，$72=\dfrac{2}{5}x$ $x=180$

よって，星の形をした図形の面積は，180 cm^2

6 **道のり＝速さ×時間** だから，分速 60 m で 15 分歩いたときの道のりは，$60\times15=900$(m)

この道のりを分速 x m で歩くときにかかる時間を y 分とすると，**時間＝道のり÷速さ** だから，式は $y=\dfrac{900}{x}$

$x=50$ のとき，$y=\dfrac{900}{50}=18$

$x=90$ のとき，$y=\dfrac{900}{90}=10$

よって，y の変域は，$10\leqq y\leqq 18$

7 1 秒間に回転する数(y 回)は，歯数 (x) に**反比例**する。歯車 P が 6 回転するとき進む歯数は，$24\times6=144$

よって，歯車 Q は，$144\div36=4$

4 回転することがわかる。

比例定数を a とすると，$y=\dfrac{a}{x}$

歯車 Q は歯数が 48 のとき，1 秒間に 3 回転するから，$x=48$，$y=3$ を代入して，

$3=\dfrac{a}{48}$ $a=144$ $y=\dfrac{144}{x}$

入試につながる

・1 組の x，y の値(あたい)から，比例の式，反比例の式を求める問題の出題率は高いので，手際よく解けるようにしましょう。

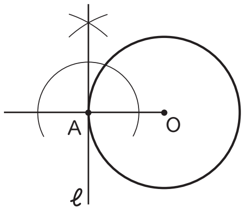
・いろいろなグラフの組みあわせや，図形とからめた総合問題はよく出題されるので，グラフ上の点の座標や，線分の長さ，面積などは求められるようにしておきましょう。

第 4 回 平面図形，空間図形

本冊 p.16～19

ステップ 1

問 1



問 2 弧の長さ　8π cm　　面積　40π cm^2

問 3 54π cm^2

問 4 (1) 面 S　　(2) 面 Q，T

問 5 表面積　84 cm^2　　体積　36 cm^3

解説

問 1 次の手順で作図する。
①半直線 OA をひく。
②A を中心とする円をかき，OA との交点を B，C とする。
③B，C をそれぞれ中心として，等しい半径の円をかき，その交点を Q とする。
④直線 AQ をひき，これを ℓ とする。

問 2 (弧の長さ)$=2\times\pi\times10\times\dfrac{144}{360}=\underline{8\pi(\text{cm})}$

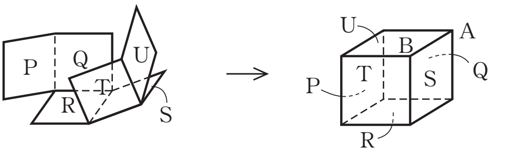
(面積)$=\pi\times10^2\times\dfrac{144}{360}=\underline{40\pi(\text{cm}^2)}$

問 3 半径を r cm とすると，弧の長さは 9π cm だから，比例式を使って解くと，
$9\pi:(2\pi\times r)=135:360$　　$r=12$

よって，面積は，$\pi\times12^2\times\dfrac{135}{360}=\underline{54\pi(\text{cm}^2)}$

(別解)　$2\pi r\times\dfrac{135}{360}=9\pi$　　$r=12$

問 4 展開図を組み立てる。



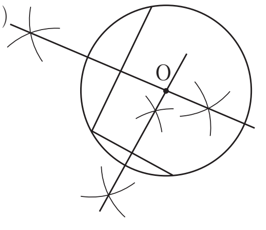
問 5 表面積は，(底面積)×2＋(側面積)で求められる。

$\dfrac{1}{2}\times3\times4\times2+6\times(3+4+5)=\underline{84(\text{cm}^2)}$

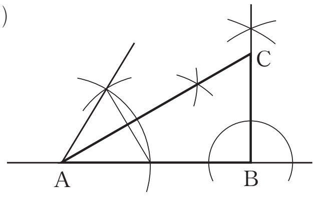
体積は，$\dfrac{1}{2}\times3\times4\times6=\underline{36(\text{cm}^3)}$

ステップ 2

1 (1)



(2)



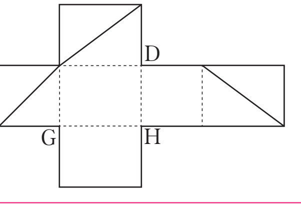
2 (1) 周の長さ　$10\pi+12$(cm)
面積　30π cm^2
(2) 45π cm^2

3 (1) (4，1)　(2) (2，-3)

4 (1) 10 cm　(2) 56π cm^2

5 (1) 39π cm^2　(2) 36π cm^3

6



解説

1 (1) 次の手順で作図する。
①適当な 2 つの弦をひく。
②それぞれの垂直二等分線を作図し，その交点を O とする。
(2) 次の手順で作図する。
①正三角形の作図を利用して ∠A＝60° の角をつくる。
②①の角の二等分線をひく。
③点 B を通る直線 AB の垂線をひく。
④②，③の直線の交点を C とする。

2 (1) 半径 18 cm で中心角 60° のおうぎ形の弧

の長さと，半径 12 cm で中心角 60° のおうぎ形の弧の長さ，また，長さ 6 cm の線分 2 本を合計した長さが，色のついた部分の周の長さとなる。

$2\times\pi\times18\times\dfrac{60}{360}+2\times\pi\times12\times\dfrac{60}{360}+6\times2$

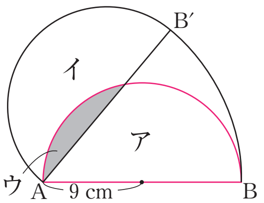
$=6\pi+4\pi+12=\underline{10\pi+12(\text{cm})}$

半径 18 cm で中心角 60° のおうぎ形から，半径 12 cm で中心角 60° のおうぎ形をひいた分が色のついた部分の面積となる。

$\pi\times18^2\times\dfrac{60}{360}-\pi\times12^2\times\dfrac{60}{360}$

$=54\pi-24\pi=\underline{30\pi(\text{cm}^2)}$

(2) 右の図において，ア，イの面積をくらべると，ア－ウ＝イ－ウ つまり，半径 18 cm で中心角 50° のおうぎ形の面積を求めればよい。



$\pi\times18^2\times\dfrac{50}{360}=\underline{45\pi(\text{cm}^2)}$

3 図形の移動は全部で 3 つある。

①平行移動
平面上で，図形を，一定の方向に，一定の長さだけずらして移すこと。

②回転移動
平面上で，図形を，1 つの点 O を中心として，一定の角度だけまわして移すこと。

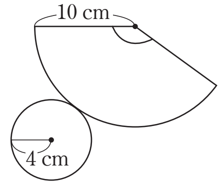
③対称(たいしょう)移動
平面上で，図形を，1 つの直線 ℓ を折り目として，折り返して移すこと。

(1) 右へ 6，下へ 2 平行移動する。
頂点 C に対応する点の x 座標は，
$-2+6=4$
y 座標は，$3-2=1$　　よって，$\underline{(4,\ 1)}$

(2) 頂点 C と対応する点を C′ とすると，C′ は半直線 CO 上にあり，C′O＝CO となる点である。その点の座標は，$\underline{(2,\ -3)}$

4 (1) 色をつけた円 O の半径を r cm とすると，円錐(えんすい)は，色をつけた円の上を 1 周してもとの位置にもどるまでに 2.5 回転するから，$2\pi r=2\times\pi\times4\times2.5$　　$r=\underline{10(\text{cm})}$

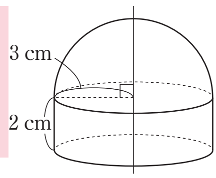
(2) 頂点 O を中心とする円の半径 10 cm は，円錐の母線の長さでもあるから，円錐を展開したときの側面のおうぎ形の中心角を x° とすると，$(2\pi\times4):(2\pi\times10)=x:360$
これを解くと，$x=144$°



よって，$\pi\times4^2+\pi\times10^2\times\dfrac{144}{360}=\underline{56\pi(\text{cm}^2)}$

5 (1) 1 回転させた図形は，半球と円柱をあわせた立体になる。

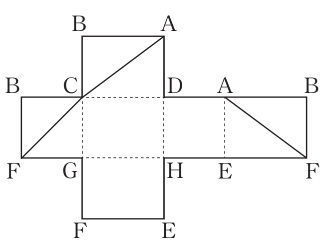
半径を r とすると，
(球の表面積)＝$4\pi r^2$
(球の体積)＝$\dfrac{4}{3}\pi r^3$



$4\pi\times3^2\times\dfrac{1}{2}+2\pi\times3\times2+\pi\times3^2=\underline{39\pi(\text{cm}^2)}$

(2) $\dfrac{4}{3}\pi\times3^3\times\dfrac{1}{2}+\pi\times3^2\times2=\underline{36\pi(\text{cm}^3)}$

6 展開図にそれぞれ頂点を書き加えると，下の図のようになる。



入試につながる

・図形分野の基本として，作図・ねじれの位置，表面積と体積のうち少なくとも 1 つはよく出題されるので，しっかりと理解しておきましょう。
・作図と証明の融合(ゆうごう)，平面と直線の位置関係と体積の融合，三平方の定理と表面積・体積の融合など，広く図形の総合問題として出題されます。表面積と体積の計算は欠かせないものなので，ミスなく計算できるようにしておきましょう。

式の計算，連立方程式

本冊 p.20〜23

ステップ1

問1 (1) $4x-5y$　(2) $9a-2b$
(3) $2b$　(4) $-6xy$

問2 m，n を整数として，偶数は $2m$，奇数は $2n+1$ と表される。2 数の和は，

$2m+(2n+1)=2m+2n+1$
$=2(m+n)+1$

$m+n$ は整数であるから，
$2(m+n)+1$ は奇数である。
よって，偶数と奇数の和は奇数になる。

問3 (1) $(x,\ y)=(4,\ 5)$
(2) $(x,\ y)=(3,\ -2)$
(3) $(x,\ y)=(2,\ -1)$
(4) $(x,\ y)=(3,\ 6)$

問4 3 人の班　12 班　　5 人の班　8 班

解説

問1 (1) $7x-4y-(3x+y)=7x-4y-3x-y$
$=\underline{4x-5y}$

(2) $2(3a+5b)+3(a-4b)$
$=6a+10b+3a-12b=\underline{9a-2b}$

(3) $4a\times3b^2\div6ab=\dfrac{4a\times3b^2}{6ab}=\underline{2b}$

(4) $9x^2y\div\left(-\dfrac{3}{4}xy\right)\times\dfrac{1}{2}y=-\dfrac{9x^2y\times4\times y}{3xy\times2}$
$=\underline{-6xy}$

問3 (1) $\begin{cases}4x-3y=1 & \cdots\cdots①\\ y=2x-3 & \cdots\cdots②\end{cases}$

②を①に代入して，$4x-3(2x-3)=1$
これを解くと，$4x-6x+9=1$　$-2x=-8$
$x=4$　　$x=4$ を②に代入して，$y=5$
よって，$\underline{(x,\ y)=(4,\ 5)}$

(2) $\begin{cases}3x-2y=13 & \cdots\cdots①\\ 3x+5y=-1 & \cdots\cdots②\end{cases}$

①−②　　$-7y=14$　　$y=-2$
$y=-2$ を①に代入して，$3x+4=13$
$x=3$　　よって，$\underline{(x,\ y)=(3,\ -2)}$

(3) $\begin{cases}3x-4y=10 & \cdots\cdots①\\ 5x+2y=8 & \cdots\cdots②\end{cases}$

②×2　　$10x+4y=16$　……②′
①＋②′　　$13x=26$　　$x=2$
$x=2$ を①に代入して，$6-4y=10$
$y=-1$　　よって，$\underline{(x,\ y)=(2,\ -1)}$

(4) $\begin{cases}7x-2y=9 & \cdots\cdots①\\ 8x-3y=6 & \cdots\cdots②\end{cases}$

①×3　　$21x-6y=27$　……①′
②×2　　$16x-6y=12$　……②′
①′−②′　　$5x=15$　　$x=3$
$x=3$ を①に代入して，$21-2y=9$
$y=6$　　よって，$\underline{(x,\ y)=(3,\ 6)}$

問4 3 人の班が x 班，5 人の班が y 班あるとする。
生徒数は 76 人だから，
$3x+5y=76$　……①
ごみ袋を 3 人の班には 1 枚，5 人の班には 2 枚配ると，28 枚必要だから，
$x+2y=28$　……②
①，②を連立方程式として解くと，
$(x,\ y)=(12,\ 8)$
この解は問題にあっている。
よって，<u>3 人の班は 12 班，5 人の班は 8 班</u>

ステップ2

1 (1) $5x+2y$　(2) $\dfrac{7a+b}{6}$
(3) $-a$　(4) $30xy^3$

2 (1) $y=\dfrac{6-x}{2}$　(2) $a=3m-2b$

3 2 倍

4 解説を参照。

5 (1) $(x,\ y)=(-1,\ 2)$　(2) $(x,\ y)=(18,\ 8)$

6 歩いた道のり　1500 m
走った道のり　500 m

7 38

8 6 月の可燃ごみ　228 kg
6 月のプラスチックごみ　57 kg
(計算の過程は，解説を参照。)

解説

1 (1) $6\left(\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{2}y\right)+\dfrac{1}{4}(4x+20y)$

$=4x-3y+x+5y=\underline{5x+2y}$

(2) $\dfrac{2a-b}{3}+\dfrac{a+b}{2}=\dfrac{2(2a-b)+3(a+b)}{6}$

$=\dfrac{4a-2b+3a+3b}{6}$

$=\underline{\dfrac{7a+b}{6}}$

(3) $18a^2b\div6a\div(-3b)=-\dfrac{18a^2b}{6a\times3b}=\underline{-a}$

(4) $(-6xy)^2\div\dfrac{4}{5}x\times\dfrac{2}{3}y$

$=36x^2y^2\times\dfrac{5}{4x}\times\dfrac{2y}{3}=\underline{30xy^3}$

2 (1) $x+2y=6$ の x を移項(いこう)して，$2y=6-x$

両辺を 2 でわると，$\underline{y=\dfrac{6-x}{2}}$

(2) $m=\dfrac{a+2b}{3}$ の両辺を 3 倍して，左辺と右辺を入れかえると，$a+2b=3m$

$2b$ を移項して，$\underline{a=3m-2b}$

3 底面の半径を r とする。

円柱の高さは $2r$ だから，表面積は，

$2r\times2\pi r+\pi r^2\times2=6\pi r^2$

円錐(えんすい)の母線の長さは $2r$ だから，表面積は，

$\pi\times(2r)^2\times\dfrac{2\pi r}{2\pi\times2r}+\pi r^2=3\pi r^2$

よって，$6\pi r^2\div3\pi r^2=2$ より，<u>2 倍</u>

4 3 つの数のうち，もっとも小さい数を n とすると，他の 2 つの数は $n+1$，$n+8$ と表される。

3 つの数の和は，

$n+(n+1)+(n+8)=3n+9=3(n+3)$

$n+3$ は整数より，$3(n+3)$ は 3 の倍数である。

よって，囲んだ 3 つの数の和は 3 の倍数になる。

5 (1) $\begin{cases}5x+6y=7 & \cdots\cdots① \\ 4(x-y)=2x-y-8 & \cdots\cdots②\end{cases}$

②を整理すると，$2x-3y=-8$ ……②′

①＋②′×2　$9x=-9$　$x=-1$

$x=-1$ を①に代入して，$y=2$

よって，$\underline{(x,\ y)=(-1,\ 2)}$

(2) $\begin{cases}x-2y=2 & \cdots\cdots① \\ \dfrac{x}{6}-\dfrac{y}{4}=1 & \cdots\cdots②\end{cases}$

②×12　$2x-3y=12$ ……②′

①×2－②′　$-y=-8$　$y=8$

$y=8$ を①に代入して，$x-16=2$

$x=18$　よって，$\underline{(x,\ y)=(18,\ 8)}$

6 歩いた道のりを x m，走った道のりを y m とすると，2 km＝2000 m だから，

$\begin{cases}x+y=2000 \\ \dfrac{x}{60}+\dfrac{y}{100}=30\end{cases}$

これを解くと，$(x,\ y)=(1500,\ 500)$

この解は問題にあっている。

よって，<u>歩いた道のりは 1500 m，走った道のりは 500 m</u> である。

7 もとの整数の十の位の数字を a，一の位の数字を b とすると，もとの整数は $10a+b$，数字を入れかえた数は $10b+a$ と表される。

条件から，$\begin{cases}3a+2b=25 \\ 10b+a=(10a+b)+45\end{cases}$

これを解くと，$(a,\ b)=(3,\ 8)$

この解は問題にあっている。

よって，もとの整数は <u>38</u>

8 6 月の可燃ごみの排出量(はいしゅつりょう)を x kg，6 月のプラスチックごみの排出量を y kg とする。

可燃ごみについて，6 月は 5 月より 33 kg 減少，プラスチックごみについて，6 月は 5 月より 18 kg 増加していたことより，

合わせた排出量について，6 月は 5 月より，33－18＝15(kg) 減少していたことがわかる。

問題文の条件と合わせると，

$\begin{cases}x+y=0.95(x+y+15) \\ x=4y\end{cases}$

これを解くと，$(x,\ y)=(228,\ 57)$

この解は問題にあっている。

よって，<u>6 月の可燃ごみの排出量は 228 kg，6 月のプラスチックごみの排出量は 57 kg</u>

入試につながる

・文字式の計算を利用して，整数や図形の性質を説明させる出題傾向(けいこう)が UP。最終的に何を示せばよいかを考えて，そこに導けるような式をつくりましょう。

・連立方程式を利用して解く文章題では，最後に「問題にあっている」かの確認を忘れずに！

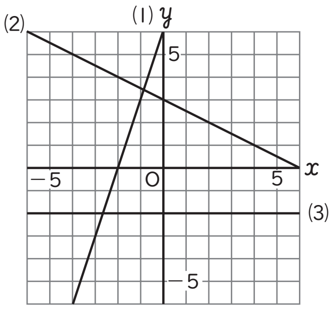
第 6 回

一次関数

本冊 p.24〜27

ステップ 1

問 1



問 2 $y=-\dfrac{3}{2}x-1$

問 3 $(3,\ -2)$

問 4 23 cm

解説

問 1 (1) 傾き 3，切片 6 の直線。

(2) 傾き $-\dfrac{1}{2}$，切片 3 の直線。

(3) y について解くと，$y=-2$

方程式 $y=k$ のグラフは，
点$(0,\ k)$を通り，x 軸に平行な直線。

問 2 直線 $y=ax+b$（a：傾き，b：切片）

2 点 $(2,\ -4)$，$(-4,\ 5)$ を通るから，

傾き a は，$a=\dfrac{5-(-4)}{-4-2}=-\dfrac{3}{2}$ であり，

$y=-\dfrac{3}{2}x+b$

グラフは，点 $(2,\ -4)$ を通るから，

$-4=-\dfrac{3}{2}\times 2+b \qquad b=-1$

よって，$y=-\dfrac{3}{2}x-1$

問 3 連立方程式 $\begin{cases} y=\dfrac{2}{3}x-4 \\ y=-2x+4 \end{cases}$ を解くと，

交点の座標は，$(3,\ -2)$

問 4 $y=ax+b$ $(0\leqq x\leqq 60)$ とすると，

$x=15$ のとき $y=18$ だから，$18=15a+b$

$x=30$ のとき $y=21$ だから，$21=30a+b$

これを連立方程式とみて解くと，

$(a,\ b)=\left(\dfrac{1}{5},\ 15\right)$

よって，$y=\dfrac{1}{5}x+15$

$x=40$ のとき，$y=\dfrac{1}{5}\times 40+15=23$

よって，ばね全体の長さは 23 cm になる。

ステップ 2

1 (1) -8　(2) $-1\leqq y\leqq 5$

2 (1) $y=4x-5$

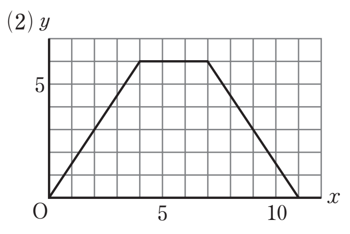
(2)① $y=-\dfrac{3}{5}x+3$　② $y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{5}{3}$

