# 東京書籍版 数学３年 | 定期テスト ズバリよくでる | 解答集

## 1 章　多項式

### 1 節　多項式の計算

**p.3-4**　**Step 2**

❶ (1) $15x^2-30xy$　(2) $-48a^2+16ab$
(3) $4xy-y$　(4) $12x-8y$
(5) $17x^2+22x$　(6) $4a^2-13a$

**解き方** 分配法則を使う。

(1) $5x(3x-6y)=5x\times3x-5x\times6y=15x^2-30xy$

(2) $-8a(6a-2b)=-8a\times6a-(-8a)\times2b$
$=-48a^2+16ab$

(3) $(4x^2y-xy)\div x=(4x^2y-xy)\times\dfrac{1}{x}$
$=\dfrac{4x^2y}{x}-\dfrac{xy}{x}=4xy-y$

(4) $(9xy-6y^2)\div\dfrac{3}{4}y=(9xy-6y^2)\times\dfrac{4}{3y}$
$=\dfrac{9xy\times4}{3y}-\dfrac{6y^2\times4}{3y}=12x-8y$

(5) $2x(x+6)+5x(3x+2)$
$=2x^2+12x+15x^2+10x=17x^2+22x$

(6) $7a(2a-3)-2a(5a-4)$
$=14a^2-21a-10a^2+8a=4a^2-13a$

❷ (1) $xy+3x-8y-24$
(2) $6x^2+13x-5$
(3) $7a^2-27ab-4b^2$
(4) $3a^2-5ab-4a+10b-4$

**解き方** $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ を使う。

(1) $\underset{-8y,\ -24}{\overset{3x,\ xy}{(x-8)(y+3)}}=xy+3x-8y-24$

(2) $(2x+5)(3x-1)=6x^2-2x+15x-5$
$=6x^2+13x-5$

(3) $(7a+b)(a-4b)=7a^2-28ab+ab-4b^2$
$=7a^2-27ab-4b^2$

(4) $(a-2)(3a-5b+2)$
$=a(3a-5b+2)-2(3a-5b+2)$
$=3a^2-5ab+2a-6a+10b-4$
$=3a^2-5ab-4a+10b-4$

❸ (1) $x^2+5x+4$　(2) $x^2+x-30$
(3) $a^2-5a+6$　(4) $y^2-\dfrac{1}{2}y-\dfrac{3}{16}$

**解き方** 次の乗法公式①を使う。

① $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

(1) $(x+1)(x+4)=x^2+(1+4)x+1\times4$
$=x^2+5x+4$

(2) $(x+6)(x-5)=x^2+\{6+(-5)\}x+6\times(-5)$
$=x^2+x-30$

(3) $(a-3)(a-2)$
$=a^2+\{(-3)+(-2)\}a+(-3)\times(-2)=a^2-5a+6$

(4) $\left(y-\dfrac{3}{4}\right)\left(y+\dfrac{1}{4}\right)$
$=y^2+\left\{\left(-\dfrac{3}{4}\right)+\dfrac{1}{4}\right\}y+\left(-\dfrac{3}{4}\right)\times\dfrac{1}{4}$
$=y^2-\dfrac{1}{2}y-\dfrac{3}{16}$

❹ (1) $x^2+4x+4$　(2) $x^2-12x+36$
(3) $a^2+10a+25$　(4) $x^2-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{9}{16}$

**解き方** 次の乗法公式②，③を使う。

② $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$

③ $(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$

(1) $(x+2)^2=x^2+2\times2\times x+2^2=x^2+4x+4$

(2) $(x-6)^2=x^2-2\times6\times x+6^2=x^2-12x+36$

(3) $(a+5)^2=a^2+2\times5\times a+5^2=a^2+10a+25$

(4) $\left(x-\dfrac{3}{4}\right)^2=x^2-2\times\dfrac{3}{4}\times x+\left(\dfrac{3}{4}\right)^2$
$=x^2-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{9}{16}$

❺ (1) $x^2-y^2$　(2) $x^2-36$
(3) $x^2-\dfrac{1}{4}$　(4) $49-x^2$

**解き方** 次の乗法公式④を使う。

④ $(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

(2) $(x+6)(x-6)=x^2-6^2=x^2-36$

(3) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=x^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=x^2-\frac{1}{4}$

(4) $(7-x)(x+7)=(7-x)(7+x)=7^2-x^2=49-x^2$

**6** (1) $4x^2+14x+10$　(2) $36x^2+12x+1$
(3) $x^2-4xy+4y^2$　(4) $9a^2-16b^2$
(5) $a^2-2ab+b^2-36$
(6) $x^2-2xy+y^2+10x-10y+25$

**解き方** (1) $(2x+5)(2x+2)$
$=(2x)^2+(5+2)\times2x+5\times2=4x^2+14x+10$

(2) $(6x+1)^2=(6x)^2+2\times1\times6x+1^2$
$=36x^2+12x+1$

(3) $(x-2y)^2=x^2-2\times2y\times x+(2y)^2$
$=x^2-4xy+4y^2$

(4) $3a$，$4b$ をそれぞれ 1 つの文字とみて，公式④を使うと，
$(3a+4b)(3a-4b)=(3a)^2-(4b)^2=9a^2-16b^2$

(5) $a-b$ を $X$ とおくと
$(a-b-6)(a-b+6)=(X-6)(X+6)$
$=X^2-36=(a-b)^2-36$
$=a^2-2ab+b^2-36$

(6) $x-y$ を $X$ とおくと
$(x-y+5)^2=(X+5)^2$
$=X^2+10X+25=(x-y)^2+10(x-y)+25$
$=x^2-2xy+y^2+10x-10y+25$

**7** (1) $2x^2+9x+5$　(2) $x^2+11$

**解き方** (1) $(x+3)^2+(x-1)(x+4)$
$=(x^2+6x+9)+(x^2+3x-4)$
$=x^2+6x+9+x^2+3x-4=2x^2+9x+5$

(2) $2(x+2)(x-1)-(x-3)(x+5)$
$=2(x^2+x-2)-(x^2+2x-15)$
$=2x^2+2x-4-x^2-2x+15=x^2+11$

## 2 節 因数分解

## 3 節 式の計算の利用

**p.6-7** **Step 2**

**1** (1) $6a(x+1)$　(2) $x(2y-1)$
(3) $4ab(2a-b)$　(4) $5xy(5x-2y+1)$

**解き方** 共通な因数をかっこの外にくくり出して，因数分解する。

(1) $6ax=2\times3\times a\times x$，$6a=2\times3\times a$であるから
$6ax+6a=6a(x+1)$

(2) $2xy=2\times x\times y$　であるから
$2xy-x=x(2y-1)$

(3) $8a^2b=2\times2\times2\times a\times a\times b$
$4ab^2=2\times2\times a\times b\times b$　であるから
$8a^2b-4ab^2=4ab(2a-b)$

(4) $25x^2y=5\times5\times x\times x\times y$
$10xy^2=2\times5\times x\times y\times y$
$5xy=5\times x\times y$　であるから
$25x^2y-10xy^2+5xy=5xy(5x-2y+1)$

**2** (1) $(x+2)(x+4)$　(2) $(x-3)(x-7)$
(3) $(a+4)(a-5)$　(4) $(a+7)(a-8)$
(5) $(y-2)(y+9)$　(6) $(x-1)(x-2)$

**解き方** 次の因数分解の公式①′を使う。

①′ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

(1) 2 つの数の積が 8 になる数の組のうち，和が 6 になるのは 2 と 4 であるから
$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$

(2) 2 つの数の積が 21 になる数の組のうち，和が $-10$ になるのは $-3$ と $-7$ であるから
$x^2-10x+21=(x-3)(x-7)$

(3) 2 つの数の積が $-20$ になる数の組のうち，和が $-1$ になるのは 4 と $-5$ であるから
$a^2-a-20=(a+4)(a-5)$

(4) 2 つの数の積が $-56$ になる数の組のうち，和が $-1$ になるのは 7 と $-8$ であるから
$a^2-a-56=(a+7)(a-8)$

(5) 2 つの数の積が $-18$ になる数の組のうち，和が 7 になるのは $-2$ と 9 であるから
$y^2+7y-18=(y-2)(y+9)$

**(6)** 2 つの数の積が 2 になる数の組のうち，和が $-3$ になるのは $-1$ と $-2$ であるから

$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

**❸** **(1)** $(x+8)^2$　**(2)** $(x+3)(x-3)$

**(3)** $(x-12)^2$　**(4)** $(5+x)(5-x)$

**(5)** $\left(x+\dfrac{7}{6}\right)\left(x-\dfrac{7}{6}\right)$　**(6)** $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2$

**解き方** 次の因数分解の公式$\boxed{2}'$～$\boxed{4}'$を使う。

$\boxed{2}'$　$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$

$\boxed{3}'$　$x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$

$\boxed{4}'$　$x^2-a^2=(x+a)(x-a)$

**(1)** 公式$\boxed{2}'$を利用して

$x^2+16x+64=x^2+2\times8\times x+8^2=(x+8)^2$

**(2)** 公式$\boxed{4}'$を利用して

$x^2-9=x^2-3^2=(x+3)(x-3)$

**(3)** $24=2\times12$，$144=12^2$ であるから，公式$\boxed{3}'$を利用して

$x^2-24x+144=x^2-2\times12\times x+12^2=(x-12)^2$

**(4)** 公式$\boxed{4}'$を利用して

$25-x^2=5^2-x^2=(5+x)(5-x)$

**(5)** 公式$\boxed{4}'$を利用して

$x^2-\dfrac{49}{36}=x^2-\left(\dfrac{7}{6}\right)^2=\left(x+\dfrac{7}{6}\right)\left(x-\dfrac{7}{6}\right)$

**(6)** $1=2\times\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{4}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$ であるから，公式$\boxed{2}'$を利用して

$x^2+x+\dfrac{1}{4}=x^2+2\times\dfrac{1}{2}\times x+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2$

**❹** **(1)** $4(y+1)^2$　**(2)** $3y(x-3)(x-5)$

**(3)** $2a(b-2)(b+5)$　**(4)** $(3a+5b)(3a-5b)$

**(5)** $(5x-1)^2$

**(6)** $(x+y-3)(x+y+5)$

**(7)** $(a-1)^2$　**(8)** $(4b+1)(2b-3)$

**解き方** まず，共通な因数がないか考える。

**(1)** $4y^2+8y+4$　共通な因数をくくり出す。

$=4(y^2+2y+1)$　かっこの中を因数分解する。

$=4(y+1)^2$

**(2)** $3x^2y-24xy+45y=3y(x^2-8x+15)$

$=3y\{x^2+(-3-5)x+(-3)\times(-5)\}$

$=3y(x-3)(x-5)$

**(3)** $2ab^2+6ab-20a=2a(b^2+3b-10)$

$=2a\{b^2+(-2+5)b+(-2)\times5\}$

$=2a(b-2)(b+5)$

**(4)** $9a^2-25b^2$

$=(3a)^2-(5b)^2=(3a+5b)(3a-5b)$

**(5)** $25x^2-10x+1$

$=(5x)^2-2\times1\times5x+1^2=(5x-1)^2$

**(6)** $(x+y)^2+2(x+y)-15$　$x+y$ を $A$ とおく。

$=A^2+2A-15$　因数分解する。

$=(A-3)(A+5)$　$A$ を $x+y$ にもどす。

$=(x+y-3)(x+y+5)$

**(7)** $(a+3)^2-8(a+3)+16$　$a+3$ を $A$ とおく。

$=A^2-8A+16$

$=(A-4)^2=(a+3-4)^2=(a-1)^2$

**(8)** $(3b-1)^2-(b+2)^2$　$3b-1$ を $A$，$b+2$ を $B$ とおく。

$=A^2-B^2$

$=(A+B)(A-B)$

$=\{(3b-1)+(b+2)\}\{(3b-1)-(b+2)\}$

$=(3b-1+b+2)(3b-1-b-2)$

$=(4b+1)(2b-3)$

**❺** **(1)** 896　**(2)** 2601

**(3)** 87025　**(4)** 100

**解き方** 乗法公式や因数分解の公式を使うと，簡単に計算できる。

**(1)** $28\times32=(30-2)\times(30+2)$

$=30^2-2^2=900-4=896$

**(2)** $51^2=(50+1)^2$

$=50^2+2\times1\times50+1^2$

$=2500+100+1=2601$

**(3)** $295^2=(300-5)^2=300^2-2\times5\times300+5^2$

$=90000-3000+25=87025$

**(4)** $26^2-24^2=(26+24)\times(26-24)=50\times2=100$

**❻** 400

**解き方** $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$

$=(37-17)^2=20^2=400$

❼ $400x$ cm$^2$

解き方 1 辺が $x$ cm 長い正方形の 1 辺の長さを $x$ を使って表すと $(100+x)$ cm であるから，面積は

$$(100+x)(100+x)=(100+x)^2(\text{cm}^2)$$

1 辺が $x$ cm 短い正方形の 1 辺の長さを $x$ を使って表すと $(100-x)$ cm であるから，面積は

$$(100-x)(100-x)=(100-x)^2(\text{cm}^2)$$

よって，面積の差は

$$(100+x)^2-(100-x)^2$$
$$=\{(100+x)+(100-x)\}\{(100+x)-(100-x)\}$$
$$=(100+x+100-x)(100+x-100+x)$$
$$=200\times 2x=400x(\text{cm}^2)$$