(3) $c=-4$

3 A$(4,\ 6)$　$\triangle$ABC$=36$

4 (1) $y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{33}{2}$

(2)



5 (1) $a=40$　(2) 10 時 45 分　(3) 10 時 28 分

解説

1 (1) 変化の割合$=\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}$ より，

(y の増加量)$=$(変化の割合)$\times$(x の増加量)

変化の割合は -2 だから，$-2\times 4=-8$

(2) 傾きが負だから，グラフは右下がりの直線になり，x の値が増加すると，y の値は減少する。

$x=-3$ のとき $y=5$，$x=6$ のとき $y=-1$

よって，y の変域は，$-1\leqq y\leqq 5$

2 (1) 傾きは 4 に等しいから，求める直線の式を $y=4x+b$ とする。

点 $(2,\ 3)$ を通るから，

$3=8+b \qquad b=-5 \qquad$ よって，$y=4x-5$

(2) グラフから傾きを読みとる。

① 傾き $-\frac{3}{5}$，切片 3 より，$y=-\frac{3}{5}x+3$

② 傾きは $\frac{2}{3}$

切片はグラフから読みとれないので，

直線の式を，$y=\frac{2}{3}x+b$ とする。

点 (4, 1) を通るから，

$1=\frac{8}{3}+b \qquad b=-\frac{5}{3}$

よって，$y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$

(3) 直線 AB の傾きは，$\frac{-2-2}{0-(-6)}=-\frac{2}{3}$

B(0, −2) より，切片は −2 とわかるから，

この直線の式は，$y=-\frac{2}{3}x-2$

この直線上に点 C(3, c) があるので，

$c=-2-2=-4$

3 交点 A の座標は，連立方程式

$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4 \\ y=2x-2 \end{cases}$ を解いて，$(x, y)=(4, 6)$

△ABC の面積は，①と y 軸の交点を D とすると，△ADC+△BDC で求められる。

C(0, −2)，D(0, 4) より，CD=6 なので，

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times4+\frac{1}{2}\times6\times8=36$

4 (1) $7\leqq x\leqq 11$ のとき，点 P は辺 CD 上にある。

$DP=4+3+4-x=11-x$(cm)

よって，$\triangle PAD=\frac{1}{2}\times3\times(11-x)$

$y=-\frac{3}{2}x+\frac{33}{2}$

(2) 点 P が辺 AB 上にある場合，$0\leqq x\leqq 4$

このとき，AP=x cm だから，

$y=\frac{1}{2}\times3\times x=\frac{3}{2}x$

点 P が辺 BC 上にあるとき，$4\leqq x\leqq 7$

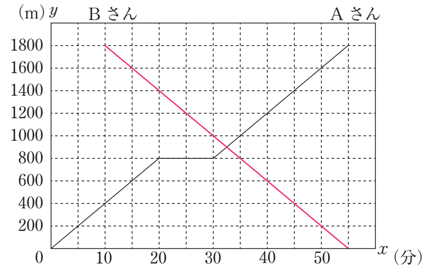
このとき，底辺 AD に対する高さは一定で 4 cm だから，

$y=\frac{1}{2}\times3\times4=6$

5 (1) 20 分で 800 m 進んだから，$800\div20=40$

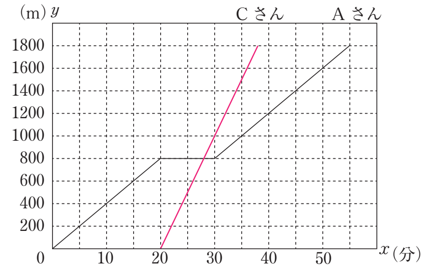
よって，分速 40 m だから，$a=40$

(2) B さんのグラフを表すと，下のようになる。



グラフを読みとると，A さんと B さんが出会ったあと，2 人の距離(きょり)が 1000 m になるのは，10 時 45 分とわかる。

(3) C さんのグラフを表すと，下のようになる。



C さんのグラフの直線の式は，傾きが 100 なので，

$y=100x+b$ とおける。

点 (20, 0) を通るから，

$0=100\times20+b \qquad b=-2000$

よって，$y=100x-2000$

C さんが A さんに追いついたのは，グラフより，P 地点から 800 m のところだから，

$800=100x-2000 \quad 100x=2800 \quad x=28$

よって，10 時 28 分

入試につながる

・2 直線と x 軸または y 軸に囲まれた三角形(または 3 直線に囲まれた三角形)の面積に関する問題がよく出されます。交点の座標を正しく出せるようにしておきましょう。

・文章題は，時間と料金，動点と図形の面積，ばねののび，速さなどの題材が頻出(ひんしゅつ)！

第7回 図形の性質と証明

本冊 p.28〜31

ステップ1

問1 (1) 110°

(2) 55°

問2 2組の辺とその間の角が，それぞれ等しい。

問3 BDは∠ABCの二等分線だから，

∠ABD＝∠DBC ……①

AD∥BCより，錯角（さっかく）は等しいから，

∠ADB＝∠DBC ……②

①，②から，∠ABD＝∠ADB

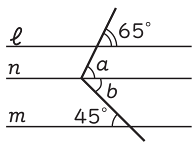
2つの角が等しいので，

△ABDは二等辺三角形である。

問4 平行四辺形

解説

問1 (1) ∠xの頂点を通り，ℓ，mに平行な直線nをひくと，



ℓ∥nで，同位角が等しいから，∠a＝65°

n∥mで，錯角が等しいから，∠b＝45°

よって，∠x＝65°＋45°＝110°

(2) 五角形の内角の和は，

180°×(5−2)＝540°

∠CDE＋90°＋120°＋105°＋100°＝540°

∠CDE＝125°

よって，∠x＝180°−125°＝55°

問2 △BCEと△DCFで，

四角形ABCD，ECFGは正方形であるから，

BC＝DC ……①，CE＝CF ……②

∠BCE＝∠DCF （＝90°） ……③

①，②，③より，2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいから，△BCE≡△DCF

問4 **▱ABCDの対角線は，それぞれの中点で交わる**ので，AO＝CO ……①

BO＝DO ……②

仮定から， BE＝DF ……③

②，③から，EO＝FO ……④

①，④から，四角形AECFは，対角線がそれぞれの中点で交わるから，平行四辺形である。

ステップ2

1 (1) 68° (2) 95° (3) 27° (4) 56°

2 BC＝EF 3組の辺が，それぞれ等しい。

∠A＝∠D

2組の辺とその間の角が，それぞれ等しい。

3 △ABCで，∠A＝∠B＝∠Cならば，

AB＝BC＝CAである。

正しい。

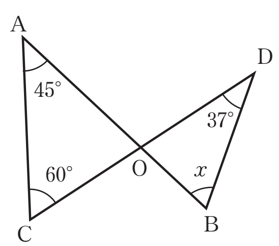
4〜6 解説を参照。

7 △ACE，△ACF，△DCF

8 解説を参照。

解説

1 (1)



△ACO，△DBOの外角∠AODについて，

45°＋60°＝37°＋∠x

∠x＝68°

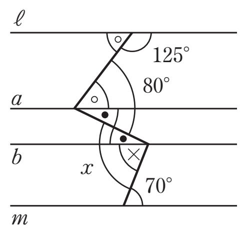
(2) 次の図のように，ℓ，mに平行な直線a，bをひくと，同じ印をつけた角の大きさは等しい。

○＝180°−125°＝55°

●＝80°−55°＝25°

×＝70°

よって，∠x＝25°＋70°＝95°



(3) AB＝ACより，

∠BAC＝180°−42°×2＝96°

AB＝BDより，

$\angle \mathrm{BAD}=\angle \mathrm{BDA}$

$=(180°-42°)\div 2=69°$

よって，$\angle x=96°-69°=27°$

(4) 平行四辺形の向かいあう角は等しいから，

$\angle \mathrm{ADC}=70°$

$\angle \mathrm{ADF}=70°-36°=34°$

$\triangle \mathrm{ADF}$ で，$\angle x=180°-(34°+90°)=56°$

2 2組の辺がそれぞれ等しいから，あと，「残りの辺も等しい」または「その間の角も等しい」が加われば，合同になる。

3 あることがらの仮定と結論を入れかえたものを，そのことがらの**逆**という。

あることがらが正しいとき，その逆はかならずしも正しいとはかぎらない。

（例）「2つの整数 a，b で，$a>0$，$b>0$ ならば，$ab>0$ である。」

逆：「2つの整数 a，b で，$ab>0$ ならば，$a>0$，$b>0$ である。」

は正しくなく，反例は，$a=-1$，$b=-2$

4 $\triangle \mathrm{PAB}$ と $\triangle \mathrm{QAB}$ で，

円Aの半径より，PA＝QA ……①

円Bの半径より，PB＝QB ……②

共通な辺より，AB＝AB ……③

①，②，③より，3組の辺が，それぞれ等しいので，$\triangle \mathrm{PAB}\equiv\triangle \mathrm{QAB}$

5 $\triangle \mathrm{DBM}$ と $\triangle \mathrm{ECM}$ で，

仮定から，$\angle \mathrm{MDB}=\angle \mathrm{MEC}=90°$ ……①

BM＝CM ……②，MD＝ME ……③

①，②，③より，直角三角形の斜辺(しゃへん)と他の1辺が，それぞれ等しいので，$\triangle \mathrm{DBM}\equiv\triangle \mathrm{ECM}$

合同な図形では，対応する角の大きさはそれぞれ等しいので，$\angle \mathrm{DBM}=\angle \mathrm{ECM}$

つまり，$\angle \mathrm{ABC}=\angle \mathrm{ACB}$

2つの角が等しいので，$\triangle \mathrm{ABC}$ は二等辺三角形である。

6 (1) $\triangle \mathrm{ABF}$ と $\triangle \mathrm{CDE}$ で，

仮定から，$\angle \mathrm{BAF}=\angle \mathrm{DCE}$ ……①

AB∥DC より，錯角は等しいから，

$\angle \mathrm{ABF}=\angle \mathrm{CDE}$ ……②

平行四辺形の向かいあう辺は等しいから，

AB＝CD ……③

①，②，③より，1組の辺とその両端(りょうたん)の角が，それぞれ等しいので，

$\triangle \mathrm{ABF}\equiv\triangle \mathrm{CDE}$

(2) $\triangle \mathrm{ABF}\equiv\triangle \mathrm{CDE}$ より，

合同な図形では，対応する辺の長さはそれぞれ等しいから，AF＝CE ……①

合同な図形では，対応する角の大きさはそれぞれ等しいから，

$\angle \mathrm{AFB}=\angle \mathrm{CED}$ ……②

②から，錯角が等しいので，

AF∥EC ……③

①，③から，1組の向かいあう辺が，平行でその長さが等しいので，四角形AECFは平行四辺形である。

7 DC∥AE から，$\triangle \mathrm{ADE}=\triangle \mathrm{ACE}$

EF∥AC から，$\triangle \mathrm{ACE}=\triangle \mathrm{ACF}$

AD∥FC から，$\triangle \mathrm{ACF}=\triangle \mathrm{DCF}$

よって，$\triangle \mathrm{ADE}=\triangle \mathrm{ACE}=\triangle \mathrm{ACF}=\triangle \mathrm{DCF}$

8 $\triangle \mathrm{ADF}$ と $\triangle \mathrm{BFE}$ で，

▱ABCD より，AD∥BC で同位角は等しいので，

$\angle \mathrm{DAF}=\angle \mathrm{FBE}$ ……①

▱ABCD より，AD＝BC

仮定より，BC＝BF だから，

AD＝BF ……②

また，AF＝BF－AB，BE＝BC－CE

仮定より，AB＝CE，BC＝BF だから，

AF＝BE ……③

①，②，③より，2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，$\triangle \mathrm{ADF}\equiv\triangle \mathrm{BFE}$

入試につながる

・角の大きさを求める小問がよく出題されます。平行線によって等しくなる角がないか，また，三角形の内角だけでなく外角にも注目することがポイントです。

・三角形の合同を示す証明問題，平行四辺形になることを示す証明問題が多いので，それぞれの証明問題の書き方に慣れておきましょう。

第 8 回 式の展開と因数分解

本冊 p.32〜35

ステップ 1

問1 (1) $6x-15y$　(2) $6a^2-ab-2b^2$

問2 (1) $x^2+7x-18$
(2) $x^2-10x+21$
(3) $a^2-10a+25$
(4) $4x^2-1$

問3 (1) $2m(a-3b+2c)$
(2) $(x+2y)(x-2y)$
(3) $(x+6)^2$
(4) $(x-4)(x+6)$

問4 (1) 420　(2) 2496

解説

問1 (1) わる単項式(たんこうしき)が分数の形をしているときは，その逆数を考えて，乗法になおす。

$(4x^2-10xy)\div\frac{2}{3}x$
$=(4x^2-10xy)\times\frac{3}{2x}$
$=4x^2\times\frac{3}{2x}-10xy\times\frac{3}{2x}$
$=\underline{6x-15y}$

(2) $(2a+b)(3a-2b)$
$=2a(3a-2b)+b(3a-2b)$
$=6a^2-4ab+3ab-2b^2$
$=\underline{6a^2-ab-2b^2}$

問2 (1) $(x-2)(x+9)$
$=x^2+(-2+9)x+(-2)\times9$
$=\underline{x^2+7x-18}$

(2) $(x-3)(x-7)$
$=x^2+(-3-7)x+(-3)\times(-7)$
$=\underline{x^2-10x+21}$

(3) $(a-5)^2=a^2-2\times a\times5+5^2$
$=\underline{a^2-10a+25}$

(4) $(2x+1)(2x-1)=(2x)^2-1^2=\underline{4x^2-1}$

問3 (1) $2am-6bm+4cm$
$=2m\times a-2m\times3b+2m\times2c$
$=\underline{2m(a-3b+2c)}$

(2) $x^2-4y^2=x^2-(2y)^2$
$=\underline{(x+2y)(x-2y)}$

(3) $x^2+12x+36=x^2+2\times x\times6+6^2$
$=\underline{(x+6)^2}$

(4) 積が -24，和が $+2$ となる 2 数は，-4 と 6
$x^2+2x-24=\underline{(x-4)(x+6)}$

問4 (1) $38^2-32^2=(38+32)(38-32)$
$=70\times6=\underline{420}$

(2) $52\times48=(50+2)(50-2)$
$=50^2-2^2$
$=2500-4=\underline{2496}$

ステップ 2

1 (1) $2a-3b$　(2) $-2x+6y-8$

2 (1) $2xy-x-6y+3$
(2) $2a^2-7ab+3b^2+4a-2b$
(3) $x^2-5x-36$
(4) $x^2+4xy+4y^2$
(5) $a^2-a+\frac{1}{4}$
(6) $9x^2-16y^2$

3 (1) $5x-4$　(2) 1

4 (1) $4ab(2a-5b)$
(2) $(2x+5)(2x-5)$
(3) $(y-10)^2$
(4) $(3x+4)^2$

5 (1) $(x+1)(x+6)$
(2) $(x-5)(x-8)$
(3) $(x-4)(x+5)$
(4) $(a+1)(a-10)$
(5) $6(a+3)(a-3)$
(6) $2(x-2)(x+7)$

6 解説を参照。

7 ① 6　② 12　③ 36

解説

1 (1) $(6a^2b-9ab^2)\div3ab=\frac{6a^2b}{3ab}-\frac{9ab^2}{3ab}$
$=\underline{2a-3b}$

(2) $(x^2-3xy+4x)\div\left(-\frac{x}{2}\right)$
$=x^2\times\left(-\frac{2}{x}\right)-3xy\times\left(-\frac{2}{x}\right)+4x\times\left(-\frac{2}{x}\right)$

$=\underline{-2x+6y-8}$

2 (1) $(x-3)(2y-1)=\underline{2xy-x-6y+3}$

(2) $(2a-b)(a-3b+2)$

$=2a^2-6ab+4a-ab+3b^2-2b$

$=\underline{2a^2-7ab+3b^2+4a-2b}$

(3) $(x+4)(x-9)$

$=x^2+(4-9)x+4\times(-9)$

$=\underline{x^2-5x-36}$

(4) $(x+2y)^2=x^2+2\times x\times 2y+(2y)^2$

$=\underline{x^2+4xy+4y^2}$

(5) $\left(a-\frac{1}{2}\right)^2=a^2-2\times a\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$=\underline{a^2-a+\frac{1}{4}}$