❽ 3 つの続いた整数は，真ん中の数を $n$ とすると，$n-1$，$n$，$n+1$ と表される。
この真ん中の数を 2 乗して 1 をひくと

$$n^2-1=(n+1)(n-1)$$

よって，真ん中の数を 2 乗して 1 をひくと，両端の数の積と等しくなる。

解き方 $n^2-1$ を公式4′ を利用して因数分解する。

4′ $x^2-a^2=(x+a)(x-a)$

p.8-9 Step 3

❶ (1) $8x^2+20x$ (2) $-2x^2-3x$ (3) $4a-2b$ (4) $-5a^2+8a$

❷ (1) $ab-7a+2b-14$ (2) $x^2-5x-24$ (3) $x^2-18x+81$ (4) $a^2-16$ (5) $b^2+b+\dfrac{1}{4}$ (6) $y^2+8yz-9z^2$ (7) $9x^2-30xy+25y^2$ (8) $15x^2+20xy-36x-8y+12$ (9) $a^2-2ab+b^2-9$

❸ (1) $2a^2-9a+10$ (2) $3x^2-2x-26$

❹ (1) $4y(2x-1)$ (2) $(a+3)(a+5)$ (3) $(x-8)^2$ (4) $(4x+3y)(4x-3y)$ (5) $(x-3)(x-8)$ (6) $4x(y+2)(y-5)$

❺ (1) $(a-4)(a-5)$ (2) $(x-9)^2$ (3) $(x+2)(5x+2)$

❻ (1) 9984 (2) 480 (3) 10404

❼ 解き方参照

❽ (1) $\ell=4x+4a$ (2) 解き方参照

解き方

❶ (1) $2x(4x+10)=2x\times 4x+2x\times 10=8x^2+20x$

(3) $(12a^2b-6ab^2)\div 3ab=(12a^2b-6ab^2)\times\dfrac{1}{3ab}$

$$=\frac{12a^2b}{3ab}-\frac{6ab^2}{3ab}=4a-2b$$

(4) $3a(a+4)-4a(2a+1)=3a^2+12a-8a^2-4a$
$=-5a^2+8a$

❷ (1) $(a+2)(b-7)=a(b-7)+2(b-7)$
$=ab-7a+2b-14$

(2) $(x-8)(x+3)=x^2+\{(-8)+3\}x+(-8)\times 3$
$=x^2-5x-24$

(3) $(x-9)^2=x^2-2\times 9\times x+9^2=x^2-18x+81$

(6) $(y-z)(y+9z)=y^2+9yz-yz-9z^2$
$=y^2+8yz-9z^2$

(7) $(3x-5y)^2=(3x)^2-2\times 5y\times 3x+(5y)^2$
$=9x^2-30xy+25y^2$

(8) $(5x-2)(3x+4y-6)$
$=5x(3x+4y-6)-2(3x+4y-6)$
$=15x^2+20xy-30x-6x-8y+12$
$=15x^2+20xy-36x-8y+12$

(9) $a-b$ を $A$ とおくと

$(a-b-3)(a-b+3)=(A-3)(A+3)=A^2-3^2$

$=(a-b)^2-9=a^2-2ab+b^2-9$

3 (2) $(2x-5)(2x+5)-(x+1)^2$

$=4x^2-25-(x^2+2x+1)=3x^2-2x-26$

4 (1) $4y$ が共通因数だから

$8xy-4y=4y(2x-1)$

(2) 2 つの数の積が 15 になる数の組のうち，和が 8 になるのは 3 と 5 であるから

$a^2+8a+15=(a+3)(a+5)$

(3) $x^2-16x+64=x^2-2\times8\times x+8^2=(x-8)^2$

(4) $16x^2-9y^2=(4x)^2-(3y)^2=(4x+3y)(4x-3y)$

(5) 2 つの数の積が 24 になる数の組のうち，和が $-11$ になるのは $-3$ と $-8$ であるから

$x^2-11x+24=(x-3)(x-8)$

(6) $4xy^2-12xy-40x=4x(y^2-3y-10)$

$=4x(y+2)(y-5)$

5 (1) $a+3$ を $A$ とおくと

$(a+3)^2-15(a+3)+56=A^2-15A+56$

$=(A-7)(A-8)=(a+3-7)(a+3-8)$

$=(a-4)(a-5)$

(2) $x-5=A$とおくと

$(x-5)^2-8(x-5)+16=A^2-8A+16$

$=(A-4)^2=(x-5-4)^2=(x-9)^2$

(3) $x+2$ を $A$ とおくと

$4x(x+2)+(x+2)^2=4xA+A^2=A(4x+A)$

$=(x+2)(4x+x+2)=(x+2)(5x+2)$

6 (1) $96\times104=(100-4)\times(100+4)=100^2-4^2$

$=10000-16=9984$

(2) $43^2-37^2=(43+37)(43-37)=80\times6=480$

(3) $102^2=(100+2)^2=100^2+2\times2\times100+2^2$

$=10000+400+4=10404$

7 3 つの続いた整数は，真ん中の数を $n$ とすると，$n-1$，$n$，$n+1$ と表される。

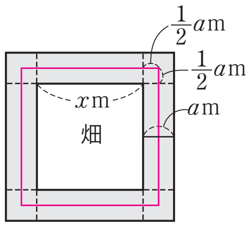
この小さいほうの 2 つの数の積と大きいほうの 2 つの数の積の和は

$(n-1)\times n+n\times(n+1)=n^2-n+n^2+n=2n^2$

となる。

よって，真ん中の数の平方の 2 倍になる。

8 (1) 右の図より




$\ell=x\times4+\frac{1}{2}a\times8$

$=4x+4a$

(2) 右の図より

$S=(x+2a)^2-x^2$

$=x^2+4ax+4a^2-x^2$

$=4ax+4a^2$ ……①

(1) より　$a\ell=a(4x+4a)=4ax+4a^2$ ……②

①，②より　$S=a\ell$

▶ 本文 p.11-12

# 2章 平方根

## 1節 平方根

### p.11-12 Step 2

❶ (1) $\pm 2$　(2) $\pm 13$　(3) $\pm\dfrac{4}{5}$

(4) $\pm\dfrac{12}{7}$　(5) $\pm 0.3$　(6) $\pm 0.8$

解き方 2乗すると $a$ になる数を，$a$ の平方根という。

(4) $\left(\dfrac{12}{7}\right)^2=\dfrac{144}{49}$，$\left(-\dfrac{12}{7}\right)^2=\dfrac{144}{49}$ より，

$\dfrac{144}{49}$ の平方根は，$\dfrac{12}{7}$ と $-\dfrac{12}{7}$ である。

❷ (1) $\pm\sqrt{7}$　(2) $\pm\sqrt{0.5}$　(3) $\pm\sqrt{\dfrac{7}{15}}$

解き方 $a>0$ のとき，$a$ の2つの平方根のうち，正のほうを $\sqrt{a}$，負のほうを $-\sqrt{a}$ と書く。

❸ (1) 15　(2) $-8$　(3) 4

(4) $\dfrac{3}{4}$　(5) $-1$　(6) $-9$

解き方 (3) $\sqrt{(-4)^2}=\sqrt{16}=4$

(5) $-\sqrt{1}=-\sqrt{1^2}=-1$

❹ (1) 3　(2) 11　(3) $\dfrac{3}{4}$

解き方 $a$ を正の数とするとき，

$(\sqrt{a})^2=a$，$(-\sqrt{a})^2=a$

(2) $(-\sqrt{11})^2=(-\sqrt{11})\times(-\sqrt{11})=11$

(3) $\left(\sqrt{\dfrac{3}{4}}\right)^2=\sqrt{\dfrac{3}{4}}\times\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{3}{4}$

❺ (1) $\sqrt{10}<\sqrt{14}$　(2) $\sqrt{37}>6$

(3) $4<\sqrt{20}<5$　(4) $-2<-\sqrt{3}<-\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

解き方 2乗して，大小を調べる。

(1) $10<14$ であるから，$\sqrt{10}<\sqrt{14}$

(2) $(\sqrt{37})^2=37$，$6^2=36$ で，$37>36$ であるから

$\sqrt{37}>\sqrt{36}$

すなわち　$\sqrt{37}>6$

(3) $5^2=25$，$4^2=16$，$(\sqrt{20})^2=20$ で，

$16<20<25$ であるから $\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$

すなわち　$4<\sqrt{20}<5$

(4) $(-\sqrt{3})^2=3$，　$(-2)^2=4$，　$\left(-\sqrt{\dfrac{1}{2}}\right)^2=\dfrac{1}{2}$　で，

$\dfrac{1}{2}<3<4$ であり，負の数は，絶対値が大きいほど小さいから　$-\sqrt{4}<-\sqrt{3}<-\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

すなわち　$-2<-\sqrt{3}<-\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

❻ $\pi$，$\sqrt{15}$

解き方 $\pi=3.141592\cdots$より，分数で表すことができないから，無理数である。

$\sqrt{n}$（$n$ は自然数）が無理数かどうかを調べるには，$n$ が自然数の2乗になっているかどうか調べればよい。

$\sqrt{4}$ については　$4=2\times2=2^2$

したがって，$\sqrt{4}=2$ となり，$\sqrt{4}$ は有理数である。

$\sqrt{15}$ については　$15=3\times5$

したがって，15は自然数の2乗になっていないから，$\sqrt{15}$ は無理数である。

❼ (1) ×　(2) ×　(3) ○　(4) ×

解き方 (1) $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$

(2) 正の数には平方根が2つあり，絶対値が等しく，符号が異なるから，4の平方根は $\pm2$

(3) $\sqrt{0.01}=\sqrt{(0.1)^2}=0.1$

(4) 負の数には平方根はない。

❽ B

解き方 $3<4$ であるから $\sqrt{3}<\sqrt{4}=2$

負の数だから，$-2<-\sqrt{3}$　よって，$-2$ より大きい負の数だから，B

❾ $\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{1}{6}$，$\dfrac{1}{7}$

解き方 $\dfrac{1}{2}=0.5$，$\dfrac{1}{3}=0.333\cdots$，$\dfrac{1}{4}=0.25$，$\dfrac{1}{5}=0.2$，

$\dfrac{1}{6}=0.1666\cdots$，$\dfrac{1}{7}=0.14285714\cdots$

## 2節 根号をふくむ式の計算

## 3節 平方根の利用

**p.14-15** **Step 2**

❶ (1) $\sqrt{15}$ (2) $-\sqrt{30}$ (3) $6$
(4) $\sqrt{2}$ (5) $\sqrt{7}$ (6) $-4$