(6) $(3x-4y)(3x+4y)=(3x)^2-(4y)^2$

$=\underline{9x^2-16y^2}$

3 (1) $(x+2)(x-2)-x(x-5)$

$=x^2-4-(x^2-5x)$

$=x^2-4-x^2+5x$

$=\underline{5x-4}$

(2) $(x-8)^2-(x-7)(x-9)$

$=x^2-16x+64-(x^2-16x+63)$

$=\underline{1}$

4 (1) $8a^2b-20ab^2=4ab\times 2a-4ab\times 5b$

$=\underline{4ab(2a-5b)}$

(2) $4x^2-25=(2x)^2-5^2$

$=\underline{(2x+5)(2x-5)}$

(3) $y^2-20y+100=y^2-2\times y\times 10+10^2$

$=\underline{(y-10)^2}$

(4) $9x^2+24x+16$

$=(3x)^2+24x+4^2$

$=(3x)^2+2\times 3x\times 4+4^2$

$=\underline{(3x+4)^2}$

5 (1) 積が $+6$，和が $+7$ となる 2 数は，

1 と 6

$x^2+7x+6=\underline{(x+1)(x+6)}$

(2) 積が $+40$，和が -13 となる 2 数は，

-5 と -8

$x^2-13x+40=\underline{(x-5)(x-8)}$

(3) 積が -20，和が $+1$ となる 2 数は，

-4 と 5

$x^2+x-20=\underline{(x-4)(x+5)}$

(4) 積が -10，和が -9 となる 2 数は，

1 と -10

$a^2-9a-10=\underline{(a+1)(a-10)}$

(5) まず，共通因数である 6 をとり出す。

$6a^2-54=6(a^2-9)$

次に，かっこの中を因数分解する。

$6a^2-54=6(a^2-9)$

$=\underline{6(a+3)(a-3)}$

(6) まず，共通因数である 2 をとり出す。

$2x^2+10x-28=2(x^2+5x-14)$

次に，かっこの中を因数分解する。

積が -14，和が $+5$ となる 2 数は，

-2 と 7

$2x^2+10x-28=2(x^2+5x-14)$

$=\underline{2(x-2)(x+7)}$

6 $S=\frac{1}{2}\pi(r+2a)^2-\frac{1}{2}\pi r^2$

$=\frac{1}{2}\pi(r^2+4ar+4a^2)-\frac{1}{2}\pi r^2$

$=2\pi ar+2\pi a^2$

道のまん中を通る半円の半径は，$r+a$ だから，その弧の長さ ℓ は，

$\ell=\frac{1}{2}\times 2\pi(r+a)=\pi r+\pi a$

これより，$2a\ell=2\pi ar+2\pi a^2$

よって，$S=2a\ell$

7 b は a の 6 日後だから，$b=a+\underline{6}$

c は a の 12 日後だから，$c=a+\underline{12}$

と表せる。

$b^2-ac=(a+6)^2-a(a+12)$

$=a^2+12a+36-a^2-12a$

$=36$

よって，b^2-ac はつねに $\underline{36}$ となる。

入試につながる

- 式の展開や因数分解は，小問集合でかならずと言ってよいほど出題されます。また，近年，式の計算を利用して，整数の性質の証明や，計算術の説明を記述させる問題も増えています。
- 乗法の公式と因数分解の問題をたくさん解くことで，慣れておくことが大切です。入試で時間をかけすぎないようにしましょう。

第9回 平方根

本冊 p.36〜39

ステップ1

問1 (1) $\pm\dfrac{2}{3}$ (2) ±0.7 (3) $\pm\sqrt{0.1}$

問2 (1) $4<\sqrt{17}$ (2) $-2>-\sqrt{5}$

問3 (1) $\sqrt{3}$ (2) $6\sqrt{15}$

問4 (1) $\dfrac{\sqrt{14}}{7}$ (2) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

問5 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $5\sqrt{6}$

問6 (1) $2\sqrt{5}-\sqrt{2}$ (2) $1+2\sqrt{3}$ (3) 3 (4) $\sqrt{6}$

解説

問1 (1) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{4}{9}$, $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{4}{9}$ だから，$\pm\dfrac{2}{3}$

(2) $(0.7)^2=0.49$, $(-0.7)^2=0.49$ だから，±0.7

(3) 根号を使って表す。$\pm\sqrt{0.1}$

問2 (1) $4=\sqrt{16}$ で，$16<17$ だから，$\sqrt{16}<\sqrt{17}$

よって，$4<\sqrt{17}$

(2) $2=\sqrt{4}$ で，$4<5$ だから，$\sqrt{4}<\sqrt{5}$

よって，$-2>-\sqrt{5}$

問3 (1) $\sqrt{6}\div\sqrt{10}\times\sqrt{5}$

$=\dfrac{\sqrt{6}\times\sqrt{5}}{\sqrt{10}}=\sqrt{\dfrac{6\times5}{10}}=\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{20}\times\sqrt{27}$

$=2\sqrt{5}\times3\sqrt{3}=2\times3\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}=6\sqrt{15}$

問4 (1) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{14}}{7}$

(2) $\dfrac{3}{\sqrt{12}}=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}$

$=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

問5 (1) $\sqrt{5}-\sqrt{20}+\sqrt{45}$

$=\sqrt{5}-2\sqrt{5}+3\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{24}+\dfrac{18}{\sqrt{6}}=2\sqrt{6}+\dfrac{18\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=2\sqrt{6}+\dfrac{18\sqrt{6}}{6}=2\sqrt{6}+3\sqrt{6}=5\sqrt{6}$

問6 (1) $\sqrt{2}(\sqrt{10}-1)=\sqrt{20}-\sqrt{2}=2\sqrt{5}-\sqrt{2}$

(2) $(3\sqrt{3}-4)(\sqrt{3}+2)$

$=9+6\sqrt{3}-4\sqrt{3}-8=1+2\sqrt{3}$

(3) $(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)=7-4=3$

(4) $(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+3)=6+\sqrt{6}-6=\sqrt{6}$

ステップ2

1 (1) ±6 (2) ○ (3) 5 (4) $\sqrt{2}$

2 (1) $-5\sqrt{2}$，-7，$-4\sqrt{3}$

(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$，$\dfrac{3}{5}$，$\sqrt{\dfrac{3}{5}}$

3 (1) $2\sqrt{26}$ (2) $6\sqrt{7}$

4 (1) $18\sqrt{2}$ (2) 5 (3) $-\sqrt{3}$ (4) $3\sqrt{5}$ (5) 7 (6) $9+4\sqrt{2}$

5 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{5}-\sqrt{2}$ (3) 3 (4) 16

6 (1) $n=2$，6，7

(2)① 26.46 ② 0.441

(3) 1

7 (1) 3，4，5 (2) $N=15$

解説

1 (1) 正の数と負の数の2つあるから，±6

(2) $(-\sqrt{7})^2=(\sqrt{7})^2=7$ ○

(3) $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{5^2}=5$

(4) $\sqrt{18}-\sqrt{8}=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

2 (1) $7=\sqrt{49}$，$5\sqrt{2}=\sqrt{5^2\times2}=\sqrt{50}$，

$4\sqrt{3}=\sqrt{4^2\times3}=\sqrt{48}$

$50>49>48$ だから，$5\sqrt{2}>7>4\sqrt{3}$

よって，$-5\sqrt{2}$，-7，$-4\sqrt{3}$

(2)

> 分母を5にそろえ，分子の大小でくらべる。

$\dfrac{3}{5}=\dfrac{\sqrt{9}}{5}$

$\sqrt{\dfrac{3}{5}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

$3<9<15$ だから，$\dfrac{\sqrt{3}}{5}$，$\dfrac{3}{5}$，$\sqrt{\dfrac{3}{5}}$

3 (1)

$$\begin{array}{r|l} 2 & 104 \\ \hline 2 & 52 \\ \hline 2 & 26 \\ \hline & 13 \end{array}$$

$\sqrt{104}$

$=\sqrt{2^2\times2\times13}$

$=\underline{2\sqrt{26}}$

(2)

$$\begin{array}{r|l} 2 & 252 \\ \hline 2 & 126 \\ \hline 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$\sqrt{252}$

$=\sqrt{2^2\times3^2\times7}$

$=\underline{6\sqrt{7}}$

4 (1) $\sqrt{54}\times\sqrt{12}$

$=3\sqrt{6}\times2\sqrt{3}=3\times2\times\sqrt{6}\times\sqrt{3}$

$=6\times3\sqrt{2}=\underline{18\sqrt{2}}$

(2) $\sqrt{30}\div\sqrt{42}\times\sqrt{35}$

$=\sqrt{\dfrac{30\times35}{42}}=\sqrt{5\times5}=\underline{5}$

(3) $\sqrt{48}-2\sqrt{27}+\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}-6\sqrt{3}+\sqrt{3}=\underline{-\sqrt{3}}$

(4) $\sqrt{80}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}+\sqrt{5}$

$=4\sqrt{5}-\dfrac{10\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}+\sqrt{5}$

$=4\sqrt{5}-2\sqrt{5}+\sqrt{5}=\underline{3\sqrt{5}}$

(5) $(\sqrt{10}+\sqrt{3})(\sqrt{10}-\sqrt{3})=10-3=\underline{7}$

(6) $(2\sqrt{2}+1)^2=8+4\sqrt{2}+1=\underline{9+4\sqrt{2}}$

5 (1) $\sqrt{21}\times\sqrt{7}-12\div\sqrt{3}$

$=\sqrt{21\times7}-\dfrac{12}{\sqrt{3}}=\sqrt{3\times7\times7}-\dfrac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=7\sqrt{3}-4\sqrt{3}=\underline{3\sqrt{3}}$

(2) $\sqrt{10}(\sqrt{8}-\sqrt{5})+\sqrt{32}$

$=\sqrt{10}(2\sqrt{2}-\sqrt{5})+4\sqrt{2}$

$=\sqrt{10}\times2\sqrt{2}-\sqrt{10}\times\sqrt{5}+4\sqrt{2}$

$=2\sqrt{20}-\sqrt{2\times5\times5}+4\sqrt{2}$

$=4\sqrt{5}-5\sqrt{2}+4\sqrt{2}=\underline{4\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

(3) $(\sqrt{2}+1)^2-(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-1)$

$=2+2\sqrt{2}+1-(3\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{6}-\sqrt{2})$

$=3+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\underline{3}$

(4) $(\sqrt{10}-\sqrt{6})^2+\dfrac{20\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

$=10-2\sqrt{10\times6}+6+4\sqrt{15}$

$=16-4\sqrt{15}+4\sqrt{15}=\underline{16}$

6 (1) $\sqrt{88-12n}=\sqrt{4(22-3n)}=2\sqrt{22-3n}$

だから, $22-3n=$(自然数)^2 になればよい。

$22-3n=1^2$ のとき，$n=7$

$22-3n=2^2$ のとき，$n=6$

$22-3n=3^2$ のとき，これを満たす自然数 n はない。

$22-3n=4^2$ のとき，$n=2$

これ以降は n の値(あたい)が負の数になるので，問題にあわない。よって，$\underline{n=2,\ 6,\ 7}$

(2) ① $\sqrt{700}=10\sqrt{7}=10\times2.646=\underline{26.46}$

② $\dfrac{7}{6\sqrt{7}}=\dfrac{7\times\sqrt{7}}{6\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{7}}{6}$

$=\sqrt{7}\div6=2.646\div6=\underline{0.441}$

(3) $x^2-6x+5=(x-1)(x-5)$

$x=\sqrt{5}+3$ を代入すると,

$(\sqrt{5}+3-1)(\sqrt{5}+3-5)$

$=(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=5-4=\underline{1}$

7 (1) 求める整数を a とすると,

$\sqrt{7}<a<\sqrt{31}$ より，$7<a^2<31$

よって, a にあてはまる整数は，$\underline{3,\ 4,\ 5}$

(2) たとえば, $N=2$ のとき, $2\leqq\sqrt{n}<3$ より，$4\leqq n<9$ だから，$n=9-4=5$(個)と求めることができる。

よって，$N\leqq\sqrt{n}<N+1$ より,

$N^2\leqq n<(N+1)^2$ だから,

$(N+1)^2-N^2=31$

$N^2+2N+1-N^2=31$　$2N=30$　$\underline{N=15}$

入試につながる

・小問の１つとして，計算問題，大小，式の値，$\sqrt{}$ を整数にする条件などはよく出題されるので，手際よく解きましょう。

・平方根は，二次方程式，とくに解の公式，関数 $y=ax^2$，三平方の定理では欠かせないものです。$\sqrt{}$ の中を簡単な数にする変形，四則計算は，十分に学習しておきましょう。

第10回 二次方程式

本冊 p.40〜43

ステップ1

問1 (1) $x=\pm 4$ (2) $x=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ (3) $x=3\pm 2\sqrt{2}$ (4) $x=2,\ -4$

問2 (1) $x=3,\ 6$ (2) $x=-2,\ 8$ (3) $x=0,\ 3$ (4) $x=-5$

問3 (1) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$ (2) $x=2,\ -\dfrac{1}{4}$

問4 7 cm

解説

問1 (1) $3x^2-48=0$ $x^2=16$ $\underline{x=\pm 4}$

(2) $5x^2-2=0$

$x^2=\dfrac{2}{5}$ $x=\pm\sqrt{\dfrac{2}{5}}$ $\underline{x=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{5}}$

(3) $(x-3)^2-8=0$

$(x-3)^2=8$

$x-3=\pm 2\sqrt{2}$ $\underline{x=3\pm 2\sqrt{2}}$

(4) $(x+1)^2-9=0$

$(x+1)^2=9$

$x+1=\pm 3$ $\underline{x=2,\ -4}$

問2 (1) $x^2-9x+18=0$

左辺を**因数分解**すると，

$(x-3)(x-6)=0$ $\underline{x=3,\ 6}$

(2) $x^2-6x-16=0$

左辺を**因数分解**すると，

$(x+2)(x-8)=0$ $\underline{x=-2,\ 8}$

(3) $x^2=3x$

$x^2-3x=0$

$x(x-3)=0$ $\underline{x=0,\ 3}$

(4) $x^2+10x+25=0$

$(x+5)^2=0$ $\underline{x=-5}$

問3 **解の公式**を使って解く。

(1) $a=1,\ b=5,\ c=3$ の場合。

$\underline{x}=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 1\times 3}}{2\times 1}=\underline{\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{2}}$

(2) $a=4,\ b=-7,\ c=-2$ の場合。

$x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times 4\times(-2)}}{2\times 4}$

$=\dfrac{7\pm\sqrt{81}}{8}=\dfrac{7\pm 9}{8}$ $\underline{x=2,\ -\dfrac{1}{4}}$

問4 もとの正方形の1辺の長さを x cm とすると， $(x+2)(x-3)=36$

$x^2-x-42=0$

$(x+6)(x-7)=0$ $x=-6,\ 7$

x は辺の長さだから，$x=-6$ は問題にあわない。$x=7$ は問題にあっている。

よって，正方形の1辺の長さは，$\underline{7\text{ cm}}$

ステップ2

1 (1) $x=\pm\dfrac{2}{3}$ (2) $x=-2\pm 2\sqrt{3}$ (3) $x=-4,\ 7$ (4) $x=0,\ \dfrac{2}{3}$ (5) $x=6$ (6) $x=1,\ -6$ (7) $x=\dfrac{-3\pm 3\sqrt{5}}{2}$ (8) $x=\dfrac{5}{2},\ 1$

2 (1) $x=4$ (2) $x=-2,\ 9$ (3) $x=5,\ 7$ (4) $x=-3,\ 1$

3 $a=3$ もう1つの解 $x=5$

4 縦 6 m 横 11 m

5 P(8, 5)

6 12番目

解説

1 (1) $9x^2-4=0$ $x^2=\dfrac{4}{9}$ $\underline{x=\pm\dfrac{2}{3}}$

(2) $2(x+2)^2-24=0$

$(x+2)^2=12$

$x+2=\pm 2\sqrt{3}$ $\underline{x=-2\pm 2\sqrt{3}}$

(3) $x^2-3x-28=0$

左辺を**因数分解**すると，

$(x+4)(x-7)=0$ $\underline{x=-4,\ 7}$

(4) $3x^2-2x=0$

左辺を**因数分解**すると，

$x(3x-2)=0$ $\underline{x=0,\ \dfrac{2}{3}}$

(5) $x^2-12x+36=0$

左辺を**因数分解**すると，

$(x-6)^2=0$ $\underline{x=6}$

(6) $6-5x=x^2$

$x^2+5x-6=0$

$(x-1)(x+6)=0$ $x=1, -6$

(7) **解の公式**で，$a=1$，$b=3$，$c=-9$ の場合

だから，$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-9)}}{2\times1}$

$=\dfrac{-3\pm\sqrt{45}}{2}=\dfrac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}$

(8) **解の公式**で，$a=2$，$b=-7$，$c=5$ の場合

だから，$x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times2\times5}}{2\times2}$

$=\dfrac{7\pm\sqrt{9}}{4}=\dfrac{7\pm3}{4}$ $x=\dfrac{5}{2}, 1$

2 (1) $5x^2-40x+80=0$

$x^2-8x+16=0$

$(x-4)^2=0$ $x=4$

(2) $(x+3)(x-6)=4x$

$x^2-7x-18=0$

$(x+2)(x-9)=0$ $x=-2, 9$

(3) $(x+1)(x-1)=12(x-3)$

$x^2-12x+35=0$

$(x-5)(x-7)=0$ $x=5, 7$

(4) $(x+2)^2-2(x+2)-3=0$

$x+2=M$ とおくと，$M^2-2M-3=0$

$(M+1)(M-3)=0$ M をもとにもどして，

$(x+2+1)(x+2-3)=0$

$(x+3)(x-1)=0$ $x=-3, 1$

3 方程式は，解を代入したときに成り立つ。

$x^2-ax-10=0$ に $x=-2$ を代入すると，

$(-2)^2-a\times(-2)-10=0$

$2a-6=0$ よって，$a=3$

このとき，方程式は，$x^2-3x-10=0$

これを解くと，$(x+2)(x-5)=0$ $x=-2, 5$

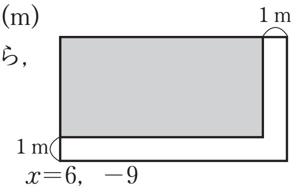
よって，もう 1 つの解は，$x=5$

4 縦の長さを x m とすると，横の長さは，

$(x+5)$m と表せる。残った花だんを次の図のように集めると，縦 $(x-1)$m，

横 $x+5-1=x+4$(m)

の長方形になるから，



$(x-1)(x+4)=50$

$x^2+3x-54=0$

$(x-6)(x+9)=0$ $x=6, -9$

$x>0$ より，$x=-9$ は問題にあわない。

$x=6$ のとき，横の長さは $6+5=11$(m) より，これは問題にあっている。

よって，縦 6 m　横 11 m

5 点 Q の x 座標を t とおくと，P$\left(t, \dfrac{1}{2}t+1\right)$

OQ$=t$，PQ$=\dfrac{1}{2}t+1$ になるから，

$\dfrac{1}{2}\times t\times\left(\dfrac{1}{2}t+1\right)=20$

$\dfrac{1}{4}t^2+\dfrac{1}{2}t=20$

$t^2+2t-80=0$

$(t-8)(t+10)=0$ $t=8, -10$

$t>0$ より，$t=-10$ は問題にあわない。

$t=8$ のとき，点 P の y 座標は 5 となり，これは問題にあっている。よって，P(8，5)

6 n 番目の正方形をつくるときに必要な白のタイルの枚数は n^2 枚，タイルの総数は，$(n+2)^2$ 枚と表せる。

これより，n 番目に必要な黒のタイルの枚数は，(タイルの総数)－(白のタイルの枚数)で求められるから，

$(n+2)^2-n^2=4n+4$(枚) と表せる。

白のタイルの枚数が，黒のタイルの枚数より 92 枚多くなるから，

$n^2-(4n+4)=92$

$n^2-4n-96=0$

$(n+8)(n-12)=0$ $n=-8, 12$

$n>0$ より，$n=-8$ は問題にあわない。

$n=12$ は問題にあっている。

よって，12 番目

入試につながる

・方程式を解く問題は，右辺を 0 にする変形が必要なものが多いので，見極めて解きましょう。文章題は，答えを求めるまでの過程も問われる記述式が増えているので，解の確かめまで行いましょう。

・関数のグラフと図形との総合問題で，解く手段として二次方程式が使われることがあるため，二次方程式のつくり方を理解しておきましょう。

第11回 関数 $y=ax^2$

本冊 p.44～47

ステップ1

問1 $y=-\dfrac{2}{3}x^2$

問2 ①㋑　②㋒　③㋐

問3 (1) $-18 \leqq y \leqq 0$　(2) -14

問4 秒速 35 m

解説

問1 比例定数を a とすると，$y=ax^2$

$x=-6$ のとき $y=-24$ だから，

$-24=a\times(-6)^2$　　$a=-\dfrac{2}{3}$　　$y=-\dfrac{2}{3}x^2$

問2 ①，②は x 軸(じく)の上側にあるから，関数の比例定数は正で，㋑，㋒

グラフの開き方は，①の方が小さいから，①の関数の方が比例定数の絶対値は大きい。

よって，①は㋑，②は㋒，③は㋐

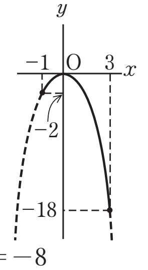
問3 (1) $x=3$ のとき，$y=-2\times3^2=-18$

この関数のグラフは，次の図の放物線の実線部分で，y の値(あたい)は，

$x=0$ のとき最大，

$x=3$ のとき最小になる。

よって，$-18 \leqq y \leqq 0$



(2) $x=2$ のとき $y=-2\times2^2=-8$

$x=5$ のとき $y=-2\times5^2=-50$

変化の割合$=\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}$ より，

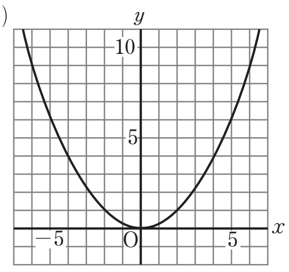
$\dfrac{-50-(-8)}{3}=-\dfrac{42}{3}=-14$

問4 $\dfrac{5\times4^2-5\times3^2}{4-3}=35$　　秒速 35 m

ステップ2

1 (1) $y=\dfrac{2}{5}x^2$　(2) $y=-27$

(3)



(4) $-27 \leqq y \leqq 0$　(5) -16

2 $a=\dfrac{2}{3}$

3 $\mathrm{A}\left(\dfrac{4}{3},\ \dfrac{16}{9}\right)$

4 (1) $y=\dfrac{1}{100}x^2$　(2) 49 m

5 (1) $y=\dfrac{1}{2}x^2$　(2) $2\sqrt{3}$ 秒後と 9 秒後

6 (1) $y=\dfrac{3}{4}x+5$　(2) $\left(\dfrac{10}{3},\ \dfrac{20}{3}\right)$

解説

1 (1) 比例定数を a とすると，$y=ax^2$

$x=-5$ のとき $y=10$ だから，

$10=a\times(-5)^2$　　$a=\dfrac{2}{5}$　　$y=\dfrac{2}{5}x^2$

(2) 比例定数を a とすると，$y=ax^2$

$x=2$ のとき $y=-12$ だから，

$-12=a\times2^2$　　$a=-3$　　$y=-3x^2$

これに，$x=-3$ を代入すると，

$y=-3\times(-3)^2=-27$

(3) x 座標，y 座標ともに整数になる対応を調べると，次のようになる。

x	…	-6	-4	-2	0	2	4	6	…
y	…	9	4	1	0	1	4	9	…

(4) $x=-6$ のとき，$y=-\dfrac{3}{4}\times(-6)^2=-27$

この関数のグラフは，y の値は，$x=0$ のとき最大，$x=-6$ のとき最小になる。

よって，$-27 \leqq y \leqq 0$

(5) $\dfrac{4\times(-1)^2-4\times(-3)^2}{(-1)-(-3)}=\dfrac{-32}{2}=-16$

2 $y=ax^2$ の変化の割合を a を使って表すと，

$\dfrac{a\times4^2-a\times2^2}{4-2}=\dfrac{12a}{2}=6a$

一次関数 $y=4x-3$ **の変化の割合は一定**で，4

2 つの関数の変化の割合が等しいので，

$6a=4$　　$a=\dfrac{2}{3}$

3　四角形 ABDC は正方形だから，AB＝AC である。A の x 座標を a とすると，

$A(a,\ a^2)$，$B(-a,\ a^2)$ より，$AB=a-(-a)=2a$

$C\left(a,\ -\dfrac{1}{2}a^2\right)$ より，$AC=a^2-\left(-\dfrac{1}{2}a^2\right)=\dfrac{3}{2}a^2$

よって，$2a=\dfrac{3}{2}a^2$　　$3a^2-4a=0$

$a(3a-4)=0$　　$a=0,\ \dfrac{4}{3}$

$a>0$ だから，$A\left(\dfrac{4}{3},\ \dfrac{16}{9}\right)$

4　(1)　y は x の 2 乗に比例するから，

比例定数を a とすると，$y=ax^2$

$x=50$ のとき $y=25$ だから，

$25=a\times50^2$　　$a=\dfrac{1}{100}$　　$y=\dfrac{1}{100}x^2$

(2)　$x=70$ のとき，$y=\dfrac{1}{100}\times70^2=49$　　49 m

5　(1)　$0\leqq x\leqq4$ のとき，PA＝QA＝x cm だから，

$y=\dfrac{1}{2}\times x\times x$ より，$y=\dfrac{1}{2}x^2$

(2)　$0\leqq x\leqq4$ のとき，

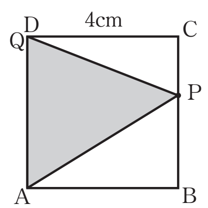
$6=\dfrac{1}{2}x^2$　　$x^2=12$　　$x=\pm2\sqrt{3}$

$0\leqq x\leqq4$ だから，$x=2\sqrt{3}$

$4\leqq x\leqq8$ のとき，

$y=\dfrac{1}{2}\times4\times4=8$

だから，$y=6$ になることはない。

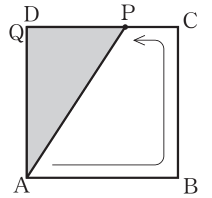


$8\leqq x\leqq12$ のとき，

$y=\dfrac{1}{2}\times4\times(12-x)$

$=24-2x$

よって，



$24-2x=6$　　$-2x=-18$　　$x=9$

したがって，$2\sqrt{3}$ 秒後と 9 秒後

6　(1)　A は $y=\dfrac{1}{2}x^2$ 上の点だから，

$x=4$ のとき，$y=\dfrac{1}{2}\times4^2=8$

よって，A(4，8)

線分 OB の中点が D だから，D(0，5)

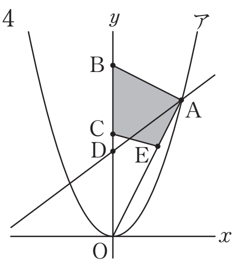
よって切片 5 より，A，D を通る直線の傾きを a とすると，$8=4\times a+5$　$a=\dfrac{3}{4}$

したがって，$y=\dfrac{3}{4}x+5$

(2)　$\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times10\times4$

$=20$

四角形 ABCE の面積が△OAB の面積の $\dfrac{1}{2}$ であるから，



四角形 ABCE＝△OEC＝10　　となる。

A，O を通る直線の式は，$y=2x$

点 E の x 座標を t とすると，直線 AO 上の点だから，$E(t,\ 2t)$　　よって，

$\triangle OEC=\dfrac{1}{2}\times6\times t=10$

$3t=10$　　$t=\dfrac{10}{3}$

したがって，$E\left(\dfrac{10}{3},\ \dfrac{20}{3}\right)$

入試につながる

・比例定数の決定や，変域・変化の割合を扱う問題は小問として出題されることもあるので，手際よく解きましょう。

・放物線と直線はよく出題される題材で，放物線の対称性や直線の式の求め方など理解が不可欠です。さらに，三角形の面積，平行線と面積，図形の面積の 2 等分など，グラフと図形の総合問題では，図形の見方や考え方が問われるので，比例・反比例や一次関数とあわせて理解しましょう。

第**12**回 # 図形の相似

本冊 p.48〜51

ステップ1

問1 △AOD と△BOC で，
AD∥CB より，錯角(さっかく)は等しいから，
∠OAD＝∠OBC　……①
∠ODA＝∠OCB　……②
①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので，△AOD∽△BOC

問2 (1) AP：PB＝AQ：QC だから
(2) $x=10$

問3 130°

問4 表面積　600 cm^2　　体積　1000 cm^3

解説

問1 **対頂角は等しい**から，∠AOD＝∠BOC
これを利用しても証明できる。

問2 (1)　AP：PB＝8：12＝2：3
AQ：QC＝6：9＝2：3
よって，AP：PB＝AQ：QC
線分の比と平行線の関係より，PQ∥BC

(2)　(1)より，△ABC で，平行線と線分の比の関係から，　AP：AB＝PQ：BC
8：(8＋12)＝4：x　$8x=20\times4$　$x=10$

問3 △DAB で，中点連結定理より，PQ∥AB
同位角は等しいから，
∠PQD＝∠ABD＝25°
△BDC で，中点連結定理より，QR∥DC
同位角は等しいから，
∠BRQ＝∠BCD＝65°
△BQR で，三角形の内角と外角の性質より，∠DQR＝∠QBR＋∠QRB
＝40°＋65°＝105°
よって，∠PQR＝∠PQD＋∠DQR
＝25°＋105°＝130°

問4 相似比が 2：5 なので，立方体 B の表面積を x cm^2 とすると，$96:x=2^2:5^2$
$4x=96\times25$　　$x=600(\mathrm{cm}^2)$
立方体 B の体積を y cm^3 とすると，
$64:y=2^3:5^3$　　$8y=64\times125$
$y=1000(\mathrm{cm}^3)$

ステップ2

1 (1) △ABC と△DBA で，
仮定より，
∠BAC＝∠DBA＝90°　……①
共通な角だから，
∠ABC＝∠DBA　　……②
①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので，△ABC∽△DBA

(2) 3.2 cm　$\left(\dfrac{16}{5}\text{ cm}\right)$

2 (1) $x=25$，$y=18$　(2) $x=8$，$y=18$

3 6 cm

4 5 cm

5 9 cm

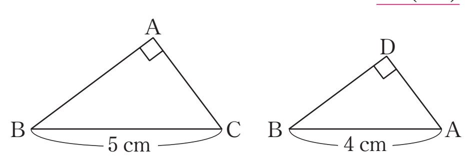
6 △ABC で，点 P，Q は，それぞれ，辺 AB，AC の中点だから，中点連結定理より，
PQ∥BC，PQ＝$\dfrac{1}{2}$BC
△QBC で，点 R，S は，それぞれ，辺 QB，QC の中点だから，中点連結定理より，
RS∥BC，RS＝$\dfrac{1}{2}$BC
よって，PQ∥RS，PQ＝RS
1 組の向かいあう辺が，平行で等しいので，四角形 PRSQ は平行四辺形である。

7 7 倍

8 $\dfrac{2}{15}$ 倍

解説

1 (2)　△ABC∽△DBA だから，対応する辺の比はすべて等しいので，
BA：BD＝BC：BA
BD＝x cm とすると，
4：x＝5：4　　$5x=16$　　$x=3.2$(cm)



2 (1) 平行線と線分の比の関係より，

$AQ : AC = PQ : BC$　　$12 : 20 = 15 : x$

$12x = 20 \times 15$　　$x = 25$

$AP : AB = AQ : AC$　　$y : 30 = 12 : 20$

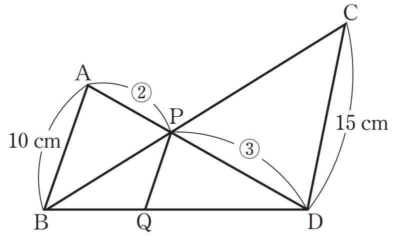
$20y = 30 \times 12$　　$y = 18$

(2) $x : 4 = 10 : 5$ より，$5x = 4 \times 10$　　$x = 8$

$(y-6) : 6 = 10 : 5$ より，$5(y-6) = 6 \times 10$

$5y - 30 = 60$　　$5y = 90$　　$y = 18$

3



$AB /\!/ CD$ から，

$PA : PD = AB : DC$

$= 10 : 15 = 2 : 3$

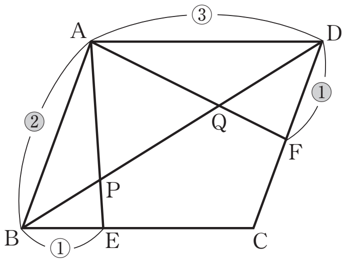
よって，$DP : DA = 3 : (3+2) = 3 : 5$

$PQ /\!/ AB$ から，$DP : DA = PQ : AB$

$PQ = x$ cm とすると，

$3 : 5 = x : 10$　　$5x = 3 \times 10$　　$x = 6$(cm)

4



$BE : EC = 1 : 2$ より，

$BE : DA = BE : BC = 1 : (1+2) = 1 : 3$

$PB : PD = BE : DA = 1 : 3$ だから，

$PB = \dfrac{1}{1+3} \times BD = \dfrac{1}{4} \times 12 = 3$(cm)

また，$DF : FC = 1 : 1$ より，

$DF : BA = DF : DC = 1 : (1+1) = 1 : 2$

$QD : QB = DF : BA = 1 : 2$ だから，

$DQ = \dfrac{1}{1+2} \times BD = \dfrac{1}{3} \times 12 = 4$(cm)

よって，$PQ = BD - PB - DQ$

$= 12 - 3 - 4 = 5$(cm)

5 △ACE で，$AB = BC$，$AF = FE$ だから，

中点連結定理より，$BF /\!/ CE$，$BF = \dfrac{1}{2}CE$

よって，$CE = 2 \times 3 = 6$(cm)

△DBG で，$CE /\!/ BG$ だから，

$CE : BG = DC : DB = 1 : 2$ より，

$6 : BG = 1 : 2$　　$BG = 12$(cm)

よって，$FG = BG - BF = 12 - 3 = 9$(cm)

7 立体Pともとの円錐（えんすい）の相似比は $1 : 2$ だから，体積の比は $1^3 : 2^3 = 1 : 8$

よって，PとQの体積の比は，

$1 : (8-1) = 1 : 7$　よって，7倍

8 平行四辺形ABCDの面積を S とする。

△ACDについて，平行四辺形ABCDの面積の半分だから，$\triangle ACD = \dfrac{1}{2}S$

また，△ACDと△AEDは高さが等しいから，面積の比は，$DC : DE = 3 : 2$

よって，$\triangle AED = \dfrac{2}{3} \times \triangle ACD$

$= \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2}S = \dfrac{1}{3}S$

△DEAについて，△DEAと△DEFは高さが等しいから，面積の比は，

$EA : EF = (2+3) : 2 = 5 : 2$

よって，$\triangle DEF = \dfrac{2}{5} \times \triangle DEA$

$= \dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{3}S = \dfrac{2}{15}S$

したがって，△DEFの面積は，

平行四辺形ABCDの面積の $\dfrac{2}{15}$ 倍

入試につながる

・相似をからめた問題はよく出題されます。証明のすすめ方，線分の比の活用など，身につけておきましょう。

・相似と円周角の定理，相似と三平方の定理など，図形分野の中での融合（ゆうごう）だけでなく，一次関数のグラフや $y = ax^2$ のグラフを題材にした問題でも，相似や平行線と線分の比を利用する場合があるので，相似になる図形を見つけられるようにしておきましょう。