**解き方** (1) $\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{3\times5}=\sqrt{15}$

(2) $(-\sqrt{5})\times\sqrt{6}=-\sqrt{5\times6}=-\sqrt{30}$

(3) $\sqrt{2}\times\sqrt{18}=\sqrt{2\times18}=\sqrt{36}=6$

(4) $\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{10}{5}}=\sqrt{2}$

(5) $\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{21}{3}}=\sqrt{7}$

(6) $\sqrt{96}\div(-\sqrt{6})=-\sqrt{\dfrac{96}{6}}=-\sqrt{16}=-4$

❷ (1) $\sqrt{12}$ (2) $\sqrt{54}$ (3) $\sqrt{125}$
(4) $\sqrt{108}$ (5) $10\sqrt{3}$ (6) $7\sqrt{5}$

**解き方** (1) $2\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times3}=\sqrt{12}$

(2) $3\sqrt{6}=\sqrt{3^2\times6}=\sqrt{54}$

(3) $5\sqrt{5}=\sqrt{5^2\times5}=\sqrt{125}$

(4) $6\sqrt{3}=\sqrt{6^2\times3}=\sqrt{108}$

(5) $\sqrt{300}=\sqrt{10^2\times3}=10\sqrt{3}$

(6) $\sqrt{245}=\sqrt{7^2\times5}=7\sqrt{5}$

❸ (1) $\dfrac{\sqrt{11}}{9}$ (2) $\dfrac{\sqrt{3}}{100}$

**解き方** (1) $\sqrt{\dfrac{11}{81}}=\dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{81}}=\dfrac{\sqrt{11}}{9}$

(2) $\sqrt{0.0003}=\sqrt{\dfrac{3}{10000}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{10000}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{100^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{100}$

❹ (1) $22.36$ (2) $223.6$ (3) $0.02236$

**解き方** (1) $\sqrt{500}=\sqrt{100\times5}=\sqrt{10^2\times5}$
$=10\sqrt{5}=10\times2.236=22.36$

(2) $\sqrt{50000}=\sqrt{10000\times5}=\sqrt{100^2\times5}=100\sqrt{5}$
$=100\times2.236=223.6$

(3) $\sqrt{0.0005}=\sqrt{\dfrac{5}{10000}}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{10000}}$
$=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{100^2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{100}=\dfrac{2.236}{100}=0.02236$

❺ (1) $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$ (2) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ (3) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

**解き方** (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

(2) $\dfrac{9}{4\sqrt{3}}=\dfrac{9\times\sqrt{3}}{4\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4\times3}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

(3) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3^2\times2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$
$=\dfrac{2\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{2\times\sqrt{6}}{3\times2}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

❻ (1) $6\sqrt{10}$ (2) $40\sqrt{3}$ (3) $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

**解き方** (1) $\sqrt{18}\times\sqrt{20}=3\sqrt{2}\times2\sqrt{5}=6\sqrt{10}$

(2) $4\sqrt{5}\times2\sqrt{15}=4\times2\times\sqrt{5}\times\sqrt{15}$
$=8\times\sqrt{5\times15}=8\times\sqrt{5\times5\times3}=8\times\sqrt{5^2\times3}$
$=8\times\sqrt{5^2}\times\sqrt{3}=40\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{112}\div\sqrt{35}=\sqrt{4^2\times7}\div\sqrt{35}=\dfrac{4\sqrt{7}}{\sqrt{35}}$
$=\dfrac{4\sqrt{7}}{\sqrt{5}\times\sqrt{7}}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}=\dfrac{4\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

❼ (1) $9\sqrt{3}$ (2) $8\sqrt{5}$ (3) $4\sqrt{3}$
(4) $-2\sqrt{6}+5\sqrt{7}$ (5) $6\sqrt{7}$ (6) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

**解き方** (5) $\sqrt{63}+\dfrac{21}{\sqrt{7}}=\sqrt{3^2\times7}+\dfrac{21\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$
$=3\sqrt{7}+\dfrac{21\times\sqrt{7}}{7}=3\sqrt{7}+3\sqrt{7}=6\sqrt{7}$

(6) $\dfrac{3}{2\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{2\times3}-\dfrac{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}{3\times2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}-\dfrac{\sqrt{3\times2\times2}}{6}$
$=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}-\dfrac{\sqrt{2^2\times3}}{6}=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}-\dfrac{2\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

❽ (1) $3\sqrt{6}-6\sqrt{2}$ (2) $-6+\sqrt{15}$
(3) $12\sqrt{10}-12\sqrt{5}$ (4) $10-7\sqrt{3}$
(5) $12+4\sqrt{5}$ (6) $-5+2\sqrt{3}$
(7) $4$ (8) $8\sqrt{3}$

**解き方** 分配法則や乗法公式を使って計算する。

(1) $\sqrt{3}(\sqrt{18}-2\sqrt{6})=\sqrt{3}\times\sqrt{18}-\sqrt{3}\times2\sqrt{6}$

$=\sqrt{3}\times3\sqrt{2}-\sqrt{3}\times2\sqrt{2}\sqrt{3}=3\times\sqrt{6}-2\sqrt{2}\times3$

$=3\sqrt{6}-6\sqrt{2}$

(2) $-\sqrt{3}(2\sqrt{3}-\sqrt{5})=-\sqrt{3}\times2\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

$=-2\times3+\sqrt{15}=-6+\sqrt{15}$

(3) $6\sqrt{2}(\sqrt{20}-\sqrt{10})=6\sqrt{2}(\sqrt{2^2\times5}-\sqrt{10})$

$=6\sqrt{2}(2\sqrt{5}-\sqrt{10})=12\sqrt{10}-6\sqrt{20}$

$=12\sqrt{10}-12\sqrt{5}$

(4) $(4\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-2)=4\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)+(\sqrt{3}-2)$

$=4\sqrt{3}\times\sqrt{3}-4\sqrt{3}\times2+\sqrt{3}-2$

$=4\times3-8\sqrt{3}+\sqrt{3}-2=10-7\sqrt{3}$

(5) $(\sqrt{2}+\sqrt{10})^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{10}\times\sqrt{2}+(\sqrt{10})^2$

$=2+2\times2\sqrt{5}+10=12+4\sqrt{5}$

(6) $(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+4)$

$=(\sqrt{3})^2+\{(-2)+4\}\times\sqrt{3}-2\times4$

$=3+2\sqrt{3}-8=-5+2\sqrt{3}$

(7) $(\sqrt{11}+\sqrt{7})(\sqrt{11}-\sqrt{7})$

$=(\sqrt{11})^2-(\sqrt{7})^2=11-7=4$

(8) $(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2$

$=(\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{6}-\sqrt{2})\times(\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{2})$

$=2\sqrt{6}\times2\sqrt{2}=4\sqrt{12}=8\sqrt{3}$

❾ 20

**解き方** $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$

$=(\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{3})^2=(2\sqrt{5})^2=20$

❿ (1) $6\sqrt{2}$ cm　(2) $5\sqrt{2}$ cm

**解き方** (1) 底面の1辺の長さを $a$ cm とすると

$a\times a\times10=720$　$a^2=72$　$a=\pm6\sqrt{2}$

$a>0$ より　$a=6\sqrt{2}$

(2) 1辺の長さが5 cm の立方体の表面積は

$5\times5\times6=150(\text{cm}^2)$

これの2倍であるから $150\times2=300(\text{cm}^2)$

表面積が2倍の立方体の1辺の長さを $b$ cm とすると

$b\times b\times6=300$　$b^2=50$　$b=\pm5\sqrt{2}$

$b>0$ より　$b=5\sqrt{2}$

## p.16-17 Step 3

❶ (1) $\pm9$　(2) ○　(3) 10　(4) ○　(5) 異なる

❷ (1) $4>\sqrt{15}$　(2) $-\sqrt{0.11}<-0.1$

(3) $4\sqrt{3}<7<\sqrt{50}$

❸ ㋑，㋓

❹ (1) $6\sqrt{5}$　(2) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　(3) $-3\sqrt{7}$

(4) $9\sqrt{2}-9\sqrt{3}$　(5) $2\sqrt{5}+18$　(6) $\dfrac{13\sqrt{5}}{30}$

❺ (1) $10+2\sqrt{21}$　(2) 2　(3) $-3+4\sqrt{2}$

(4) $8-4\sqrt{3}$

❻ (1) 6　(2) $4\sqrt{6}$

❼ (1) 244.9　(2) 5，6，7，8　(3) 7　(4) $\sqrt{2}$ 倍

**解き方**

❶ (1) 正の数には平方根が2つあり，絶対値が等しく，符号が異なるから，81の平方根は $\pm9$

(3) $\sqrt{100}=\sqrt{10^2}=10$

(5) 根号の中の数の小数点の位置が2けたずれるごとに，その数の平方根の小数点の位置は，同じ向きに1けたずつずれる。

たとえば，$\sqrt{7}=2.645\cdots$で

$\sqrt{70000}=\sqrt{7\times10000}=\sqrt{7\times100^2}$

$=100\sqrt{7}=264.5\cdots$

である。

なお $\sqrt{70}=8.366\cdots$

したがって，$\sqrt{70}$ と $\sqrt{70000}$ を小数で表したときの数字の並び方は異なる。

❷ (1) $4^2=16$　$(\sqrt{15})^2=15$

$16>15$ より $\sqrt{16}>\sqrt{15}$

すなわち　$4>\sqrt{15}$

(2) $(-\sqrt{0.11})^2=0.11$　$(-0.1)^2=0.01$で，

$0.11>0.01$ であり，負の数は，絶対値が大きいほど小さいから　$-\sqrt{0.11}<-0.1$

(3) $7^2=49$　$(\sqrt{50})^2=50$　$(4\sqrt{3})^2=48$

$48<49<50$ より $\sqrt{48}<\sqrt{49}<\sqrt{50}$

すなわち　$4\sqrt{3}<7<\sqrt{50}$

❸ 無理数とは分数で表せない数のこと。

㋐　$-\sqrt{16}=-\sqrt{4^2}=-4$

㋓　$\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

㋔　$\sqrt{0.01}=\sqrt{\dfrac{1}{100}}=\dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{100}}=\dfrac{1}{\sqrt{10^2}}=\dfrac{1}{10}$

よって　㋑と㋓

**4** (1) $\sqrt{12}\times\sqrt{15}=2\sqrt{3}\times\sqrt{3}\sqrt{5}$

$=2\times3\times\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

(2) $2\div\sqrt{6}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}=\dfrac{2\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=\dfrac{2\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

(3) $2\sqrt{7}-5\sqrt{7}=(2-5)\sqrt{7}=-3\sqrt{7}$

(4) $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$，

$\sqrt{98}=\sqrt{7^2\times2}=7\sqrt{2}$，

$\sqrt{108}=\sqrt{2^2\times3^2\times3}=6\sqrt{3}$ であるから，

$2\sqrt{2}-3\sqrt{3}+7\sqrt{2}-6\sqrt{3}=9\sqrt{2}-9\sqrt{3}$

(5) $\sqrt{2}(\sqrt{10}+3\sqrt{18})=\sqrt{2}(\sqrt{10}+3\sqrt{3^2\times2})$

$=\sqrt{2}(\sqrt{10}+9\sqrt{2})$

$=\sqrt{20}+18=2\sqrt{5}+18$

(6) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}+\dfrac{1}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}+\dfrac{1\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}}{3}+\dfrac{\sqrt{5}}{10}=\dfrac{10\sqrt{5}+3\sqrt{5}}{30}=\dfrac{13\sqrt{5}}{30}$

**5** (1) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2$

$=(\sqrt{7})^2+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}+(\sqrt{3})^2$

$=7+2\sqrt{21}+3=10+2\sqrt{21}$

(2) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

$=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2=5-3=2$

(3) $(\sqrt{2}+5)(\sqrt{2}-1)=(\sqrt{2})^2+(5-1)\sqrt{2}-5$

$=2+4\sqrt{2}-5=-3+4\sqrt{2}$

(4) $(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2=(\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{2}\times\sqrt{6}+(\sqrt{2})^2$

$=6-2\sqrt{12}+2=8-4\sqrt{3}$

**6** (1) $x^2-2x+1=(x-1)^2$

$=(\sqrt{6}+1-1)^2=6$

(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=(\sqrt{6}+1+\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1-\sqrt{6}+1)$

$=2\sqrt{6}\times2=4\sqrt{6}$

**7** (1) $\sqrt{60000}=\sqrt{6\times10000}=\sqrt{6\times100^2}$

$=\sqrt{6}\times\sqrt{100^2}=100\sqrt{6}$

$=100\times2.449=244.9$

(2) $2^2=4$，$(\sqrt{a})^2=a$，$3^2=9$

であるから，$4<a<9$ と表せる。

よって，$a$ にあてはまる自然数は　5，6，7，8

(3) 175 を素因数分解すると $175=5^2\times7$

これをある数の 2 乗にするためには，$5^2\times7$ に 7 をかけて

$5^2\times7\times7=(5\times7)^2=35^2$

とすればよい。

よって　$n=7$

(4) 1 辺が 8 cm の正方形の面積は $8\times8=64$(cm$^2$)

この面積の 2 倍だから $64\times2=128$(cm$^2$)

面積が 2 倍の正方形の 1 辺を $a$ cm とすると

$a\times a=128$　$a^2=128$

$a=\pm\sqrt{128}=\pm8\sqrt{2}$

$a>0$ より　$a=8\sqrt{2}$

したがって，$8\sqrt{2}\div8=\sqrt{2}$ より，$\sqrt{2}$ 倍にすればよい。

# 3 章 2 次方程式

## 1 節 2 次方程式とその解き方

### p.19-21 Step 2

❶ ㋑，㋒

解き方 ㋐ $x^2-3x+1=x^2$ $-3x+1=0$

よって，2 次方程式ではない。

㋑ 左辺を展開すると，2 次式になる。

㋒ 左辺が 2 次式である。

㋓ $(x+5)(x-7)=x^2$ $x^2-2x-35=x^2$

$-2x-35=0$

よって，2 次方程式ではない。

❷ $-2$，$1$

解き方 $-2$ を代入すると，

(左辺)$=(-2)^2+(-2)-2=4-2-2=0$

よって，$-2$ は $x^2+x-2=0$ の解である。

$-1$ を代入すると

(左辺)$=(-1)^2+(-1)-2=1-1-2=-2$

よって，$-1$ は $x^2+x-2=0$ の解ではない。

0 を代入すると (左辺)$=0^2+0-2=-2$

よって，0 は $x^2+x-2=0$ の解ではない。

1 を代入すると (左辺)$=1^2+1-2=1+1-2=0$

よって，1 は $x^2+x-2=0$ の解である。

2 を代入すると，(左辺)$=2^2+2-2=4+2-2=4$

よって，2 は $x^2+x-2=0$ の解ではない。

❸ (1) $x=\pm5$ (2) $x=\pm7$

(3) $x=\pm\sqrt{7}$ (4) $x=\pm\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

解き方 (2) $2x^2-98=0$ $2x^2=98$

$x^2=49$ $x=\pm7$

(3) $3x^2-21=0$ $3x^2=21$ $x^2=7$

$x=\pm\sqrt{7}$

(4) $9x^2-8=0$ $9x^2=8$ $x^2=\dfrac{8}{9}$

$x=\pm\sqrt{\dfrac{8}{9}}=\pm\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

❹ (1) $x=11$，$x=3$ (2) $x=-5\pm\sqrt{10}$

(3) $x=8\pm2\sqrt{6}$ (4) $x=-3\pm4\sqrt{2}$

解き方 $(x+▲)^2=●$ の形をした 2 次方程式は，かっこの中をひとまとまりのものとみて解く。

(1) $(x-7)^2=16$ $x-7=\pm4$

すなわち $x-7=4$，$x-7=-4$

したがって $x=11$，$x=3$

(4) $(x+3)^2-32=0$ $(x+3)^2=32$

$x+3=\pm4\sqrt{2}$ $x=-3\pm4\sqrt{2}$

❺ (1) 9，3 (2) 4，2 (3) $\dfrac{25}{4}$，$\dfrac{5}{2}$

解き方 左辺の $\boxed{\phantom{0}}$ は，$x$ の係数の $\dfrac{1}{2}$ の 2 乗が入る。

(1) $\dfrac{6}{2}=3$，$3^2=9$

(2) $\dfrac{4}{2}=2$，$2^2=4$

❻ (1) $x=1\pm\sqrt{7}$ (2) $x=-2\pm2\sqrt{2}$

(3) $x=8$，$x=-2$ (4) $x=-3$，$x=-7$

解き方 (2) $x^2+4x-4=0$ $x^2+4x=4$

$x^2+4x+4=4+4$ $(x+2)^2=8$

$x+2=\pm2\sqrt{2}$ $x=-2\pm2\sqrt{2}$

(3) $x^2-6x-16=0$ $x^2-6x=16$

$x^2-6x+9=16+9$ $(x-3)^2=25$

$x-3=\pm5$ $x=3\pm5$

したがって $x=8$，$x=-2$

(4) $x^2+10x+21=0$ $x^2+10x=-21$

$x^2+10x+25=-21+25$ $(x+5)^2=4$

$x+5=\pm2$ $x=-5\pm2$

したがって $x=-3$，$x=-7$

❼ (1) ① 3 ② 5 ③ $-1$

④ 3 ⑤ $-5$ ⑥ 5

⑦ 3 ⑧ $-1$ ⑨ 6

⑩ $-5$ ⑪ 37

(2) ① $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$ ② $x=\dfrac{7\pm\sqrt{33}}{2}$

③ $x=\dfrac{-4\pm\sqrt{10}}{3}$ ④ $x=\dfrac{1\pm\sqrt{29}}{4}$

⑤ $x=\dfrac{3}{2}$，$x=-2$ ⑥ $x=\dfrac{1}{4}$

**解き方** 約分するとき，次のようにはできない。

$\dfrac{\cancel{4}^{2}\pm2\sqrt{5}}{\cancel{6}_{3}} \to \dfrac{2\pm2\sqrt{5}}{3}$ ×

**(2)** ① 解の公式に，$a=3$，$b=7$，$c=1$ を代入すると

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times1}}{2\times3}$$
$$=\frac{-7\pm\sqrt{49-12}}{6}=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$$

② 解の公式に，$a=1$，$b=-7$，$c=4$ を代入すると

$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times4}}{2\times1}$$
$$=\frac{7\pm\sqrt{49-16}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{33}}{2}$$

③ 解の公式に，$a=3$，$b=8$，$c=2$ を代入すると

$$x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times3\times2}}{2\times3}=\frac{-8\pm\sqrt{64-24}}{6}$$
$$=\frac{-8\pm\sqrt{40}}{6}=\frac{-8\pm2\sqrt{10}}{6}=\frac{-4\pm\sqrt{10}}{3}$$

④ 解の公式に，$a=4$，$b=-2$，$c=-7$ を代入すると

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times4\times(-7)}}{2\times4}$$
$$=\frac{2\pm\sqrt{4+112}}{8}=\frac{2\pm\sqrt{116}}{8}$$
$$=\frac{2\pm2\sqrt{29}}{8}=\frac{1\pm\sqrt{29}}{4}$$

⑤ 解の公式に，$a=2$，$b=1$，$c=-6$ を代入すると

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-6)}}{2\times2}$$
$$=\frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{4}=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{-1\pm7}{4}$$

$x=\dfrac{3}{2}$，$x=-2$

⑥ 解の公式に，$a=16$，$b=-8$，$c=1$ を代入すると

$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times16\times1}}{2\times16}$$
$$=\frac{8\pm\sqrt{64-64}}{32}=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$$

**8** **(1)** $x=0$，$x=7$　**(2)** $x=3$，$x=2$

**(3)** $x=-5$，$x=9$　**(4)** $x=-\dfrac{1}{3}$，$x=4$

**解き方** 2 つの数を $A$，$B$ とするとき

$AB=0$ ならば $A=0$ または $B=0$

**(1)** $x(x-7)=0$

$x=0$ または $x-7=0$　$x=0$，$x=7$

**(2)** $(x-3)(x-2)=0$

$x-3=0$ または $x-2=0$

$x=3$，$x=2$

**(3)** $(x+5)(x-9)=0$

$x+5=0$ または $x-9=0$

$x=-5$，$x=9$

**(4)** $(3x+1)(x-4)=0$

$3x+1=0$ または $x-4=0$

$x=-\dfrac{1}{3}$，$x=4$

**9** **(1)** $x=0$，$x=3$　**(2)** $x=-2$，$x=10$

**(3)** $x=-5$，$x=6$　**(4)** $x=-3$，$x=-6$

**(5)** $x=-11$　**(6)** $x=9$

**解き方** 左辺を因数分解する。

**(1)** $x^2-3x=0$　$x(x-3)=0$

$x=0$ または $x-3=0$　$x=0$，$x=3$

**(2)** $x^2-8x-20=0$　$(x+2)(x-10)=0$

$x+2=0$ または $x-10=0$

$x=-2$，$x=10$

**(3)** $x^2-x-30=0$　$(x+5)(x-6)=0$

$x+5=0$ または $x-6=0$

$x=-5$，$x=6$

**(4)** $x^2+9x+18=0$　$(x+3)(x+6)=0$

$x+3=0$ または $x+6=0$

$x=-3$，$x=-6$

**(5)** $x^2+22x+121=0$　$(x+11)^2=0$

$x+11=0$　$x=-11$

**(6)** $x^2-18x+81=0$　$(x-9)^2=0$

$x-9=0$　$x=9$

**10** **(1)** $x=4$，$x=8$　**(2)** $x=2$，$x=-6$

**(3)** $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$　**(4)** $x=-2$，$x=6$

**解き方** 式を整理して，(2 次式)$=0$ の形になおす。

**(1)** $x^2=4(3x-8)$　$x^2=12x-32$

$x^2-12x+32=0$　$(x-4)(x-8)=0$

$x=4$，$x=8$

▶ 本文 p.21，23

(3) $3x(x+2)=x-1$　$3x^2+6x=x-1$

$3x^2+5x+1=0$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times1}}{2\times3}$$

$$=\frac{-5\pm\sqrt{25-12}}{6}=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$$

(4) $3(x+2)(x-2)=2x(x+2)$

$3(x^2-4)=2x^2+4x$　$3x^2-12=2x^2+4x$

$x^2-4x-12=0$　$(x+2)(x-6)=0$

$x=-2,\ x=6$

⓫ $a$ の値…1，もう 1 つの解…$2-\sqrt{3}$

**解き方** $x^2-4x+a=0$ の $x$ に $2+\sqrt{3}$ を代入すると

$(2+\sqrt{3})^2-4(2+\sqrt{3})+a=0$

$4+4\sqrt{3}+3-8-4\sqrt{3}+a=0$

$-1+a=0$　$a=1$

よって，$x^2-4x+1=0$ となる。

これを解くと

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times1}}{2\times1}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{16-4}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{12}}{2}$$

$$=\frac{4\pm2\sqrt{3}}{2}=2\pm\sqrt{3}$$

## 2 節　2 次方程式の利用

### p.23　Step 2

❶ 6

**解き方** ある自然数 $x$ の 2 乗は$x^2$，これから 6 をひくと　$x^2-6$

$x^2-6=5x$ を解くと　$x^2-5x-6=0$

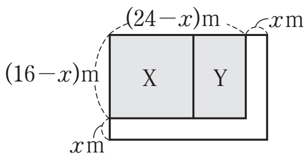
$(x+1)(x-6)=0$　$x=-1,\ x=6$

$x$ は自然数であるから，$x=-1$ は問題に適していない。

したがって　$x=6$

❷ 1 m

**解き方** 下の図のように，道路を移動する。




道路の幅を $x$ m とすると，X と Y を合わせた長方形の縦の長さは $(16-x)$ m，横の長さは $(24-x)$ m と表せる。

この長方形の面積は

$(16-x)(24-x)=345$

$384-40x+x^2=345$

$x^2-40x+39=0$

$(x-1)(x-39)=0$

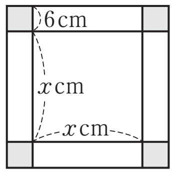
$x=1,\ x=39$

$x<16$ でなければならないから，$x=39$ は問題に適していない。

したがって　$x=1$

❸ 32 cm

**解き方** 右の図のように，直方体の底面の正方形の 1 辺を $x$ cm とする。




直方体の容積は

$x\times x\times6=2400$

$x^2=400$

$x=\pm20$

$x>0$ であるから　$x=20$

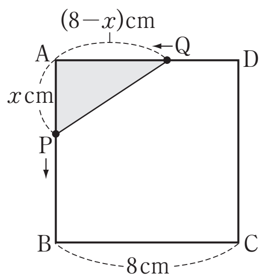
したがって，厚紙の 1 辺の長さは

$20+6+6=32$(cm)