第13回 円の性質

本冊 p.52～55

ステップ1

問1 (1) 105°　(2) 32°

問2 弦(げん) AC をひくと，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ で，
等しい弧(こ)に対する円周角は等しいから，
∠ACB＝∠CAD
錯角(さっかく)が等しいので，AD∥BC

問3 (1) いえる　(2) いえない

問4 △PAC と△PDB で，
$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいから，
∠PAC＝∠PDB　……①
対頂角は等しいから，
∠APC＝∠DPB　……②
①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので，△PAC ∽△PDB

解説

問1 (1) $\angle x=\dfrac{1}{2}\times 210°=105°$

(2) 弦 AD をひくと，BD は直径だから，
∠BAD＝90°
直角三角形 ABD で，
∠ADB＝180°－(90°＋58°)＝32°
$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから，
$\angle x=$∠ADB＝32°

問3 (1) 2 点 A，D が直線 BC について同じ側にあり，∠BAC＝∠BDC＝75° だから，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にあるといえる。

(2) ∠ADB＝65°－40°＝25° だから，4 点 A，B，C，D は同じ円周上にあるとはいえない。

問4 $\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角が等しいことを使って証明してもよい。

ステップ2

1 (1) 85°　(2) 107°　(3) 58°　(4) 75°

2 (1) 72°　(2) 60°

3 64°

4 △ACE と△BCD で，
△ABC，△CDE は正三角形だから，
AC＝BC，CE＝CD　……①
正三角形の内角はすべて 60° だから，
∠ACE＝∠BCD＝60°　……②
①，②から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ACE≡△BCD
よって，∠CAE＝∠CBD　……③
2 点 A，B は直線 CP について同じ側にあり，③より，∠CAP＝∠CBP
だから，4 点 A，B，C，P は，同じ円周上にある。

5 (1) △PAD と△PCB で，
共通な角だから，
∠APD＝∠CPB　……①
$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しいから，
∠ADP＝∠CBP　……②
①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので，△PAD ∽△PCB

(2) 7 cm

6 解説を参照。

7 解説を参照。

解説

1 (1) $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいから，
∠CDB＝∠CAB＝38°
△PDC で，三角形の内角と外角の性質より，
$\angle x=47°+38°=85°$

(2) 直径があるとき，適当な弦をひいて，直角をつくる。

弦 AC をひくと，AB は直径だから，
∠ACB＝90°
$\overset{\frown}{DA}$ に対する円周角は等しいから，
∠DCA＝∠DBA＝17°
よって，$\angle x=$∠DCA＋∠ACB
＝17°＋90°＝107°

(3) 弦があるとき，弦の両端(りょうたん)を通る 2 つの半径をひくと，二等辺三角形ができる。

半径 CO をひくと，OA＝OC より，
$\angle$OCA＝32°　だから，
$\angle$AOC＝180°－(32°×2)＝116°
よって，$\angle x=\dfrac{1}{2}\angle$AOC＝$\dfrac{1}{2}$×116°＝58°

(4)　$\angle$ACB＝$\dfrac{1}{2}\angle$AOB＝$\dfrac{1}{2}$×50°＝25°
また，AO∥BC より，錯角は等しいから，
$\angle$PBC＝$\angle$AOB＝50°
△PBC で，三角形の内角と外角の性質より，
$\angle x$＝25°＋50°＝75°

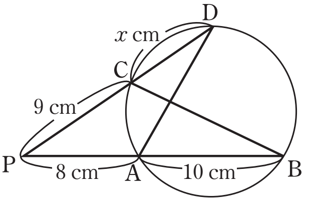
2　中心角の大きさは，弧の長さに比例する。

(1)　弦 AB，半径 OB，OC をひく。
$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ は円周の $\dfrac{1}{5}$ だから，
$\angle$BOC＝$\dfrac{1}{5}$×360°＝72°
$\angle$BAC＝$\dfrac{1}{2}\angle$BOC＝$\dfrac{1}{2}$×72°＝36°
$\overset{\frown}{\mathrm{EA}}=\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ より，$\angle$EBA＝$\angle$BAC＝36°
△ABP で，三角形の内角と外角の性質より，
$\angle x$＝36°＋36°＝72°

(2)　弦 CD，半径 OC，OD をひく。
$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}:\overset{\frown}{\mathrm{DC}}:\overset{\frown}{\mathrm{CB}}$＝4：3：2 より，
$\angle$AOD：$\angle$DOC：$\angle$COB＝4：3：2
だから，$\angle$AOD＝$\dfrac{4}{9}$×180°＝80°
$\angle$ACD＝$\dfrac{1}{2}\angle$AOD＝$\dfrac{1}{2}$×80°＝40°
同様に，$\angle$BDC＝$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{9}$×180°＝20°
△CDP で，三角形の内角と外角の性質より，
$\angle x$＝40°＋20°＝60°

3　仮定より，$\angle$BDC＝$\angle$BEC＝90°
2 点 D，E は直線 BC について同じ側にあり，
$\angle$BDC＝$\angle$BEC だから，4 点 B，C，D，E
は同じ円周上にある。
この円の中心は O で，$\overset{\frown}{\mathrm{DE}}$ に対する**中心角，円周角の関係**から，$\angle$DOE＝2$\angle$DBE
△ABD で，$\angle$DBE＝180°－(90°＋58°)＝32°
だから，$\angle$DOE＝2×32°＝64°

5　(2)　△PAD ∽△PCB より，
PA：PC＝PD：PB



CD＝x cm とすると，
8：9＝(9＋x)：(8＋10)
9(9＋x)＝8×18　　81＋9x＝144
9x＝63　　x＝7　　よって，CD＝7 cm

6　△ABD と△AEB で，
共通な角だから，$\angle$BAD＝$\angle$EAB　……①
$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ に対する円周角は等しいから，
$\angle$ADB＝$\angle$ACB　……②
AB＝AC より，$\angle$ABE＝$\angle$ACB　……③
②，③から，$\angle$ADB＝$\angle$ABE　……④
①，④から，2 組の角が，それぞれ等しいので，△ABD ∽△AEB

7　△ACD と△AEF で，
仮定より，CD＝EF　……①
仮定より，$\angle$ACD＝$\angle$BCD
BC∥ℓ だから，錯角は等しいので，
$\angle$BCD＝$\angle$AEF
よって，$\angle$ACD＝$\angle$AEF　……②
△ACE は，$\angle$ACE＝$\angle$AEC より，
2 角が等しいから，二等辺三角形になるので，
AC＝AE　……③
①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ACD≡△AEF
合同な図形では，対応する辺はそれぞれ等しいので，AD＝AF
よって，△ADF は二等辺三角形だから，
$\angle$AFD＝$\angle$ADF

入試につながる

・角の大きさを求める問題は小問として出題される場合もあるので，手際よく解きましょう。
・合同や相似の総合問題では，証明だけでなく，相似比や三平方の定理を利用する小問へ発展することが多いので，円の性質の基本は，理解しておきましょう。

第14回 三平方の定理

本冊 p.56~59

ステップ1

問1 (1) $x=10$ (2) $x=3\sqrt{5}$

問2 $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{6}$, $z=2\sqrt{2}$

問3 $4\sqrt{14}$ cm

問4 $7\sqrt{2}$ cm

解説

問1 (1) $8^2+6^2=x^2$　$64+36=x^2$

$x^2=100$　$x>0$ だから，$\underline{x=10}$

(2) $x^2+6^2=9^2$　$x^2+36=81$

$x^2=45$　$x>0$ だから，$\underline{x=3\sqrt{5}}$

問2 △ABC で，∠BCA$=90°$，∠ABC$=45°$

だから，$x:2=1:\sqrt{2}$　よって，$\underline{x=\sqrt{2}}$

また，AC$=\sqrt{2}$

△ACD で，∠ACD$=90°$，∠ADC$=30°$

だから，$\sqrt{2}:y=1:\sqrt{3}$　よって，$\underline{y=\sqrt{6}}$

$\sqrt{2}:z=1:2$　よって，$\underline{z=2\sqrt{2}}$

問3 中心 O から，弦(げん) AB へ垂線 OH をひくと，H は AB の中点だから，AB$=2$AH

△OAH で，AH$^2+$OH$^2=$OA^2

AH$^2+5^2=9^2$　AH$^2=81-25=56$

AH>0 だから，AH$=2\sqrt{14}$ cm

よって，AB$=2\times2\sqrt{14}=\underline{4\sqrt{14}\text{ (cm)}}$

問4 辺 AE⊥面 EFGH だから，AE⊥EG

△AEG で，AG$^2=$AE$^2+$**EG**^{2}

△EFG で，**EG**$^2=$EF$^2+$FG^2

よって，AG$^2=$AE$^2+$EF$^2+$FG^2 より，

AG$^2=8^2+5^2+3^2=98$

AG>0 だから，AG$=\sqrt{98}=\underline{7\sqrt{2}\text{ (cm)}}$

ステップ2

1 (1) $3\sqrt{5}$ cm (2) $4\sqrt{11}$ cm

2 (1) $4\sqrt{6}$ cm

(2) ∠A$=90°$ の直角二等辺三角形

3 $6\sqrt{21}$ cm^2

4 $8+4\sqrt{3}$ (cm^2)

5 (1) $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi$ cm^3 (2) $6\sqrt{3}$ cm

6 (1) $3\sqrt{6}$ cm (2) $36+36\sqrt{5}$ (cm^2)

7 $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$ cm

解説

1 残りの辺の長さを x cm とする。

(1) $3^2+6^2=x^2$　$x^2=9+36$　$x^2=45$

$x>0$ だから，$x=3\sqrt{5}$　$\underline{3\sqrt{5}\text{ cm}}$

(2) $x^2+7^2=15^2$　$x^2=225-49$　$x^2=176$

$x>0$ だから，$x=4\sqrt{11}$　$\underline{4\sqrt{11}\text{ cm}}$

2 (1) 半径 OA をひく。

△OPA で，∠OAP$=90°$ だから，

三平方の定理より，AP$^2+$OA$^2=$OP^2

AP$^2+5^2=11^2$　AP$^2=121-25=96$

AP>0 より，AP$=\underline{4\sqrt{6}\text{ cm}}$

(2) 次の図のように，軸(じく)に平行な 2 辺をもつ直角三角形をつくる。

△ADB で，BD$=3-(-2)=5$，

AD$=4-2=2$ だから，

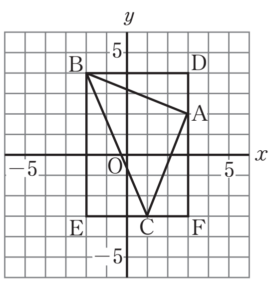
AB$^2=$BD$^2+$AD^2　AB$^2=5^2+2^2=29$

同様に，△BEC で，BC$^2=3^2+7^2=58$

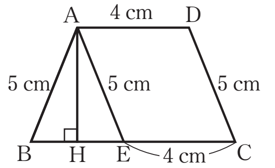
△CFA で，CA$^2=2^2+5^2=29$

よって，AB$=$CA，AB$^2+$CA$^2=$BC^2 より，

△ABC は，$\underline{\text{∠A}=90°\text{ の直角二等辺三角形}}$



3 右の図のように，A を通り DC に平行な直線と BC の交点を E とすると，四角形 AECD は平行四辺形となり，AE$=5$ cm，EC$=4$ cm である。



A から BE に垂線 AH をひくと，H は BE の中点で，BH＝(8－4)÷2＝2(cm)

△AHB で，三平方の定理より，

$AH^2+BH^2=AB^2$　　$AH^2+2^2=5^2$

$AH^2=25-4=21$　　AH>0 より，AH＝$\sqrt{21}$ cm

よって，台形 ABCD の面積は，

$\frac{1}{2}\times(4+8)\times\sqrt{21}=\underline{6\sqrt{21}\,(\text{cm}^2)}$

4 対角線 BD をひく。△ABD は直角二等辺三角形だから，AD：BD＝1：$\sqrt{2}$ より，

4：BD＝1：$\sqrt{2}$　　BD＝$4\sqrt{2}$ (cm)

△BCD で，∠BCD＝90°，∠DBC＝30° だから，

DB：BC＝2：$\sqrt{3}$ より，$4\sqrt{2}$：BC＝2：$\sqrt{3}$

2BC＝$4\sqrt{6}$　　BC＝$2\sqrt{6}$ (cm)

DB：DC＝2：1 より，$4\sqrt{2}$：DC＝2：1

2DC＝$4\sqrt{2}$　　DC＝$2\sqrt{2}$ (cm)

よって，四角形 ABCD の面積は，

$\frac{1}{2}\times4\times4+\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times2\sqrt{2}=\underline{8+4\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)}$

5 (1) 底面の円周上に点 B をとり，頂点 O から垂線 OC をひくと，△OBC で，

$OB^2=BC^2+OC^2$　　$6^2=2^2+OC^2$

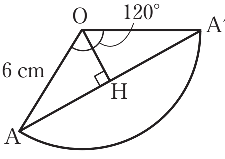
$OC^2=36-4=32$

OC>0 だから，OC＝$4\sqrt{2}$ cm

よって，体積は，

$\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times4\sqrt{2}=\underline{\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi(\text{cm}^3)}$

(2) **側面の展開図は，おうぎ形で，**その中心角を x° とすると，



(2×π×2)：(2×π×6)＝x：360

4π：12π＝x：360　　x＝120

線分 AA′の長さが，最短の糸の長さになる。中心 O から AA′に垂線 OH をひくと，H は AA′の中点だから，AA′＝2AH

△OAH で，∠OHA＝90°，∠AOH＝60° だから，6：AH＝2：$\sqrt{3}$

AH＝$3\sqrt{3}$ (cm)

AA′＝2×$3\sqrt{3}$＝$\underline{6\sqrt{3}\,(\text{cm})}$

6 (1) △ABC で，AC：6＝$\sqrt{2}$：1 より，

AC＝$6\sqrt{2}$ (cm) よって，AH＝$3\sqrt{2}$ cm

△OAH で，三平方の定理より，

$OA^2=AH^2+OH^2$

$OA^2=(3\sqrt{2})^2+6^2=54$

OA>0 だから，OA＝$\underline{3\sqrt{6}\text{ cm}}$

(2) △OAB で，O から辺 AB に垂線 OE をひく。△OAE で，三平方の定理より，

$AE^2+OE^2=OA^2$　　$OE^2=54-9=45$

OE>0 だから，OE＝$3\sqrt{5}$ cm

△OAB＝$\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{5}=9\sqrt{5}\,(\text{cm}^2)$

よって，正四角錐(すい) OABCD の表面積は，

$6\times6+9\sqrt{5}\times4=\underline{36+36\sqrt{5}\,(\text{cm}^2)}$

7 この立方体の 1 辺の長さは 10 cm になるから，△EFG で，EG：10＝$\sqrt{2}$：1 より，

EG＝$10\sqrt{2}$ (cm)

同様に，DE＝DG＝$10\sqrt{2}$ (cm)

D から辺 EG に垂線 DI をひく。

EI＝$5\sqrt{2}$ cm だから，

△DEI で，EI：DI＝1：$\sqrt{3}$ より，

$5\sqrt{2}$：DI＝1：$\sqrt{3}$　　DI＝$5\sqrt{6}$ (cm)

△DEG＝$\frac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times5\sqrt{6}=50\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

三角錐 H－DEG の体積は，△EHG を底面として考えると，高さは DH だから，

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times10\times10\right)\times10=\frac{500}{3}\,(\text{cm}^3)$

△DEG を底面，高さを h として考えると，

$\frac{1}{3}\times50\sqrt{3}\times h=\frac{500}{3}$ だから，

$\frac{50\sqrt{3}}{3}h=\frac{500}{3}$　　$h=\underline{\frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm})}$

入試につながる

・自分で垂線をひいて直角三角形をつくり出さなければならない場合もあります。

・三平方の定理は面積や体積の計算に直結します。相似と融合(ゆうごう)した出題も多く，線分の長さを三平方の定理だけでなく相似比を利用して求める場合もあり，図形の柔軟(じゅうなん)な見方が必要となります。

第15回 データの活用，確率，四分位数と箱ひげ図，標本調査

本冊 p.60〜65

ステップ1

問1 ウ

問2 範囲　5点
中央値　6.5点
最頻値　8点

問3 $\frac{2}{5}$

問4 0.9秒

問5 イ

問6 およそ64匹

解説

問1 $\frac{2}{30}+\frac{6}{30}+\frac{10}{30}+\frac{8}{30}$

$=\frac{13}{15}=0.866\cdots$

よって，約87%（ウ）

問2 データを値が小さい順に並べると，
4，5，5，5，5，6，6，6，6，6，
7，7，7，8，8，8，8，8，8，9
範囲は，最大値と最小値の差だから，
9−4＝5（点）
中央値は，10番目と11番目の平均値だから，
$\frac{6+7}{2}=6.5$（点）
最頻値は，もっとも頻繁にあらわれる値だから，8点

問3 赤玉2個を①②，白玉3個を③④⑤として区別すると，玉の取り出し方は，次のように10通りある。

{①，②}　{①，③}　{①，④}　{①，⑤}
{②，③}　{②，④}　{②，⑤}
{③，④}　{③，⑤}
{④，⑤}

2個とも同じ色の玉であるのは，下線をつけた4通りであるから，確率は，
$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

問4 四分位範囲は，第3四分位数と第1四分位数の差だから，
8.7−7.8＝0.9（秒）

問5 箱ひげ図より，最大値は28分であるから，調べた生徒は全員，30分未満で通学できるとわかる。
箱ひげ図からは平均値は読みとれないので，アは正しいとはいえない。
また，中央値が16分，第3四分位数が20分であるから，通学時間が16分以上の生徒は半数以上いるが，20分以上の生徒は半数に満たないので，ウは正しいとはいえない。

問6 池の中のめだかの総数を，およそx匹とすると，
$x:20=16:5$
これを解いて，$x=64$
よって，およそ64匹

ステップ2

1 (1)㋐ 4　㋑ 2
(2) 21.6 m　(3) 22.4 m　(4) 92%

2 (1) $\frac{3}{10}$　(2) $\frac{1}{2}$　(3) $\frac{1}{5}$

3 (1) $\frac{2}{9}$　(2) $\frac{1}{3}$

4 $\frac{2}{5}$

5 (1) 国語　(2) 英語

6 ウ

7 およそ400個

8 $\frac{7}{36}$

解説

1 (1) 表1から，26.0 m未満のものを／などで消すと，残ったデータの値は，
28.8，27.2，30.0，32.5，26.3，29.4
よって，26.0 m以上30.0 m未満の階級の度数は4人，30.0 m以上34.0 m未満の階級の度数は2人である。