これは問題に適している。

❹ 2 cm，6 cm

**解き方** AP$=x$ cm とすると，AQ$=(8-x)$ cm と表すことができる。




△APQ の面積は

$\frac{1}{2}x(8-x)=6$

$x(8-x)=12$

$8x-x^2=12$

$x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0$

$x=2,\ x=6$

これらは問題に適している。

(求めた解は，どちらも $0<x<8$ である。)

**p.24-25　Step 3**

❶ ㋑，㋒

❷ (1) $x=\pm\dfrac{5}{2}$　(2) $x=4\pm2\sqrt{2}$

(3) $x=4,\ x=-6$　(4) $x=13$

(5) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$　(6) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{6}}{5}$

❸ (1) $x=-2,\ x=12$　(2) $x=-1,\ x=4$

(3) $x=-3\pm\sqrt{11}$　(4) $x=5,\ x=-6$

❹ (1) $a$ の値 $-2$　もう 1 つの解 1

(2) $a$ の値 $-2$　もう 1 つの解 $2-\sqrt{6}$

❺ 7 と 14

❻ 2 m

❼ (1) $(2x+5)$ cm　(2) $(4,\ 13)$　(3) $\left(\dfrac{16}{13},\ 0\right)$

**解き方**

❶ それぞれの式の $x$ に $-3$ を代入し，(左辺)＝(右辺) になるか確かめる。

❷ (6) 解の公式に，$a=5,\ b=-2,\ c=-1$ を代入すると

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times5\times(-1)}}{2\times5}$$

$$=\frac{2\pm\sqrt{4+20}}{10}=\frac{2\pm2\sqrt{6}}{10}=\frac{1\pm\sqrt{6}}{5}$$

❸ (4) $x-3$ を $A$ とおくと

$(x-3)^2+7(x-3)-18=0$

$A^2+7A-18=0$　$(A-2)(A+9)=0$

$(x-3-2)(x-3+9)=0$

$(x-5)(x+6)=0$　$x=5,\ x=-6$

❹ (2) $x^2-4x+a=0$ の $x$ に $2+\sqrt{6}$ を代入すると

$(2+\sqrt{6})^2-4(2+\sqrt{6})+a=0$

$4+4\sqrt{6}+6-8-4\sqrt{6}+a=0$

$2+a=0$　$a=-2$

よって，$x^2-4x-2=0$ となるから

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{16+8}}{2}=\frac{4\pm2\sqrt{6}}{2}=2\pm\sqrt{6}$$

❺ 小さいほうの数を $x$ とすると，大きいほうの数は $21-x$ と表される。

2 つの数の積が 98 であるから

$x(21-x)=98$　$21x-x^2=98$

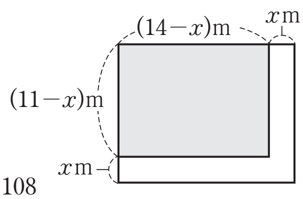
$x^2-21x+98=0$　$(x-7)(x-14)=0$

$x=7,\ x=14$

$x=7$ のとき，大きいほうの数は　$21-7=14$

$x=14$ のとき，大きいほうの数は $21-14=7$ となり，適していないから，7 と 14

❻ 右の図のように，道路を移動し，道路の幅を $x$ m とすると




$(11-x)(14-x)=108$

$154-25x+x^2=108$　$x^2-25x+46=0$

$(x-2)(x-23)=0$　$x=2,\ x=23$

$x<11$ であるから　$x=2$

$x=2$ は問題に適している。

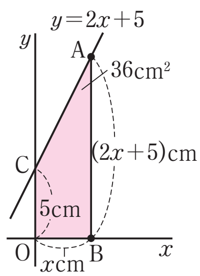
❼ (2) C の $y$ 座標は直線の切片と同じであるから，点 C の座標は $(0,\ 5)$ より

OC＝5 cm

(1) より　OB＝$x$ cm，

AB＝$(2x+5)$ cm

であるから，台形 OBAC の面積は




$\dfrac{1}{2}(5+2x+5)\times x=36$

$\dfrac{1}{2}x(2x+10)=36$

$x^2+5x=36$　$x^2+5x-36=0$

$(x-4)(x+9)=0$　$x=4,\ x=-9$

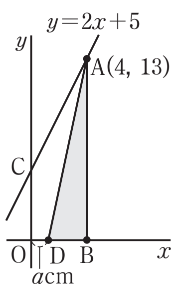
$x>0$ であるから　$x=4$

$2\times4+5=13$ より，点 A の座標は　$(4,\ 13)$

(3) OD＝$a$ cm とすると

DB＝$(4-a)$ cm

△ABD の面積は




$\dfrac{1}{2}\times13\times(4-a)=36\times\dfrac{1}{2}$

$13(4-a)=36$

$4-a=\dfrac{36}{13}$　$a=\dfrac{16}{13}$

よって，点 D の座標は　$\left(\dfrac{16}{13},\ 0\right)$

▶ 本文 p.27-28

# 4 章 関数 $y=ax^2$

## 1 節 関数 $y=ax^2$

## 2 節 関数$y=ax^2$の性質と調べ方

## 3 節 いろいろな関数の利用

**p.27-29** **Step 2**

❶ (1) $y=\frac{1}{3}\pi x^2$　(2) $y=3x^2$　(3) $y=2x^2$

解き方 (1) 中心角 120°のおうぎ形の面積は，円の面積の$\frac{1}{3}$であるから　$y=\pi\times x^2\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\pi x^2$

(2) (角錐の体積)$=\frac{1}{3}\times$(底面積)$\times$(高さ)

より　$y=\frac{1}{3}\times x\times x\times 9=3x^2$

(3) 縦と横の長さの比が 1：2 であるから，縦の長さを $x$ cm とすると，横の長さは $2x$ cm である。

よって　$y=x\times 2x=2x^2$

❷ (1) $y=2x^2$　(2) $y=98$

解き方 (1) $y$ は $x$ の 2 乗に比例するから　$y=ax^2$

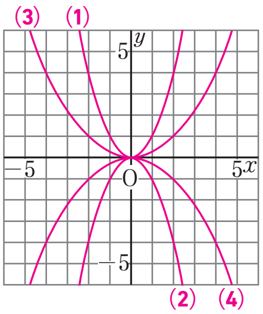
$x=4$ のとき $y=32$ であるから　$32=a\times 4^2$　$a=2$

したがって　$y=2x^2$

(2) (1)で求めた式に，$x=7$ を代入すると

$y=2\times 7^2=98$

❸




解き方 表をかいて，表からグラフをかく。

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | $16$ | $9$ | $4$ | $1$ | $0$ | $1$ | $4$ | $9$ | $16$ |
| $-x^2$ | $-16$ | $-9$ | $-4$ | $-1$ | $0$ | $-1$ | $-4$ | $-9$ | $-16$ |
| $\frac{1}{4}x^2$ | $4$ | $\frac{9}{4}$ | $1$ | $\frac{1}{4}$ | $0$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $\frac{9}{4}$ | $4$ |
| $-\frac{1}{4}x^2$ | $-4$ | $-\frac{9}{4}$ | $-1$ | $-\frac{1}{4}$ | $0$ | $-\frac{1}{4}$ | $-1$ | $-\frac{9}{4}$ | $-4$ |

❹ (1) ㋑，㋔　(2) ㋓　(3) ㋐と㋑

解き方 (1) $y=ax^2$ で，$a<0$ のときは，下に開いた形になるから　㋑，㋔

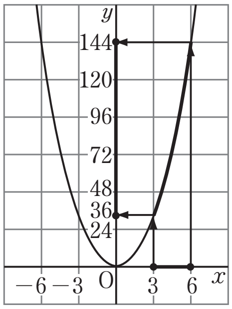
(2) $y=ax^2$ で，$a$ の値の絶対値が小さいほど，グラフの開き方は大きいから　㋓

(3) $y=ax^2$ で，$a$ の値の絶対値が等しく，符号が反対であれば，グラフは $x$ 軸について対称であるから　㋐と㋑

❺ (1) $36\leqq y\leqq 144$　(2) $0\leqq y\leqq 16$

解き方 グラフをかいて，どんな形になるか確認しておく。

(1)




$y=4x^2$ のグラフで，$3\leqq x\leqq 6$ に対応する部分は，上の図の太い線の部分であるから，

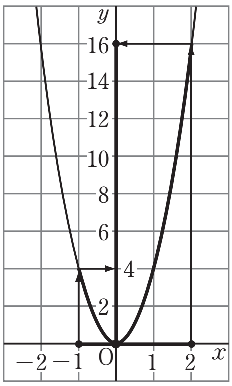
$y$ は，$x=3$ のとき，最小値　$y=4\times 3^2=36$

　　$x=6$ のとき，最大値　$y=4\times 6^2=144$

をとることがわかる。

よって，求める $y$ の変域は　$36\leqq y\leqq 144$

(2)




$y=4x^2$ のグラフで，$-1\leqq x\leqq 2$ に対応する部分は，上の図の太い線の部分であるから，

$y$ は，$x=0$ のとき，最小値　0

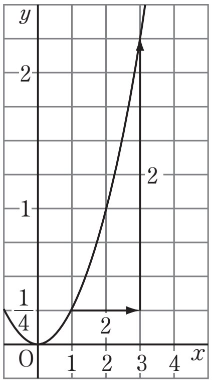
　　$x=2$ のとき，最大値　$y=4\times 2^2=16$

をとることがわかる。

よって，求める $y$ の変域は　$0 \leqq y \leqq 16$

**6** **(1)** 1　　**(2)** $-3$

**解き方** **(1)** $y=\dfrac{1}{4}x^2$ で，




$x=1$ のとき $y=\dfrac{1}{4}$，

$x=3$ のとき $y=\dfrac{9}{4}$

$x$ の増加量は

$3-1=2$

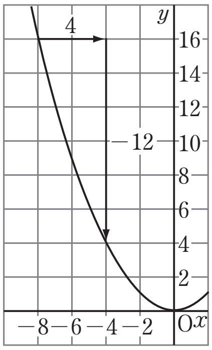
$y$ の増加量は

$\dfrac{9}{4}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{8}{4}=2$

よって，変化の割合は

$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{2}{2}=1$

**(2)** $y=\dfrac{1}{4}x^2$ で，




$x=-8$ のとき $y=16$，

$x=-4$ のとき $y=4$

$x$ の増加量は

$-4-(-8)=4$

$y$ の増加量は

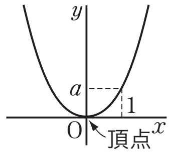
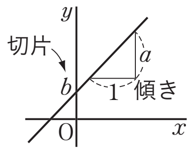
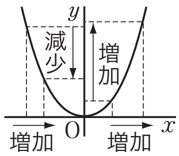
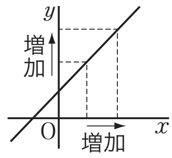
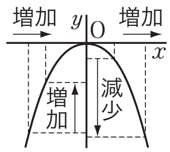
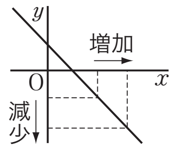
$4-16=-12$

よって，変化の割合は

$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{-12}{4}=-3$

**7** **(1)** ①　　**(2)** ②　　**(3)** ①

**解き方** ①と②のグラフの特徴をまとめると，次の表のようになる。グラフをかいて確認する。

| | | ①関数　$y=ax^2$ | ②関数　$y=ax+b$ |
|---|---|---|---|
| グラフの形 | |  放物線 |  直線 |
| $y$ の値の変化 | $a>0$ のとき |  $x=0$ を境として，減少から増加に変わる。 |  つねに増加 |
| | $a<0$ のとき |  $x=0$ を境として，増加から減少に変わる。 |  つねに減少 |
| 変化の割合 | | 一定ではない。 | 一定で $a$ に等しい。 |

**8** **(1)** 12 m　　**(2)** 24 m/s

**解き方** **(1)** $y=3x^2$ に $x=2$ を代入すると

$y=3\times2^2=12$

**(2)** 平均の速さは，$\dfrac{(\text{進んだ距離})}{(\text{かかった時間})}$ で求められる。

かかった時間は　$5-3=2$(秒)

進んだ距離は　$75-27=48$(m)

よって，平均の速さは　$\dfrac{48}{2}=24$(m/s)

**9** **(1)** $y=3x^2$　　**(2)** $0 \leqq x \leqq 5$，$0 \leqq y \leqq 75$

**解き方** **(1)** $\mathrm{AP}=2x$，$\mathrm{AQ}=3x$ より

$\triangle \mathrm{APQ}=2x\times3x\times\dfrac{1}{2}=3x^2$

したがって　$y=3x^2$

**(2)** P が B に到達するのにかかる時間は

$10\div2=5$(秒)

Q が D に到達するのにかかる時間は

$18\div3=6$(秒)

したがって，$x$ の変域は　$0 \leqq x \leqq 5$

$x=0$ のとき　$y=0$

$x=5$ のとき　$y=3\times5^2=75$

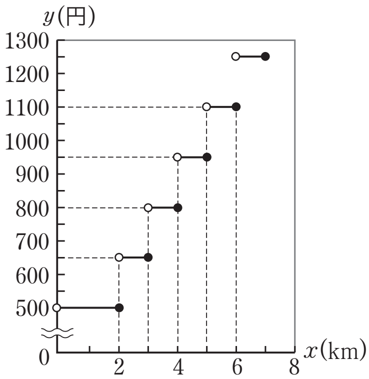
したがって，$y$ の変域は　$0\leqq y\leqq 75$

❿ (1) 650 円

(2) $y=500,\ 650,\ 800,\ 950,\ 1100$

(3) $4<x\leqq5$

**解き方** (2)




上のグラフより

$0<x\leqq2$ のとき　$y=500$

$2<x\leqq3$ のとき　$y=650$

$3<x\leqq4$ のとき　$y=800$

$4<x\leqq5$ のとき　$y=950$

$5<x\leqq6$ のとき　$y=1100$

(3) (2) のグラフより，950 円では，4 km をこえて 5 km まで走ることができる。

よって，$x$ の範囲は　$4<x\leqq5$

## p.30-31 Step 3

❶ (1) $y=3\pi x^2$　〇　(2) $y=4x$　×

(3) $y=3x^2$　〇　(4) $y=\frac{4}{3}\pi x^3$　×

❷ (1) $y=-x^2$　(2) $y=4x^2$　(3) 15

(4) $0\leqq y\leqq\frac{9}{4}$　(5) $a=\frac{1}{2}$　(6) $a=\frac{1}{2}$

❸ 解き方参照

❹ (1) ㋐，㋓　(2) ㋑　(3) ㋑，㋒，㋓　(4) ㋑，㋓

❺ (1) 8 m　(2) 10 m/s

❻ (1) 解き方参照　(2) B

❼ (1) $y=-x+4$　(2) 12

**解き方**

❶ (1) $y=\frac{1}{3}\times\pi\times x^2\times9=3\pi x^2$

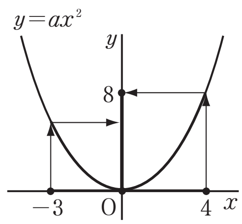
(2) $y=\frac{1}{2}\times x\times8=4x$

(3) $y=x\times3x=3x^2$

(4) $y=\frac{4}{3}\times\pi\times x^3=\frac{4}{3}\pi x^3$

❷ (5) $y$ の変域より，最小値が 0 であるから　$a>0$

$x$ の変域と $y$ の変域はそれぞれ下の図の太い線になる。




$x$ の変域より，$x=4$ のとき $y$ は最大値 8 をとるから　$8=a\times4^2$　よって　$a=\frac{1}{2}$

(6) $y=ax^2$ で，$x=2$ のとき　$y=4a$

$x=4$ のとき　$y=16a$

$x$ が 2 から 4 まで増加するとき

$x$ の増加量は　$4-2=2$

$y$ の増加量は　$16a-4a=12a$

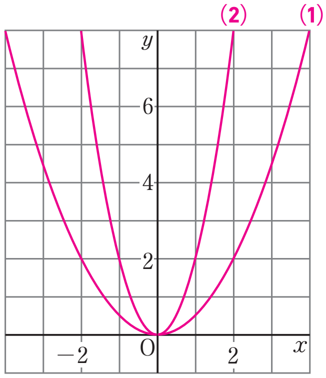
よって，変化の割合は

$$\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\frac{12a}{2}=6a$$

また，$y=3x-7$ の変化の割合は 3 であるから

$6a=3$　　よって　$a=\dfrac{1}{2}$

**3**



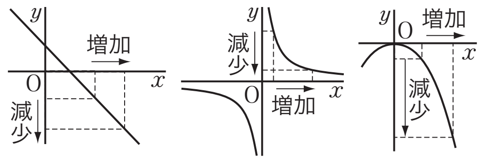

表をかき，表からグラフをかく。

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\dfrac{1}{2}x^2$ | $8$ | $\dfrac{9}{2}$ | $2$ | $\dfrac{1}{2}$ | $0$ | $\dfrac{1}{2}$ | $2$ | $\dfrac{9}{2}$ | $8$ |
| $2x^2$ | $32$ | $18$ | $8$ | $2$ | $0$ | $2$ | $8$ | $18$ | $32$ |

**4** (1) グラフが原点を通るのは，関数 $y=ax^2$ と関数 $y=ax$ であるから㋐，㋓

(2) 変化の割合が一定であるのは，関数 $y=ax+b$ であるから㋑

(3)




$y=ax+b$　　$y=\dfrac{a}{x}$　　$y=ax^2$

$a<0$　　$a>0$　　$a<0$

$x>0$ で，$x$ が増加すると，$y$ は減少する関数は上の 3 つの関数であるから，㋑，㋒，㋓

(4) $x=3$ を式に代入して，$y$ の値を計算する。

㋐に $x=3$ を代入すると

$y=\dfrac{1}{3}\times 3^2=\dfrac{1}{3}\times 9=3$

㋑に $x=3$ を代入すると

$y=-3\times 3-9=-9-9=-18$

㋒に $x=3$ を代入すると　$y=\dfrac{3}{3}=1$

㋓に $x=3$ を代入すると

$y=-2\times 3^2=-2\times 9=-18$

よって　㋑，㋓

**5** (1) $y=2x^2$に $x=2$ を代入すると

$y=2\times 2^2=2\times 4=8$

(2) 平均の速さは，$\dfrac{(進んだ距離)}{(かかった時間)}$ で求められる。

$y=2x^2$ で，$x=2$ のとき $y=8$

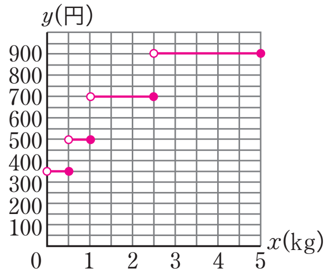
$x=3$ のとき $y=18$

かかった時間は　$3-2=1$(秒)

進んだ距離は　$18-8=10$(m)

よって，平均の速さは　$\dfrac{10}{1}=10$(m/s)

**6** (1)




(2) A… 6 kg のときの料金は　1250 円

よって　$1250\times 2=2500$(円)

B…$6\times 2=12$(kg)

12 kg のときの料金は　2150 円

したがって，B の送り方のほうが安い。

**7** (1) $y=\dfrac{1}{2}x^2$で，$x=-4$ のとき $y=8$

$x=2$ のとき $y=2$

A の座標は $(-4,\ 8)$，B の座標は $(2,\ 2)$

直線 AB は 2 点 A，B を通るから，グラフの傾きは

$\dfrac{2-8}{2-(-4)}=\dfrac{-6}{6}=-1$

したがって　$y=-x+b$

グラフが点 $(2,\ 2)$ を通るから，代入すると，

$2=-2+b$　　$b=4$

よって　$y=-x+4$

(2) (1)より，$y=-x+4$ のグラフの切片は 4 であるから，C の座標は　$(0,\ 4)$

$\triangle$AOB$=\triangle$OAC$+\triangle$OBC より，$\triangle$AOB の面積は，OC を底辺とすると

$\dfrac{1}{2}\times 4\times 4+\dfrac{1}{2}\times 4\times 2=12$

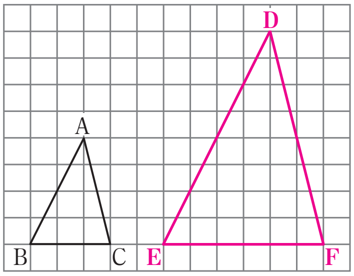
▶ 本文 p.33

## 5 章 相似な図形

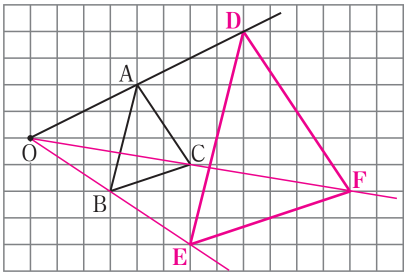
### 1 節 相似な図形

**p.33-34** **Step 2**

❶ (1) (例)




(2)




**解き方** (1) 対応する辺の長さを 2 倍にし，対応する角の大きさが等しくなるようにかく。

(2) 相似の中心の点 O から，半直線 OA のように，頂点 B，C を通る半直線 OB，OC をひく。

❷ (1) ∠B…70°　　∠E…90°　　∠G…85°

(2) AB… 6 cm　　EH…7.2 cm

(3) 3：4

**解き方** (1) 相似な図形では，対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

四角形 ABCD ∽ 四角形 EFGH であるから

∠B＝∠F＝70°，∠E＝∠A＝90°，∠G＝∠C＝85°

となる。

(2) 相似な図形では，対応する辺の長さの比はすべて等しいから　AB：EF＝BC：FG

AB＝$x$ cm とすると　$x$：8＝7.5：10

$10x=60$　$x=6$

さらに　AD：EH＝BC：FG

EH＝$y$ cm とすると　5.4：$y$＝7.5：10

$54=7.5y$　$y=7.2$

(3) 相似な図形では，対応する辺の長さの比が相似比であるから　BC：FG＝7.5：10＝3：4

❸ (1) △ABC ∽ △DEC,

2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

(2) △ABC ∽ △ACD,

2 組の角がそれぞれ等しい。

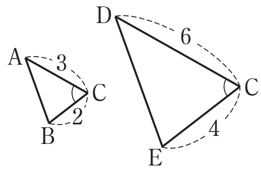
(3) △ABC ∽ △ACD,

2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

**解き方** 相似な三角形を取り出して，向きをそろえて考える。

(1) BC：EC＝CA：CD＝1：2，∠BCA＝∠ECD

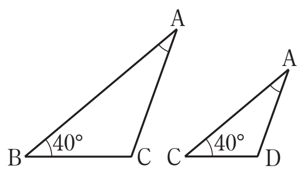
よって，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから　△ABC ∽ △DEC




(2) ∠ABC＝∠ACD＝40°，∠CAB＝∠DAC

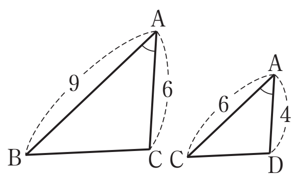
よって，2 組の角がそれぞれ等しいから

△ABC ∽ △ACD




(3) AB：AC＝CA：DA＝3：2，∠CAB＝∠DAC

よって，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから　△ABC ∽ △ACD




❹ (1) △ABE と △CDE において

AB // DC で，平行線の錯角は等しいから

∠EAB＝∠ECD……(ア)

∠ABE＝∠CDE……(イ)