(2) 中央値は，データの個数が25だから，

データの値を小さい順に並べたときの 13 番目の値。
表 2 から，中央値は 22.0 m 未満のうちの最大の値とわかるので，21.6 m

(3) (階級値 × 度数)の合計は，

$16.0\times5+20.0\times8+24.0\times6+28.0\times4$
$+32.0\times2=560.0$

よって，平均値は，$560.0\div25=22.4$(m)

(4) 記録が 30 m 未満の生徒は
$5+8+6+4=23$(人) いるので，

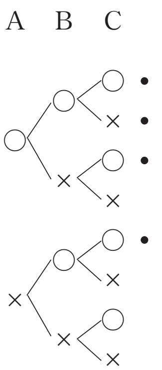
$\dfrac{23}{25}\times100=92$(%)

2 (1) 20 枚から 1 枚ひくから，カードのひき方は全部で 20 通り。
20 の約数は，
1，2，4，5，10，20
の 6 通り。

よって，確率は，$\dfrac{6}{20}=\dfrac{3}{10}$

(2) 3 枚の硬貨(こうか)を A，B，C と区別し，表を○，裏を × で表すと，表裏の出かたは右のように 8 通りあり，このうち，少なくとも 2 枚は表が出る場合は • をつけた 4 通りある。
よって，確率は，

$\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$



(3) できる整数は，次の 20 通りある。

12 13 14 15 　 21 23 24 25
31 32 34 35 　 41 42 43 45
51 52 53 54

このうち，6 の倍数は下線をつけた 4 通り。

よって，確率は，$\dfrac{4}{20}=\dfrac{1}{5}$

3 (1) 2 つのさいころを区別すると，目の出かたは 36 通り。
出る目の数の積が 20 以上になるのは，次の表で○をつけた 8 通り。

大＼小	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4					○	○
5				○	○	○
6				○	○	○

よって，確率は，$\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$

(2) 2 つのさいころを区別すると，目の出かたは 36 通り。

$\dfrac{a+b}{3}$ が整数になるのは $a+b$ が 3 の倍数のときだから，下の表で○をつけた 12 通り。

a＼b	1	2	3	4	5	6
1		○			○	
2	○			○		
3			○			○
4		○			○	
5	○			○		
6			○			○

よって，確率は，$\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

4 3 個ある②を 2_1，2_2，2_3 と区別すると，玉の取り出し方は，次のように 10 通りある。

$\{1,\ 2_1\}$ $\{1,\ 2_2\}$ $\{1,\ 2_3\}$ $\underline{\{1,\ 3\}}$ $\underline{\{2_1,\ 2_2\}}$
$\underline{\{2_1,\ 2_3\}}$ $\{2_1,\ 3\}$ $\underline{\{2_2,\ 2_3\}}$ $\{2_2,\ 3\}$ $\{2_3,\ 3\}$

和が 4 になるのは，下線をつけた 4 通り。

よって，確率は，$\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$

5 (1) 得点の幅(はば)とは，範囲のことである。
国語の得点分布を表した箱ひげ図において，最小値は 35 点，最大値は 95 点より，
範囲は，$95-35=60$(点)
数学の得点分布を表した箱ひげ図において，最小値は 20 点，最大値は 100 点より，範囲は，$100-20=80$(点)
英語の得点分布を表した箱ひげ図において，最小値は 35 点，最大値は 100 点より，範囲は，$100-35=65$(点)
よって，得点の幅がもっとも小さいのは国語である。

(2) 国語の得点分布を表した箱ひげ図において，第 2 四分位数(中央値)が 60 点，
数学の得点分布を表した箱ひげ図において，第 3 四分位数が 60 点，
英語の得点分布を表した箱ひげ図において，第 1 四分位数が 60 点であることがわかる。
四分位数は，データを値の小さい順に並べて 4 等分したときの区切りの値で，小さい方から第 1 四分位数，第 2 四分位数，第 3 四分位数である。
このことから，第 1 四分位数が 60 点である英語が，60 点以上だった生徒の割合がもっとも多い。

6 A さんの箱ひげ図において，
最大値は 95 点。
B さんの箱ひげ図において，
最大値は 100 点。
よって，A さんは 100 点をとったことがないとわかるので，アは正しいとはいえない。
箱ひげ図からは平均値は読みとれないので，
イは正しいとはいえない。
A さんの箱ひげ図において，
70 点は第 2 四分位数(中央値)。
B さんの箱ひげ図において，
70 点は第 1 四分位数と第 2 四分位数の間。
これより，A さんの方が B さんより，70 点以下だった回数が多いことがわかるので，
ウは正しいといえる。
A さんの箱ひげ図において，
80 点は第 3 四分位数。
B さんの箱ひげ図において，
80 点は第 2 四分位数。
これより，B さんの方が A さんより，80 点以上だった回数が多いことがわかるので，
エは正しいとはいえない。

7 300 個のうち 2 個が不良品であったので，不良品の割合は，$\dfrac{2}{300}=\dfrac{1}{150}$ と考えられる。
よって，60000 個の品物には
$60000\times\dfrac{1}{150}=400$ より，
およそ 400 個の不良品があると推定される。
(別解)
不良品の個数をおよそ x 個とすると，
$60000 : x=300 : 2$
これを解いて，$x=400$
よって，およそ 400 個

8 2 つのさいころを区別(a と b)すると，目の出かたは 36 通り。
点 P が頂点 E の位置に移動するには，
出る目の数の和が，4 または 9 になればよい。
出る目の数の和が 4 のとき
下の表で○をつけた 3 通り。
出る目の数の和が 9 のとき
下の表で●をつけた 4 通り。

a＼b	1	2	3	4	5	6
1			○			
2		○				
3	○					●
4					●	
5				●		
6			●			

よって，求める確率は，$\dfrac{3+4}{36}=\dfrac{7}{36}$

入試につながる

・データの活用では，まぎらわしい用語の理解度を確かめる小問がよく出題されます。ひとつひとつきちんとおさえておきましょう。
・確率では，単独の小問での出題のほか，問題独自のルール，操作をもとにして確率を求める大問もあります。
・箱ひげ図では，データの値から箱ひげ図を作成する問題，箱ひげ図からデータの傾向(けいこう)を読みとる問題などがあります。

第1回 高校入試実戦テスト

本冊 p.66~70

1 (1) 30　(2) $\frac{23}{20}a$

(3) $a+7b$　(4) $(x,\ y)=(1,\ -1)$

(5) $n=15$　(6) $\frac{48}{5}\pi$ cm

(7) エ　(8) 5 回

2 (1) イ　(2) $y=\frac{18}{x}$

(3) 大根の分量　50 g　レタスの分量　75 g

3 (1) 63 本　(2) 45 個　(3) 12 番目

4 (1) (a) 8　(b) $y=-x-12$

(2) (a) $y=-\frac{1}{4}x$　(b) $\frac{9}{2}$，8

5 (1) △AEF と△DCE で，

長方形 ABCD だから，

∠EAF＝∠CDE＝90°　……①

∠AEF＝180°－90°－∠DEC

＝90°－∠DEC　……②

△DCE の内角の和は 180° だから，

∠DCE＝180°－90°－∠DEC

＝90°－∠DEC　……③

②，③より，

∠AEF＝∠DCE　……④

①，④から，2 組の角が，それぞれ等しいから，△AEF∽△DCE

(2) $2\sqrt{5}$ cm　(3) $18\sqrt{5}$ cm²

解説

1 (1) $4^2-(-7)\times2=16-(-14)=\underline{30}$

(2) $\frac{7}{4}a-\frac{3}{5}a=\frac{35}{20}a-\frac{12}{20}a=\underline{\frac{23}{20}a}$

(3) $3(a+2b)-(2a-b)=3a+6b-2a+b$

$=\underline{a+7b}$

(4) $\begin{cases}5x-4y=9 & \cdots\cdots① \\ 2x-3y=5 & \cdots\cdots②\end{cases}$

①×2－②×5

$$\begin{array}{rr} & 10x-\ \ 8y=18 \\ -) & 10x-15y=25 \\ \hline & 7y=-7 \\ & y=-1 \end{array}$$

$y=-1$ を①に代入して，

$5x+4=9$　　$x=1$

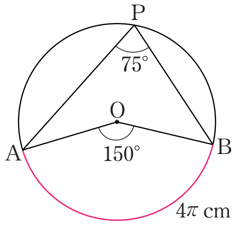
よって，$\underline{(x,\ y)=(1,\ -1)}$

(5) 自然数になるためには，$\sqrt{\ }$ の中がある数の 2 乗になればよい。

$\sqrt{540}=\sqrt{2^2\times3^2\times3\times5}$　より，

$\sqrt{\frac{540}{n}}$ が自然数となる最も小さい自然数 n は，$\underline{n=15}$

(6) $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角が ∠APB＝75° より，$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角は ∠AOB＝150° となる。



おうぎ形 AOB において，弧の長さ 4π cm，中心角 150°，円 O の周の長さを ℓ cm とすると，

$4\pi : \ell=150 : 360$

$150\ell=1440\pi$　　$\ell=\underline{\frac{48}{5}\pi\text{(cm)}}$

（別解）

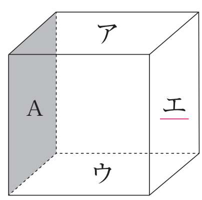
中心角が 150° だから，半径を r cm とすると，

$2\pi r\times\frac{150}{360}=4\pi$　　$r=\frac{24}{5}$

よって，円 O の周の長さは，

$2\pi\times\frac{24}{5}=\underline{\frac{48}{5}\pi\text{(cm)}}$

(7) 立方体の向かい合う面は平行である。



(8) シュートをしたときの成功した回数を小さい順に並べると，

2，3，④，5，5，| 6，| 7，8，⑨，9，10

このデータの第 1 四分位数は　4 回

第 2 四分位数は　6 回

第 3 四分位数は　9 回

四分位範囲＝第 3 四分位数－第 1 四分位数で求められるから，9－4＝5(回)

2 (1) **等式の性質**

A＝B ならば，

① A＋C＝B＋C

② A－C＝B－C

③ A×C＝B×C

④ A÷C＝B÷C　(C≠0)

$\dfrac{3a-5}{2}=b$　……①

①の両辺に 2 をかけると，

$\dfrac{3a-5}{2}\times 2=b\times 2$

$3a-5=2b$　……②

②の両辺に 5 をたすと，

$3a-5+5=2b+5$

$3a=2b+5$　……③

③の両辺を 3 でわると，

$\dfrac{3a}{3}=\dfrac{2b+5}{3}$

$a=\dfrac{2b+5}{3}$　……④

(2) 比例定数を a とすると，$y=\dfrac{a}{x}$

点 (3，6) を通るから，

$x=3$，$y=6$ を代入すると，

$6=\dfrac{a}{3}$　　$a=18$

よって，$y=\dfrac{18}{x}$

(3) 量についての関係式をつくると，

$x+y+50=175$

100 g あたりのエネルギーについての関係式をつくると，

$\dfrac{18}{100}x+\dfrac{12}{100}y+\dfrac{30}{100}\times 50=33$

よって，

$\begin{cases} x+y+50=175 & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{18}{100}x+\dfrac{12}{100}y+\dfrac{30}{100}\times 50=33 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①より，$x+y=125$　……①′

②×100 より，$18x+12y+1500=3300$

$18x+12y=1800$

両辺を 6 でわって，

$3x+2y=300$　……②′

②′－①′×2

$$\begin{array}{rr} & 3x+2y=300 \\ -) & 2x+2y=250 \\ \hline & x\qquad=50 \end{array}$$

$x=50$ を①′に代入して，

$50+y=125$

$y=75$

この解は問題にあっている。

よって，大根の分量 50 g　レタスの分量 75 g

(別解)代入法で解くこともできる。

①より，$x=125-y$　……①′

②×100 より，$18x+12y+1500=3300$

$18x+12y=1800$

両辺を 6 でわって，

$3x+2y=300$　……②′

①′を②′に代入して，

$3(125-y)+2y=300$

$375-3y+2y=300$

$-y=-75$

$y=75$

$y=75$ を①′に代入して，

$x=125-75=50$

この解は問題にあっている。

よって，大根の分量 50 g　レタスの分量 75 g

3 規則性を見つけて，使う棒の総数や 1 番目の形の正三角形が何個使われているかを考える。

(1) 1 番目の正三角形が，2 番目，3 番目，4 番目… ではそれぞれ何個ずつあるかを考えると，下の表のようになる。

番目	1	2	3	4	…
個数	1	3	6	10	…

2　3　4

これより，6 番目の図形は，

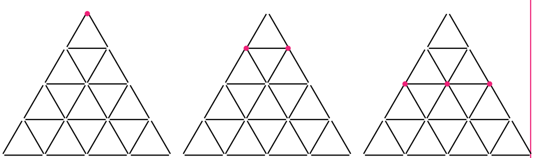
$1+2+3+4+5+6=21$

で，21 個の正三角形があることがわかる。
1 つの正三角形について棒は 3 本必要だから，6 番目の図形に使う棒の総数は，

$21\times3=\underline{63}$(本)

(2) 2 番目の図形の 1 つの頂点の個数を考えると，2 番目の図形が何個ふくまれているかがわかりやすい。

〈4 番目の図形の場合〉



1 段目　　2 段目　　3 段目

頂点の個数は，$1+2+3=6$(個)
同じように考えて，10 番目の図形のときの，頂点の個数は，

$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$(個)

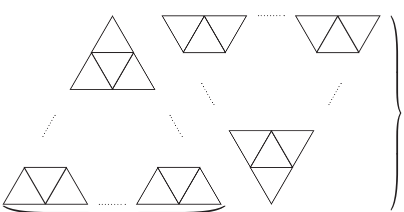
よって，10 番目の図形にふくまれる 2 番目の図形の個数は，<u>45 個</u>である。

(3) 棒の総数が 234 本であることから，1 番目の正三角形は，$234\div3=78$
で，78 個使われていることがわかる。
(1)より，

番目	1	2	3	4	5	…	10	11	12
個数	1	3	6	10	15	…	55	66	78

2　3　4　5　　　11　12

よって，<u>12 番目</u>の図形
(別解)
n 番目とするとき，正三角形の個数は，



$$\frac{1}{2}\times(n+1)\times n=\frac{n(1+n)}{2}\text{(個)}$$

と表される。
よって，棒の総数は，

$\dfrac{n(1+n)}{2}\times3$(本) となる。

したがって，$\dfrac{n(1+n)}{2}\times3=234$

$$n(1+n)=156$$
$$(n+13)(n-12)=0$$
$$n=-13,\ 12$$

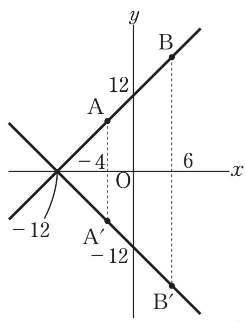
$n>0$ より，$n=-13$ は問題にあわない。
$n=12$ は問題にあっている。
したがって，<u>12 番目</u>

4 (1) (a)点 A は $y=\dfrac{1}{2}x^2$ 上の点だから，

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入して，

$y=\dfrac{1}{2}\times(-4)^2=\underline{8}$

(b) $y=x+12$ のグラフと x 軸(じく)について線(せん)対称(たいしょう)となるグラフは，下のようになる。



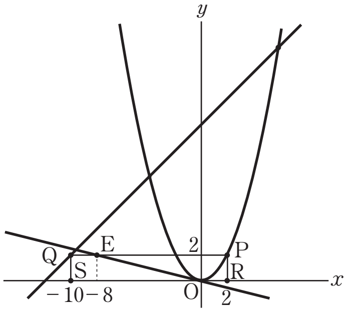
よって，切片 -12，傾(かたむ)き -1 だから，
$\underline{y=-x-12}$

(2) (a)点 P は $y=\dfrac{1}{2}x^2$ 上の点だから，

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $x=2$ を代入して，

$y=\dfrac{1}{2}\times2^2=2$

よって，P(2，2)
Q の y 座標は 2 だから，
$y=x+12$ に $y=2$ を代入して，
$2=x+12$　　$x=-10$
よって，Q$(-10,\ 2)$
長方形 PQSR の面積を 2 等分する直線と線分 QP の交点を E とすると，
長方形 PQSR の面積が半分になるためには，OR=EQ になればよいので，
OR=2 より，E$(-8,\ 2)$



よって，原点と E$(-8,\ 2)$ を通る直線だから，比例定数を a とすると，$y=ax$
$x=-8$，$y=2$ を代入すると，

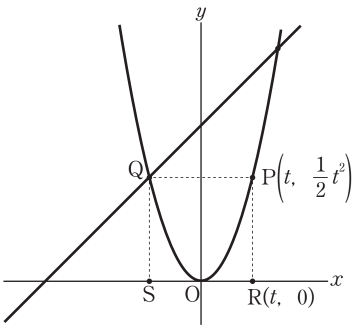
$2=a\times(-8)$　　$a=-\dfrac{1}{4}$

したがって，求める直線の式は，

$y=-\dfrac{1}{4}x$

(b) R の x 座標を t とすると，

$\mathrm{R}(t,\ 0)$，$\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{1}{2}t^2\right)$ と表せる。



このとき，Q の y 座標は $\dfrac{1}{2}t^2$ だから，

$y=x+12$ に $y=\dfrac{1}{2}t^2$ を代入すると，

$\dfrac{1}{2}t^2=x+12$　　$x=\dfrac{1}{2}t^2-12$

よって，$\mathrm{Q}\left(\dfrac{1}{2}t^2-12,\ \dfrac{1}{2}t^2\right)$

長方形 PQSR が正方形になるとき，
PR$=$QP になるので，

$\mathrm{PR}=\dfrac{1}{2}t^2$，$\mathrm{QP}=-\dfrac{1}{2}t^2+t+12$

したがって，$\dfrac{1}{2}t^2=-\dfrac{1}{2}t^2+t+12$

$t^2-t-12=0$

$(t+3)(t-4)=0$　　$t=-3,\ 4$

$t=-3$ のとき，$\mathrm{PR}=\dfrac{1}{2}\times(-3)^2=\dfrac{9}{2}$

$t=4$ のとき，$\mathrm{PR}=\dfrac{1}{2}\times4^2=8$

5

証明のしくみ

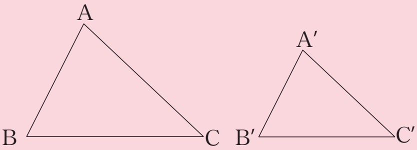
①仮定から出発し，
②すでに正しいと認められたことがらを根拠（こんきょ）として，
③結論を導く。

(1) 相似を証明したい 2 つの三角形に注目する。次に，仮定やすでに正しいと認められたことがらで，三角形の相似条件にあてはまる等しい辺の比や角を見つける。

三角形の相似条件

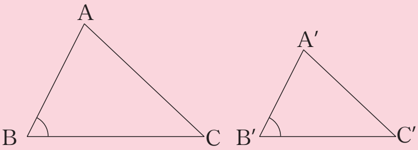
2 つの三角形は，次のそれぞれの場合に相似である。

① 3 組の辺の比が，すべて等しいとき



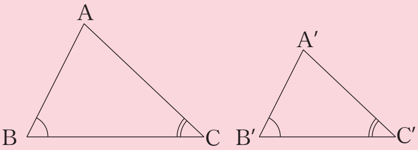
AB : A′B′ = BC : B′C′ = CA : C′A′

② 2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいとき



AB : A′B′ = BC : B′C′　∠B = ∠B′

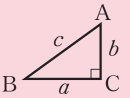
③ 2 組の角が，それぞれ等しいとき



∠B = ∠B′　∠C = ∠C′

(2) **三平方の定理**

直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a，b，斜辺の長さを c とする



$a^2+b^2=c^2$

AF＝4 cm だから，FB＝6 cm

折り返したので，FE＝FB＝6 cm

△AEF で，三平方の定理より，

$$AE^2+AF^2=EF^2$$
$$AE^2+4^2=6^2$$
$$AE^2=36-16=20$$

AE＞0 だから，AE＝ $2\sqrt{5}$ cm

(3) BC＝EC＝AD＝x cm とすると，

AE＝$2\sqrt{5}$ cm だから，

ED＝$x-2\sqrt{5}$ (cm)

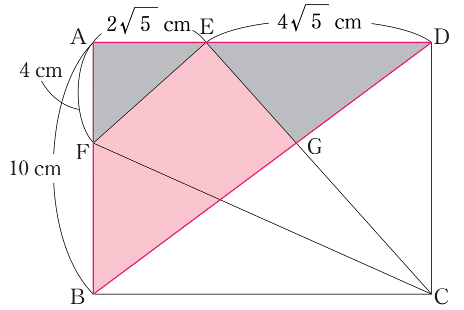
△DEC で，三平方の定理より，

$$DC^2+DE^2=CE^2$$
$$10^2+(x-2\sqrt{5})^2=x^2$$
$$100+x^2-4\sqrt{5}\,x+20=x^2$$
$$-4\sqrt{5}\,x=-120$$
$$x=\frac{120}{4\sqrt{5}}=6\sqrt{5}$$

よって，BC＝EC＝AD＝$6\sqrt{5}$ cm

したがって，ED＝AD－AE

$$=6\sqrt{5}-2\sqrt{5}$$
$$=4\sqrt{5}\ (\text{cm})$$



四角形 BGEF の面積は，△ABD から△AEF と△DEG の面積をひけばよい。

$$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times10\times6\sqrt{5}=30\sqrt{5}\ (\text{cm}^2)$$

$$\triangle AEF=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times4=4\sqrt{5}\ (\text{cm}^2)$$

△GBC∽△GDE で，

BC：DE＝GB：GD＝3：2

△BDA で，

BG：GD＝BF：FA＝3：2

線分の比と平行線の関係より，

FG∥AD

だから，△DEG の高さは 4 cm となる。

$$\triangle DEG=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}\ (\text{cm}^2)$$

よって，

四角形 BGEF

＝△ABD－(△AEF＋△DEG)

＝$30\sqrt{5}-(4\sqrt{5}+8\sqrt{5})$

＝ $18\sqrt{5}\,(\text{cm}^2)$

入試につながる

- 式の計算では，かっこの前のマイナスには注意し，確実に解けるようにしましょう。
- 関数 $y=ax^2$ は，よく一次関数との総合問題として出題されます。それぞれの関数の特徴を理解しておきましょう。
- 相似では，証明するだけでなく，そこから発展させることが多いです。相似な図形の相似比の関係を覚えておきましょう。

第2回 高校入試実戦テスト

本冊 p.71〜75

1 (1) -41　(2) $-\dfrac{6y^2}{x}$

(3) $(a+2b-1)(a+2b+2)$

(4) $3\sqrt{2}$　(5) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$

(6) $108\pi\ \text{cm}^2$　(7) ウ

(8) およそ 90 個

2 (1)① $\dfrac{8}{25}$　② $\dfrac{21}{25}$

(2)① 35°　② 4 cm

(3)① $\begin{cases} x+y=18 \\ 25x+35y=530 \end{cases}$

② $x=10$，$y=8$

3 (1) 2 点 B，C の間の距離（きょり）　12

点 A と直線 BC との距離　8

(2) $y=\dfrac{23}{25}x-\dfrac{23}{5}$

4 (1) $36\ \text{cm}^2$　(2) $\sqrt{22}\ \text{cm}^2$

5 (1) 3

(2)ア　12　イ　7　ウ　n^2

エ　n^2+2n　オ　$2n+1$

(3) 19 枚　(4) 65

6 (1) 55°　(2) $\dfrac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$ (cm^2)

(3) △DAC と△FCA で，

直径に対する円周角だから，

∠ADC＝∠CFA＝90°　……①

共通な辺だから，AC＝CA　……②

AC∥DF より，錯角（さっかく）は等しいから，

∠ACD＝∠CDF　……③

$\overset{\frown}{\text{CF}}$ に対する円周角は等しいから，

∠CDF＝∠CAF　……④

③，④より，

∠ACD＝∠CAF　……⑤

①，②，⑤から，直角三角形の斜辺（しゃへん）と 1 つの鋭角（えいかく）が，それぞれ等しいので，△DAC≡△FCA

合同な図形では，対応する辺はそれぞれ等しいので，AF＝CD

解説

1 (1)　$9\div\left(-\dfrac{1}{5}\right)+4$

$=9\times(-5)+4$

$=-45+4$

$=\underline{-41}$

(2)　$3xy^2\div(-2x^2y)\times4y$

$=-\dfrac{3xy^2\times4y}{2x^2y}$

$=\underline{-\dfrac{6y^2}{x}}$

(3)　$(a+2b)^2+a+2b-2$

$a+2b=M$ とおくと，

M^2+M-2

$=(M-1)(M+2)$

よって，M をもとにもどすと，

$\underline{(a+2b-1)(a+2b+2)}$

(4)　$\dfrac{10}{\sqrt{2}}-\sqrt{8}$

$=\dfrac{10\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\sqrt{2^2\times2}$

$=5\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=\underline{3\sqrt{2}}$

(5)

二次方程式の解の公式

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は，

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$2x^2+3x-1=0$

解の公式で，$a=2$，$b=3$，$c=-1$ の場合。

$\underline{x}=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$

$\underline{=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{4}}$

(6)　半球の曲面部分の面積は，

$4\times\pi\times6^2\times\dfrac{1}{2}=72\pi\ (\text{cm}^2)$

底面の円の面積は，

$\pi\times6^2=36\pi(\text{cm}^2)$

よって，$72\pi+36\pi=\underline{108\pi}(\mathrm{cm}^2)$

(7) 平均値は，

$$\frac{1\times1+2\times2+3\times3+4\times4+5\times6+6\times3+7\times1}{20}$$

$=\dfrac{85}{20}=4.25$(冊)

中央値は，データの数が 20 より，10 番目と 11 番目のデータの平均値である。

グラフより，10 番目の人は 4 冊，11 番目の人は 5 冊であるので，

$\dfrac{4+5}{2}=4.5$(冊)

最頻値(さいひんち)は 5 冊

よって，平均値・中央値・最頻値のうち最も値(あたい)が大きいのは最頻値(<u>ウ</u>)である。

(8) 不良品がふくまれる割合は $\dfrac{2}{100}$ と考えられる。よって，工場で作られた製品のうち，不良品は，$4500\times\dfrac{2}{100}=90$

<u>およそ 90 個</u>と推定できる。

2 (1) ①

a \ b	1	2	3	4	5
1					
2					
3				○	○
4			○	○	○
5			○	○	○

玉の取り出し方は，表から 25 通り。

a と b の積が 12 以上になるのは，

上の表で○をつけた 8 通り。

よって，求める確率は，$\underline{\dfrac{8}{25}}$

②

a \ b	1	2	3	4	5
1					
2		○		○	
3					
4		○		○	
5					

玉の取り出し方は，表から 25 通り。

a，b が 2 つとも偶数(ぐうすう)であるのは，

上の表で○をつけた 4 通りなので，

その確率は，$\dfrac{4}{25}$

よって，a と b のうち，少なくとも一方は奇数(きすう)である確率は，$1-\dfrac{4}{25}=\underline{\dfrac{21}{25}}$

(2) ① AP∥DC より，錯角は等しいから，

∠CAP＝∠ACD＝<u>35°</u>

平行線の性質

2 つの直線に 1 つの直線が交わるとき，次のことが成り立つ。

・2 つの直線が平行ならば，同位角は等しい。

・2 つの直線が平行ならば，錯角は等しい。

② AP∥DC より，同位角は等しいから，

∠BAP＝∠ADC

仮定より，∠BAP＝∠CAP

①より，∠CAP＝∠ACD だから，

∠ACD＝∠ADC

よって，2 角が等しいから，△ACD は二等辺三角形で，AD＝AC＝<u>4 cm</u>

(3) ①表を埋(う)めると下のようになる。

階級(m) 以上　未満	度数(人)	(階級値)×(度数)
0～10	0	0
10～20	8	120
20～30	x	25×x
30～40	y	35×y
40～50	2	90
50～60	4	220
計	32	30×32

度数についての関係式をつくると，

$8+x+y+2+4=32$

$x+y=18$

(階級値)×(度数)についての関係式をつくると，

$120+25x+35y+90+220=960$

$25x+35y=530$

よって，

$$\underline{\begin{cases} x+y=18 & \cdots\cdots(\mathrm{i}) \\ 25x+35y=530 & \cdots\cdots(\mathrm{ii}) \end{cases}}$$

②(加減法)

(i)×5　$5x+5y=90$　　……(i)′

(ii) ÷5　$5x+7y=106$　……(ii)′

(ii)′ −(i)′

$$\begin{array}{rr} & 5x+7y=106 \\ -) & 5x+5y=90 \\ \hline & 2y=16 \\ & y=8 \end{array}$$

$y=8$ を(i)に代入して，

$x+8=18$

$x=10$

この解は問題にあっている。

よって，$x=10$，$y=8$

（別解）（代入法）

(i)から　$x=18-y$　……(i)′

(ii) ÷5　$5x+7y=106$　……(ii)′

(i)′ を(ii)′ に代入して，

$5(18-y)+7y=106$

$90-5y+7y=106$

$2y=16$

$y=8$

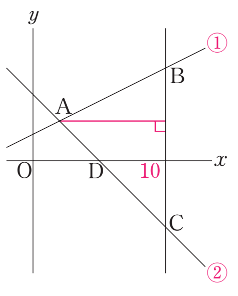
$y=8$ を(i)′ に代入して，

$x=18-8=10$

この解は問題にあっている。

よって，$x=10$，$y=8$

3　(1)



$y=\dfrac{1}{2}x+2$ を①，$y=-x+5$ を②とすると，グラフは上の図のようになる。

点 B は①上の点だから，$x=10$ を①の式に代入すると，$y=\dfrac{1}{2}\times10+2=7$

よって，B(10，7)

点 C は②上の点だから，$x=10$ を②の式に代入すると，$y=-10+5=-5$

よって，C(10，−5)

したがって，2 点 B，C の間の距離は，

$7-(-5)=12$

また，点 A は①，②の交点だから，

①と②を連立方程式とみて解くと，

①を②に代入して，

$\dfrac{1}{2}x+2=-x+5$

$\dfrac{3}{2}x=3$

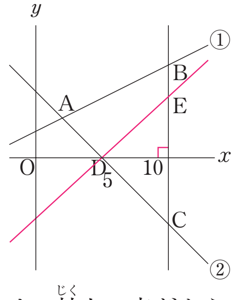
$x=2$

これを②に代入して，$y=-2+5=3$

よって，A(2，3)

点 A と直線 BC との距離は，$10-2=8$

(2)



点 D は x 軸上の点だから，

$y=0$ を②の式に代入して，$x=5$

よって，D(5，0)

点 D を通り△ACB の面積を 2 等分する直線と，$x=10$ の直線との交点を E とする。

△ACB の面積は，$\dfrac{1}{2}\times12\times8=48$

△DCE の面積が 24 になればよいので，

$\dfrac{1}{2}\times\mathrm{CE}\times(10-5)=24$

$\dfrac{5}{2}\mathrm{CE}=24$

$\mathrm{CE}=\dfrac{48}{5}$

よって，E の y 座標は，

$\dfrac{48}{5}-5=\dfrac{23}{5}$ より，E$\left(10,\ \dfrac{23}{5}\right)$

したがって，点 D，E を通る直線の式を求めればよい。

$y=ax+b$ にそれぞれ代入すると，

$0=5a+b$　……③

$\dfrac{23}{5}=10a+b$　……④

③，④を連立方程式とみて解くと，$a=\dfrac{23}{25}$

これを③に代入して，$b=-\dfrac{23}{5}$

よって，求める直線の式は，

$y=\dfrac{23}{25}x-\dfrac{23}{5}$

4 (1) 直角三角形 ABC で，三平方の定理より，

$AC^2=AB^2+BC^2$

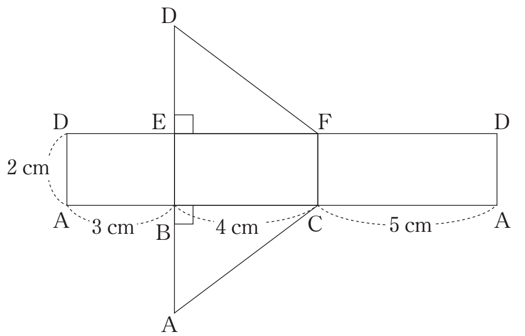
$\quad=9+16=25$

$AC>0$ より，$AC=5$

よって，求める表面積は，

（底面積）×2＋（側面積）

$=\left(\dfrac{1}{2}\times3\times4\right)\times2+\{2\times(3+4+5)\}=36(\mathrm{cm}^2)$



(2) 直角三角形 ABD で，三平方の定理より，

$DB^2=AB^2+AD^2=9+4=13$

$DB>0$ より，$DB=\sqrt{13}$

直角三角形 DEG で，三平方の定理より，

$DG^2=DE^2+EG^2=9+4=13$

$DG>0$ より，$DG=\sqrt{13}$

直角三角形 BEG で，三平方の定理より，

$BG^2=BE^2+EG^2=4+4=8$

$BG>0$ より，$BG=2\sqrt{2}$

よって，△BDG は DB＝DG の二等辺三角形である。

BG の中点を M とすると，

$DM^2=DB^2-BM^2$

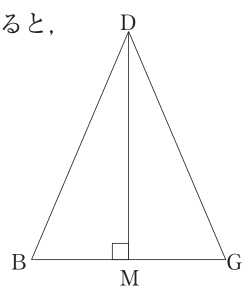
$\quad=13-2$

$\quad=11$

$DM>0$ より，

$DM=\sqrt{11}$

したがって，



$\triangle BDG=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{11}=\sqrt{22}(\mathrm{cm}^2)$

5 (1) 求めるカードの裏の数は，$\sqrt{10}$ の整数部分。

$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$，つまり，

$3<\sqrt{10}<4$ だから，3

(2) $\sqrt{144}<\sqrt{150}<\sqrt{169}$，つまり，

$12<\sqrt{150}<13$ だから，

表の数が 150 であるカードの裏の数は 12

(Ⅰ)裏の数が 12 のとき

表の数が 144 以上になると，裏の数は 12 になるので，$150-144+1=7$（枚）

(Ⅱ)裏の数が 12 未満の自然数のとき

裏の数が n であるカードの表の数のうち，最も小さい数は，n^2 である。また，裏の数が $n+1$ であるカードの表の数のうち，最も小さい数は，$(n+1)^2$ であるから，

$(n+1)^2-1=n^2+2n$ が，裏の数が n であるカードの表の数のうち，最も大きい数となる。

よって，求める枚数は，

$n^2+2n-n^2+1=2n+1$（枚）

(3) $2n+1$ の n に 9 を代入して，

$2\times9+1=19$（枚）

(4) 裏の数 n と，その枚数を表にまとめると下のようになる。

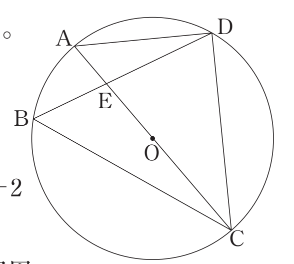
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
枚数	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	7

よって，

$$P=1^3\times2^5\times3^7\times4^9\times5^{11}\times6^{13}\times7^{15}\times8^{17}\times9^{19}\times10^{21}\times11^{23}\times12^7$$
$$=2^5\times3^7\times2^{18}\times5^{11}\times2^{13}\times3^{13}\times7^{15}\times2^{51}\times3^{38}\times2^{21}\times5^{21}\times11^{23}\times2^{14}\times3^7$$
$$=2^{122}\times3^{65}\times5^{32}\times7^{15}\times11^{23}$$