(ア)，(イ)より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△ABE ∽ △CDE

(2) ① △ABD と △AEF において

△ABC と △ADE は正三角形だから

∠DAB＝60° －∠DAF

∠FAE＝60° －∠DAF

よって ∠DAB＝∠FAE……(ア)

∠ABD＝∠AEF＝60°……(イ)

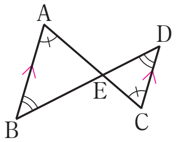
(ア)，(イ)より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△ABD ∽ △AEF

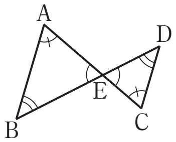
② $\dfrac{4}{3}$ cm

(3) $x=9$

**解き方** (1) 右の図のように，AB // DC より，2 組の角がそれぞれ等しいことがいえる。




**別解** 次のように証明してもよい。




対頂角は等しいから

∠BEA＝∠DEC

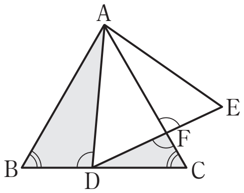
また，AB // DC より

∠ABE＝∠CDE（または ∠EAB＝∠ECD）

より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△ABE ∽ △CDE

(2) ② △ABD と △DCF において，対頂角は等しいから




∠EFA＝∠CFD

また，①より

△ABD ∽ △AEF

だから

∠BDA＝∠EFA＝∠CFD…(ア)

△ABC は正三角形であるから，

∠ABD＝∠DCF＝60°……(イ)

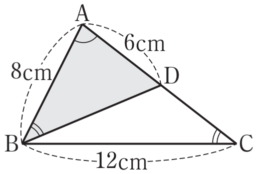
(ア)，(イ)より，2 組の角がそれぞれ等しいから

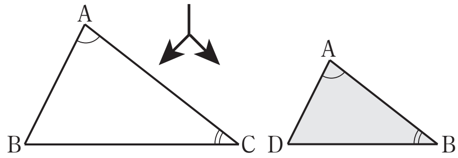
△ABD ∽ △DCF　AB : DC＝BD : CF

CF＝$x$ cm とすると　6 : (6－2)＝2 : $x$

$6x=8$　$x=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$

(3)




∠CAB＝∠BAD，∠BCA＝∠DBA

より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△ABC ∽ △ADB

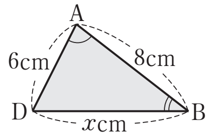
よって　AB : AD＝BC : DB

DB＝$x$ cm より

8 : 6＝12 : $x$

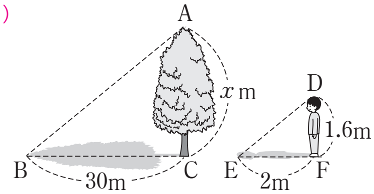
$8x=72$

$x=9$




**5** (1) 24 m　(2) $1.90\times10^3$ m

**解き方** (1)




太陽の光は平行であると考えると　△ABC ∽ △DEF

したがって　BC : EF＝AC : DF

AC＝$x$ m とすると

30 : 2＝$x$ : 1.6　$48=2x$　$x=24$

よって，木の高さは　24 m

(2) 有効数字が 1，9，0 だから，（整数部分が 1 けたの数）は，1.90 である。

$1900=1.90\times1000=1.90\times10^3$

## 2 節 平行線と比

**p.36-37** **Step 2**

**1** (1) $x=5$　(2) $x=24$

(3) $x=\dfrac{9}{2}$　(4) $x=8$

**解き方** 三角形と比の定理を使って求める。

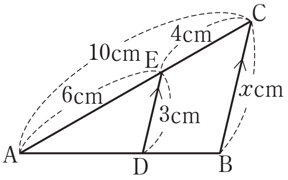
(1) DE // BC であるから

AE：AC＝DE：BC

　6：10＝3：$x$

　　$6x=30$

　　$x=5$



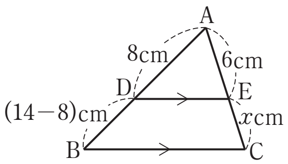

**(3)** DE∥BC であるから

　AD：DB＝AE：EC

8：(14−8)＝6：$x$

　　$8x=36$

　　$x=\dfrac{9}{2}$



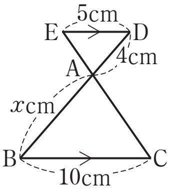

**(4)** DE∥BC であるから

AD：AB＝DE：BC

　$4：x=5：10$

　$40=5x$

　$x=8$




**❷** **(1)** 9 cm　　**(2)** $\dfrac{61}{5}$ cm

**解き方** **(1)** EG∥BC であるから

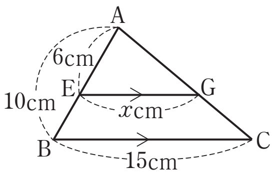
　AE：AB＝EG：BC

EG＝$x$ cm とすると

　$6：10=x：15$

　$90=10x$

　$x=9$




**(2)** **(1)** より

　AG：AC＝AE：AB＝6：10＝3：5

よって CG：CA＝2：5

GF∥AD であるから

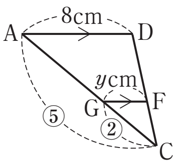
　CG：CA＝FG：DA

FG＝$y$ cm とすると

　$2：5=y：8$

　$16=5y$　$y=\dfrac{16}{5}$

よって　$EF=EG+FG=9+\dfrac{16}{5}=\dfrac{61}{5}$ (cm)

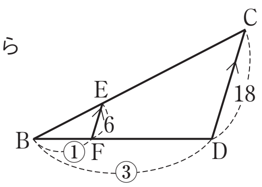



**❸** 9

**解き方** EF∥CD であるから

　BF：BD＝FE：DC

　　＝6：18＝1：3




また，EF∥AB であるから

　DF：DB＝EF：AB

BF：BD＝1：3 であるから

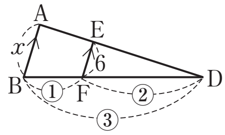
　DF：DB＝2：3

AB＝$x$ とすると

　$2：3=6：x$

　$2x=18$

　$x=9$




**❹** **(1)** 1：1　　**(2)** 4：1

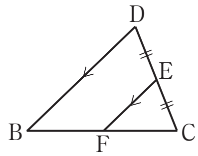
**解き方** **(1)** D，E は辺 AC を 3 等分した点であるから

CE：ED＝1：1

BD∥FE より

CF：FB＝CE：ED

　　＝1：1



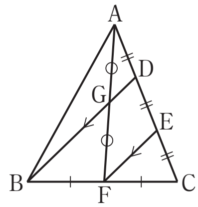

**(2)** D，E は辺 AC を 3 等分した点であるから

　AD：DE＝1：1

　BD∥FE より

AG：GF＝AD：DE

　　＝1：1




よって，△AFE において，点 D，G はそれぞれ辺 AE，AF の中点であるから　$DG=\dfrac{1}{2}EF$

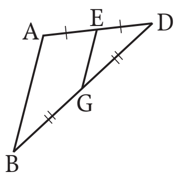
**(1)** より，△CDB において，点 E，F はそれぞれ辺 CD，CB の中点であるから　DB＝2EF

したがって　$DB：DG=2EF：\dfrac{1}{2}EF=4：1$

**❺** △DAB において

E は AD の中点，G は BD の中点であるから

　EG∥AB，$EG=\dfrac{1}{2}AB$

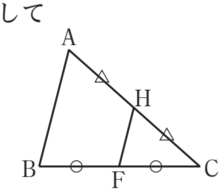



△CAB においても同様にして

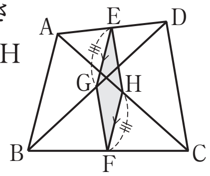
　HF∥AB，$HF=\dfrac{1}{2}AB$

したがって

　EG∥HF，EG＝HF



1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，四角形 EGFH は平行四辺形である。



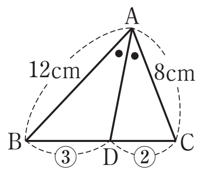

解き方　上の図のように，それぞれの三角形に分け，中点連結定理を使う。
△ACD と △BCD で証明してもよい。

❻ (1) $x=1.8$　　(2) $x=\dfrac{7}{4}$

解き方　(2) 平行線と比の定理より
$7:x=8:2$　$14=8x$　$x=\dfrac{14}{8}=\dfrac{7}{4}$

❼ 6 cm

解き方　BD：DC＝AB：AC
＝12：8＝3：2
よって
$BD=10\times\dfrac{3}{5}=6$ ( cm)




## 3 節　相似な図形の面積と体積

p.38-39　Step 2

❶ (1) 2：3　　(2) 16：49　　(3) 108 $cm^2$

解き方　(1) 相似な平面図形では，周の長さの比は相似比に等しい。
(3) 四角形 ABCD と四角形 A′B′C′D′ の面積比は
$5^2:6^2=25:36$
四角形 A′B′C′D′ の面積を $x$ $cm^2$ とすると
$25:36=75:x$　$25x=2700$　$x=108$

❷ (1) ①　9：25　　②　9：16
(2) △ADE…18 $cm^2$　台形 DBCE…32 $cm^2$

解き方　(1) ①　△ADE：△ABC＝$3^2:(3+2)^2$
＝9：25
②　△ADE：台形 DBCE
＝△ADE：(△ABC－△ADE)
＝9：(25－9)＝9：16
(2) △ADE の面積を $x$ $cm^2$ とすると
△ADE：△ABC＝9：25 より
$x:50=9:25$　$25x=450$　$x=18$
台形 DBCE＝△ABC－△ADE
＝50－18＝32($cm^2$)

❸ (1) 9：25　　(2) 27：125

解き方　円柱の高さの比が相似比になる。相似な立体の表面積の比は，相似比の 2 乗に等しく，相似な立体の体積比は，相似比の 3 乗に等しい。

❹ (1) Q の表面積…1250 $cm^2$
P の体積…4.8 $cm^3$
(2) 625 $cm^3$　　(3) $\dfrac{216}{125}$ 倍

解き方　(1) Q の表面積を $x$ $cm^2$ とすると
$2^2:5^2=200:x$　$4x=25\times200$　$x=1250$
P の体積を $y$ $cm^3$ とすると
$2^3:5^3=y:75$　$8\times75=125y$　$y=4.8$
(2) 底面積がそれぞれ 32 $cm^2$，50 $cm^2$ であるから，R，S の相似比は
$\sqrt{32}:\sqrt{50}=4\sqrt{2}:5\sqrt{2}=4:5$
S の体積を $x$ $cm^3$ とすると
$4^3:5^3=320:x$　$64x=125\times320$　$x=625$
(3) 表面積がそれぞれ 216 $cm^2$，150 $cm^2$ であるから，T，U の相似比は
$\sqrt{216}:\sqrt{150}=6\sqrt{6}:5\sqrt{6}=6:5$
したがって，T，U の体積比は　$6^3:5^3=216:125$
よって，T の体積は，U の体積の $\dfrac{216}{125}$ 倍

## p.40-41 Step 3

**1** (1) $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$

2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

(2) $\triangle ACD \backsim \triangle DBE$　$\triangle ADE \backsim \triangle ABD$

2 組の角がそれぞれ等しい。

(3) $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$

3 組の辺の比がすべて等しい。

**2** (1) $x=16$　(2) $x=4$　(3) $x=3$

(4) $x=\dfrac{78}{5}$　(5) $x=\dfrac{15}{2}$

**3** (1) 解き方参照　(2) $3:5$

(3) $9:25$　(4) $25:9$

**4** 解き方参照

**5** (1) $375\ \text{cm}^2$　(2) $1:216$

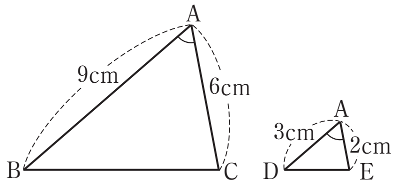
**6** (1) $1:3:5$　(2) $1:7:19$

---

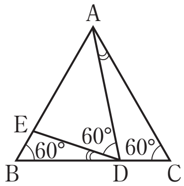
**解き方**

**1** 相似な三角形を取り出し，向きをそろえる。

(1)