これを 3，3^2，3^3，……，3^{64}，3^{65} で割ると割った数は整数になる。

6 (1) 線分 BC をひく。



△DBC で，

DB＝DC より，

$\angle CBD$

$=(180^\circ-70^\circ)\div2$

$=55^\circ$

$\overset{\frown}{DC}$ に対する円周角は等しいから，

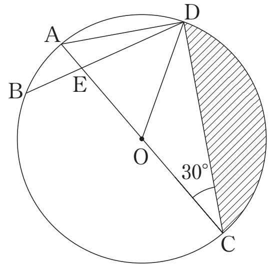
$\angle CAD = \angle CBD = 55°$

円周角の定理

①1つの弧（こ）に対する円周角の大きさは，その弧に対する中心角の大きさの半分である。

②同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。

(2) 半径ODをひく。



△OCDは二等辺三角形だから，

$\angle COD$

$= 180° - 30° \times 2$

$= 120°$

半径2 cm，

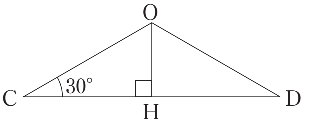
中心角120°のおうぎ形の面積は，

$\pi \times 2^2 \times \dfrac{120}{360} = \dfrac{4}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

次に，

△OCDで，

Oから辺CDに垂線OHをひく。



$\angle OHC = 90°$，$\angle OCH = 30°$ だから，

OC：OH＝2：1より，

2：OH＝2：1

OH＝1 cm

OC：HC＝2：$\sqrt{3}$ より，

2：HC＝2：$\sqrt{3}$

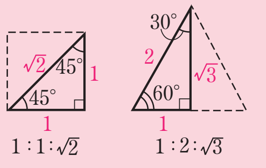
HC＝$\sqrt{3}$ cm

よって，CD＝$2\sqrt{3}$ cm だから，

$\triangle OCD = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

したがって，　の部分の面積は，おうぎ形OCDから△OCDの面積をひけばよいので，$\dfrac{4}{3}\pi - \sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$

特別な直角三角形の3辺の長さの比



(3) 結論がAF＝CD だから，この辺がふくまれる2つの三角形に注目して，合同を証明すればよい。

仮定やすでに正しいと認められたことがらで，三角形の合同条件にあてはまる等しい辺や角を見つける。

また，半円の弧に対する円周角は，直角であることにも注目する。

入試につながる

・$\sqrt{\ }$ をふくむ式の計算では，分母の有理化や乗法の公式を使うことがあるので，きちんと覚えて使えるようにしておきましょう。

・図形に関する問題では，確実な知識が必要です。もう一度，教科書で確認しておきましょう。また，証明は，根拠（こんきょ）を示してから書いていくようにしましょう。

・三平方の定理は，平面図形，空間図形のどちらでも確実に使えるようにしましょう。

・円の問題では，円周角の定理や，弧と円周角の関係についてきちんと答えることができるように，確認しておきましょう。

1 (1) $\dfrac{7}{4}$ (2) $\dfrac{9a+5b}{4}$
(3) $8+4\sqrt{6}$ (4) 40
(5) $x=-3$ (6) $x=\dfrac{8}{5}$
(7) 6 cm (8) 72°

2 (1) $y=100x+3000$
(2) B 店が 500 円安い
(3) 51 枚以上 59 枚以下のとき

3 (1)ア $3a$ イ $4a$ ウ $3b$
(2) x -6 y 4

4 (1)(a) CF (b) BC
(c) 2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しい
(2) 3 cm

5 (1) $\dfrac{2}{9}$ (2) $\dfrac{1}{9}$

6 (1)① 4.8 冊 ② イ (2) イ，ウ

解説

1 (1) $\dfrac{1}{4}+\dfrac{5}{3}\div\dfrac{10}{9}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{5}{3}\times\dfrac{9}{10}$

$=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{2}$

$=\dfrac{1}{4}+\dfrac{6}{4}$

$=\underline{\dfrac{7}{4}}$

(2)

$\dfrac{5a-b}{2}-\dfrac{a-7b}{4}=\dfrac{2(5a-b)-(a-7b)}{4}$

$=\dfrac{10a-2b-a+7b}{4}$

$=\underline{\dfrac{9a+5b}{4}}$

(3) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})+\dfrac{6}{\sqrt{6}}$

$=6+\sqrt{6}+2\sqrt{6}+2+\dfrac{6\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=8+3\sqrt{6}+\sqrt{6}$

$=\underline{8+4\sqrt{6}}$

(4) $ab^2-81a=a(b^2-81)$

$=a(b+9)(b-9)$

この式に，$a=\dfrac{1}{7}$，$b=19$ を代入すると，

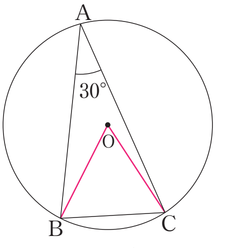
$\dfrac{1}{7}\times(19+9)(19-9)=\dfrac{1}{7}\times28\times10=\underline{40}$

(5) 解の 1 つが -1 であるから，
$x^2-2ax+3=0$ に $x=-1$ を代入すると，
$(-1)^2-2a\times(-1)+3=0$
$1+2a+3=0$
$2a=-4$
$a=-2$
このとき方程式は，$x^2+4x+3=0$
これを解くと，
$(x+1)(x+3)=0$
$x=-1,\ -3$
よって，もう 1 つの解は，$\underline{x=-3}$

(6) △ABC∽△DEF だから，
対応する辺の比はすべて等しいので，
AB：DE＝AC：DF
$5:4=2:x$

$\underline{x=\dfrac{8}{5}}$

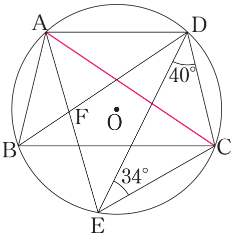
(7)



上の図のように半径 OB，OC をひく。
$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角より，∠BAC＝30°
だから，$\overset{\frown}{BC}$ に対する中心角は，
∠BOC＝2∠BAC＝2×30°＝60°
BO＝CO＝6 cm より，
∠OBC＝∠OCB＝60°
よって，△OBC は正三角形になるので，
BC＝$\underline{6\ \text{cm}}$

正三角形
① 3 つの辺がすべて等しい。
② 3 つの角がすべて等しい。

(8)



上の図のように線分 AC をひく。

$\overset{\frown}{EC}$ に対する円周角は等しいので，

$\angle EDC = \angle EAC = 40°$ ……①

$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいので，

$\angle CED = \angle CBD = \angle CAD = 34°$ ……②

①，②より，

$\angle FAD = \angle EAC + \angle CAD$

$= 40° + 34°$

$= 74°$ ……③

AD // BC より，錯角は等しいから，

$\angle CBD = \angle ADB = 34°$ ……④

③，④より，△AFD で，

$\angle AFD = 180° - (\angle FAD + \angle ADF)$

$= 180° - (74° + 34°)$

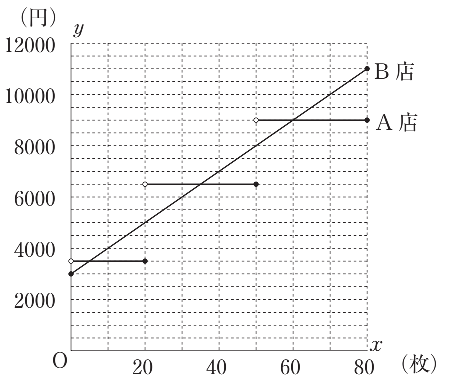
$= 72°$

2 (1) 初期費用として 3000 円かかり，

タオル 1 枚につき 100 円かかるから，

$y = 100x + 3000$

(2)



A 店，B 店をグラフで表すと，上のグラフのようになる。

A 店で 30 枚タオルを作ったとき，

グラフから，6500 円。

B 店で 30 枚タオルを作ったとき，

$y = 100x + 3000$ に $x = 30$ を代入すると，

$y = 100 \times 30 + 3000$

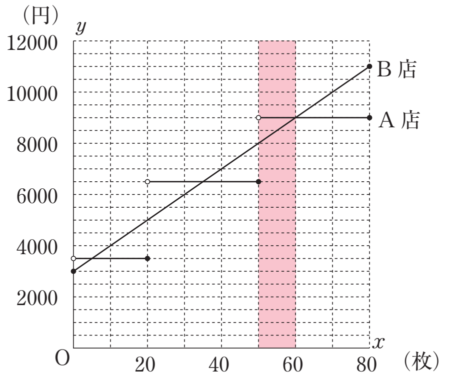
$= 3000 + 3000$

$= 6000$

よって，6000 円。

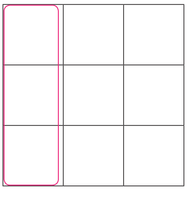
したがって，A 店，B 店でそれぞれタオルを 30 枚作るとき，かかる費用は B 店が 500 円安い。

(3) タオルを作る枚数が 40 枚から 80 枚の間で，A 店よりも B 店のほうが安くなるのは，次のグラフの色をつけた範囲になる。

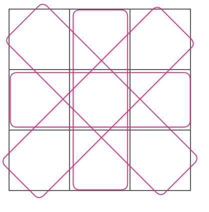


よって，作る枚数が 51 枚以上 59 枚以下のとき，B 店で作るときにかかる費用が A 店で作るときにかかる費用よりも安くなる。

3 (1)

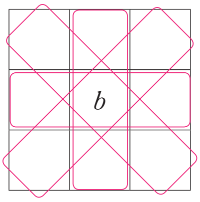


例えば，上の図のような 1 列に並んだ 3 つの数の和を a とすると，9 つのますに入っている数の和は，$3a$……①と表すことができる。



また，上の図のようにます全体の中央のますを通る列は，縦，横，斜め，あわせて 4 列あることがわかる。

よって，これらの列の 3 つの数の和の合計は，$4a$ と表すことができる。



ます全体の中央のますに入っている数を b とすると，9つのますに入っている数の和は，$4a-3b$……②と表すことができる。
よって，①，②より，
$3a=4a-3b$
$a=3b$
したがって，1列に並んだ3つの数の和は，どの列においても，ます全体の中央のますに入っている数の3倍になることがわかる。

(2)

c	x	y
6	b	
-8	2	

中央の数を b，左上の数を c とすると，
$c+x+y=c+6+(-8)$ より，
$x+y=-2$
$x+b+2=y+b+(-8)$ より，
$x-y=-10$

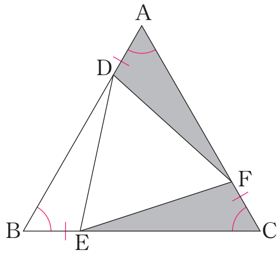
$$\begin{cases} x+y=-2 & \cdots\cdots① \\ x-y=-10 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

①＋②

$$\begin{array}{rr} & x+y=-2 \\ +) & x-y=-10 \\ \hline & 2x\quad=-12 \\ & x=-6 \end{array}$$

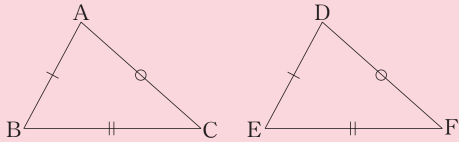
$x=-6$ を①に代入して，
$-6+y=-2$
$y=4$
$(x,\ y)=(-6,\ 4)$
(別解)代入法で解くこともできる。
①を y について解くと，
$y=-2-x$ ……①′
①′ を②に代入すると，
$x-(-2-x)=-10$
$x+2+x=-10$
$2x=-12$
$x=-6$
$x=-6$ を①′ に代入して，
$y=-2-(-6)=4$
$(x,\ y)=(-6,\ 4)$

4 (1)



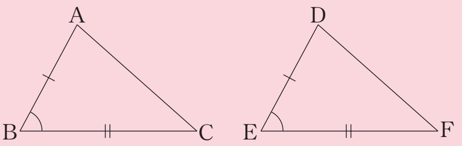
△ADF と△CFE において，
まず，仮定より，
AD＝BE＝CF ……①
よって，AD＝CF ……②
次に，△ABC は正三角形であるから，
内角はすべて等しいので，
∠BAC＝∠ACB＝60°
よって，∠DAF＝∠FCE ……③
さらに，△ABC は正三角形であるから，
3辺の長さはすべて等しいので，
AB＝BC＝CA ……④
①，④より，
AF＝CA−CF＝AB−AD ……⑤
CE＝BC−BE＝AB−AD ……⑥
⑤，⑥より，AF＝CE ……⑦
②，③，⑦より，2組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，
△ADF≡△CFE

三角形の合同条件
2つの三角形は，次のそれぞれの場合に合同である。
① 3組の辺が，それぞれ等しいとき



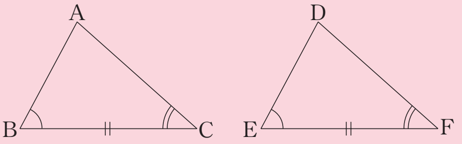
AB＝DE，BC＝EF，CA＝FD

② 2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいとき



AB＝DE，BC＝EF，∠B＝∠E

③ 1 組の辺とその両端(りょうたん)の角が，それぞれ等しいとき



BC＝EF，∠B＝∠E，∠C＝∠F

(2) △ABC：△DEF＝12：7 より，

△ABC：(△FAD＋△DBE＋△ECF)

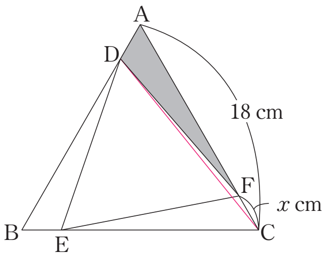
＝12：(12−7)

＝12：5

△FAD と△DBE と△ECF は合同だから，

△ABC：△FAD＝12：$\dfrac{5}{3}$ ＝36：5

よって，△FAD＝$\dfrac{5}{36}$△ABC　　……①



上の図のように FC＝x(cm) とすると，

△DCA で，AF＝18−x(cm)

だから，高さが等しいので，

△DCA：△FAD＝18：(18−x) より，

18×△FAD＝(18−x)×△DCA

△FAD＝$\dfrac{18-x}{18}$△DCA　……②

△CAB で，AD＝x cm，

DB＝18−x(cm) だから，

高さが等しいので，

△CAB：△DCA＝18：x より，

18×△DCA＝x×△CAB

△DCA＝$\dfrac{x}{18}$△CAB　……③

②，③より，

△FAD＝$\dfrac{18-x}{18}$×$\dfrac{x}{18}$△CAB　……④

①，④より，

$$\frac{18-x}{18}\times\frac{x}{18}=\frac{5}{36}$$

$$(18-x)\times x=\frac{5}{36}\times18\times18$$

$$18x-x^2=45$$

$$x^2-18x+45=0$$

$$(x-3)(x-15)=0$$

$$x=3,\ 15$$

AD<BD だから，x＝15 は問題にあわない。x＝3 は問題にあっている。

よって，AD＝3 cm

5

大＼小	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

(1) 大小 2 つのさいころの目の出かたは，表から 36 通り。

m が素数となるのは，

(1，1)(1，3)(2，3)(3，1)

(4，1)(4，3)(5，3)(6，1) の 8 通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$

1 とその数のほかに約数がない自然数を素数という。1 は素数にはふくめない。

(2) 大小 2 つのさいころの目の出かたは，表から 36 通り。

$\sqrt{m}$ が自然数になるのは，m がある数の 2 乗になっているときだから，

(1，6)(2，5)(3，6)(6，4) の 4 通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

6 (1) ①ヒストグラムより，借りた本の冊数と生徒の人数を表にまとめると，下の図のようになる。

借りた本の冊数(冊)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
生徒の人数	1	2	1	2	2	4	3	1	3	1

よって，本の冊数の平均値は，

$(0\times1+1\times2+2\times1+3\times2+4\times2+5\times4$
$+6\times3+7\times1+8\times3+9\times1)\div20$
$=96\div20$
$=4.8$(冊)

②ヒストグラムより，最小値は 0 冊，最大値は 9 冊ということがわかる。
また，データの個数が 20 個だから，
中央値(第 2 四分位数)は，

$\dfrac{5+5}{2}=5$(冊)

第 1 四分位数は，$\dfrac{3+3}{2}=3$(冊)

第 3 四分位数は，$\dfrac{6+7}{2}=6.5$(冊)

よって，対応する箱ひげ図はイ

データを小さい順に並べ，中央値を境に，前半部分と後半部分の 2 つに分けたとき，前半部分の中央値を第 1 四分位数，データ全体の中央値を第 2 四分位数，後半部分の中央値を第 3 四分位数という。

(2) B 組，C 組それぞれの箱ひげ図を見ると，
B 組：最小値は 1 冊，最大値は 10 冊
第 1 四分位数は 3.5 冊，
第 2 四分位数(中央値)は 5 冊，
第 3 四分位数は 6.5 冊
四分位範囲(しぶんいはんい)は，$6.5-3.5=3$(冊)
C 組：最小値は 0 冊，最大値は 9 冊
第 1 四分位数は 3 冊，
第 2 四分位数(中央値)は 5 冊，
第 3 四分位数は 7 冊
四分位範囲は，$7-3=4$(冊)
となる。
四分位範囲を比べると，B 組より C 組の方が大きいので，アは正しいとはいえない。
中央値はそれぞれ 5 冊なので，イは正しいといえる。
第 1 四分位数は，データを小さい順に並べた 5 番目と 6 番目の平均をとった値(あたい)だから，B 組は 3.5 冊，C 組は 3 冊より，必ず 5 番目までの人は 3 冊以下となるので，ウは正しいといえる。
平均値は，箱ひげ図からは読みとることができないので，エは正しいとはいえない。
よって正しいといえるものは，イ，ウ

入試につながる

・分数の計算では，方程式の場合と間違(まちが)えて分母をはらってしまわないようにしましょう。
・それぞれの方程式の特徴(とくちょう)をしっかり理解し，様々な解き方ができるようにしておきましょう。
・関数については，式，表，グラフの関係について理解しておくこと。グラフの交点の求め方やグラフからの読みとりがスムーズに行えるように確認しておきましょう。
・データの活用では，語句の意味をきちんと確認しておきましょう。
・確率におけるさいころの目の出かたは，間違わないように気をつけましょう。