(2) 三角形の内角，外角の性質より

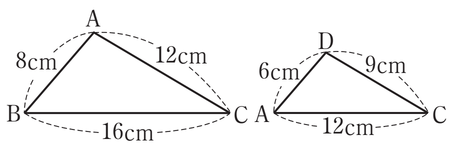



$60^\circ+\angle DAC=\angle ADB$

$\angle ADB=60^\circ+\angle EDB$

よって $\angle DAC=\angle EDB$

(3)




**2** (3) $\triangle EMN$ において，中点連結定理より

$MN=2x$

$\triangle ABC$ において，中点連結定理より

$BC=2MN$ であるから　$12=4x$　　$x=3$

**3** (1) $\triangle AED$ と $\triangle GEC$ において，

$AD /\!/ CG$ で，平行線の錯角は等しいから

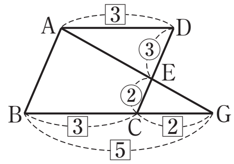
$\angle DAE=\angle CGE$　……①

$\angle EDA=\angle ECG$　……②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AED \backsim \triangle GEC$

**別解** 対頂角は等しいから，$\angle AED=\angle GEC$ を使って証明してもよい。




(2) (1) より，

$\triangle AED \backsim \triangle GEC$

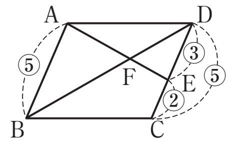
であるから，

$CG:DA=CE:DE=2:3$

$\square ABCD$ で，$AD=BC$ であるから

$AD:BG=3:(3+2)=3:5$

(3) $\triangle AFD \backsim \triangle GFB$ で，$AD:BG=3:5$ より，面積比は　$3^2:5^2=9:25$



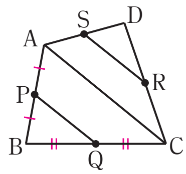

(4) $\triangle ABF \backsim \triangle EDF$ で，

$AB=DC$ より

$AB:ED=5:3$

よって，面積比は　$5^2:3^2=25:9$

**4** $\triangle BAC$ において，P は辺 AB の中点，Q は辺 BC の中点であるから

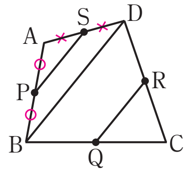



$PQ=\dfrac{1}{2}AC$

$\triangle DCA$ も同様にして

$RS=\dfrac{1}{2}AC$

また，$\triangle ABD$ において，P は辺 AB の中点，S は辺 DA の中点であるから




$PS=\dfrac{1}{2}BD$

$\triangle CBD$ も同様にして

$QR=\dfrac{1}{2}BD$

$AC=BD$ より　$PQ=RS=SP=QR$

したがって，4 つの辺の長さがすべて等しいから，四角形 PQRS はひし形である。

**5** (1) Q の表面積を $x\ \text{cm}^2$ とすると

$3^2:5^2=135:x$　$9x=25\times135$　$x=375$

(2) 1 つの面の面積がそれぞれ $1\ \text{cm}^2$，$36\ \text{cm}^2$ であるから，R と T の相似比は　$\sqrt{1}:\sqrt{36}=1:6$

よって，体積比は　$1^3:6^3=1:216$

**6** A と B を合わせた円錐を P，A と B と C を合わせた円錐を Q とすると，円錐 A と円錐 P と円錐

Q の相似比は　1：2：3

(1) 円錐 A，P，Q の側面積の比は

$1^2:2^2:3^2=1:4:9$

よって，A，B，C の側面積の比は

$1:(4-1):(9-4)=1:3:5$

(2) 円錐 A，P，Q の体積比は

$1^3:2^3:3^3=1:8:27$

よって，A，B，C の体積比は

$1:(8-1):(27-8)=1:7:19$

# 6章 円

## 1節 円周角の定理

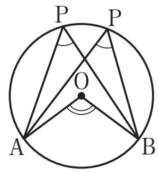
## 2節 円周角の定理の利用

p.43-45　Step 2

❶ (1) 55°　(2) 90°　(3) 115°

(4) 40°　(5) 55°　(6) 94°

解き方 円周角の定理を利用する。




(1)，(2)，(3)は，

$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$ を使う。

(4)，(5)，(6)は，

「1つの弧に対する円周角の大きさは一定である」を使う。

(1) $\angle x=\frac{1}{2}\times 110^\circ=55^\circ$

(2) $45^\circ=\frac{1}{2}\angle x$ より　$\angle x=45^\circ\times 2=90^\circ$

(3) $\angle AOB=360^\circ-130^\circ=230^\circ$

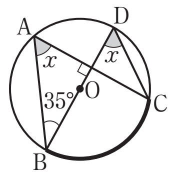
$\angle x=\frac{1}{2}\times 230^\circ=115^\circ$

(4) $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角の大きさは一定であるから

$\angle BAC=\angle BDC$

よって　$\angle x=40^\circ$

(5) $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角であるから

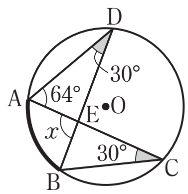



$\angle x=\angle BAC$

$=180^\circ-(35^\circ+90^\circ)$

$=55^\circ$

(6) 右の図で，$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角であるから



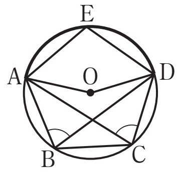

$\angle ADB=\angle ACB=30^\circ$

$\angle x$ は $\triangle AED$ の頂点 E における外角であるから，三角形の内角，外角の性質より

$\angle x=64^\circ+30^\circ=94^\circ$

❷ (1) ∠ABD，∠ACD　(2) 120°

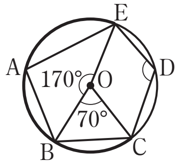
**解き方** (1) 点 E を通る $\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は，右の図のようになる。




よって，この弧に対する円周角は，$\angle ABD$ と $\angle ACD$ である。

(2) $\angle CDE$ に対する中心角は

$\angle BOC+\angle EOB=70^\circ+170^\circ$
$=240^\circ$




$\angle CDE=\dfrac{1}{2}\times240^\circ=120^\circ$

**3** (1) $x=40$　(2) $x=4$　(3) $x=5$

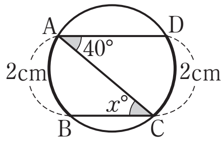
**解き方** 円周角と弧の定理を使う。

(1)は，「等しい弧に対する円周角は等しい」

(2)，(3)は，「等しい円周角に対する弧は等しい」

をそれぞれ使う。

(1) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ で，等しい弧に対する円周角は等しいから　$\angle x=40^\circ$



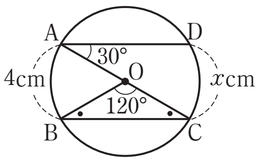

(2) OB＝OC であるから，

△OBC は二等辺三角形である。

よって $\angle OCB$

$=(180^\circ-120^\circ)\div2$

$=30^\circ=\angle DAC$




したがって，円周角が等しいから

$\overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{AB}=4$ cm　つまり　$x=4$

(3) 円周角が等しいから　$x=5$

**4** (1) $\angle ADB$，$\angle CAD$，$\angle CBD$

(2) 仮定より，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

円周角と弧の定理より，$\angle ACB=\angle DBC$

よって，錯角が等しいから，$AC /\!/ BD$

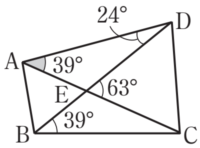
**解き方** (1) $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角の大きさは一定であるから　$\angle ACB=\angle ADB$

また，等しい弧に対する円周角は等しいから

$\angle ACB=\angle CAD=\angle CBD$

**5** ㋐，㋑

**解き方** ㋐ △AED で，三角形の内角，外角の性質より



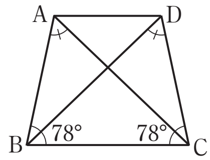

$\angle CAD=63^\circ-24^\circ=39^\circ$

$\angle CBD=\angle CAD=39^\circ$

であるから，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。

㋑ AB＝DC，BC は共通，

$\angle ABC=\angle DCB=78^\circ$




より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから　△ABC≡△DCB

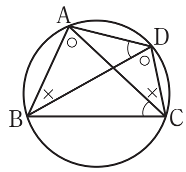
よって，$\angle CAB=\angle BDC$ であるから，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。

㋒ $\angle BAC=54^\circ$，$\angle BDC=53^\circ$ で等しくないから，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にない。

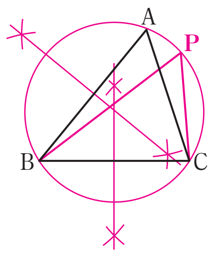
**6** $\angle ACB=\angle ADB$ であるから，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。

$\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{AD}$ において，円周角の定理よりそれぞれ，$\angle BAC=\angle BDC$，$\angle ABD=\angle ACD$ が成り立つ。

**解き方** まず，4 点 A，B，C，D が 1 つの円周上にあることを示し，$\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{AD}$ に対して，円周角の定理を使って証明する。




**7** (例)




**解き方** AB，BC の垂直二等分線をひき，3 点 A，B，C を通る円の中心 O を求める。O を中心とし，3 点 A，B，C を通る円をかく。点 P は，点 A をふくむ $\overset{\frown}{BC}$ 上(端点を除く)ならば，どこにとってもよい。

**8** (1) $\angle ABC$

(2) △PAD と △PCB において

$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角であるから

　$\angle ADP=\angle CBP$ ……①

　$\angle P$ は共通 ……②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから

　$\triangle PAD \backsim \triangle PCB$

**解き方** (2) 円周角の定理を使い，2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

❾ $\triangle ABE$ と $\triangle BDE$ において

$\overset{\frown}{EC}$ に対する円周角であるから

　$\angle CAE=\angle EBD$

$\angle CAE=\angle EAB$ より

　$\angle EAB=\angle EBD$ ……①

共通な角だから

　$\angle AEB=\angle BED$ ……②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから

　$\triangle ABE \backsim \triangle BDE$

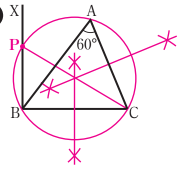
**解き方** 円周角の定理を使い，2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

**p.46-47** **Step 3**

❶ (1) 57°　(2) 44°　(3) 38°
(4) 96°　(5) 70°　(6) 120°

❷ $\angle x=36°$　$\angle y=72°$　$\angle z=108°$

❸ (1) ○　(2) ×　(3) ○

❹



❺ (1) AP…AS　BP…BQ
CR…CQ　DR…DS
(2) 10

❻ (1) $\triangle PAC \backsim \triangle PDB$　(2) $\dfrac{20}{3}$ cm

❼ 解き方参照

**解き方**

❶ (1) $\angle APB=\dfrac{1}{2}\angle AOB$ より

　$\angle x=\dfrac{1}{2}\times 114°=57°$

(2) 直径と円周角の定理より

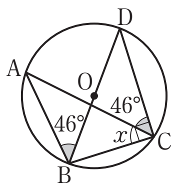
　$\angle BCD=90°$

円周角の定理より

　$\angle ACD=\angle ABD=46°$

よって

　$\angle x=90°-46°=44°$

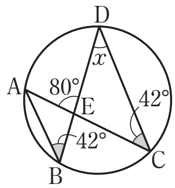



(3) 円周角の定理より

　$\angle ACD=\angle ABD=42°$

$\triangle CDE$ において，三角形の内角，外角の性質より

　$\angle x=80°-42°=38°$




(4) P と O を結ぶ。円 O の半径だから

　$OA=OB=OP$

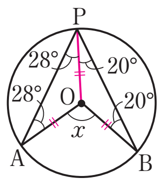
よって，$\triangle OAP$ と $\triangle OBP$ は二等辺三角形である。

したがって

　$\angle OPA=\angle OAP=28°$

　$\angle OPB=\angle OBP=20°$

　$\angle x=2\angle APB=2\times(28°+20°)=96°$



**(5)** F と C を結ぶ。

円周角の定理より

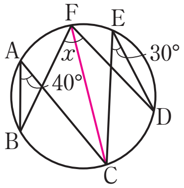
$\angle BFC=\angle BAC=40^\circ$

$\angle CFD=\angle CED=30^\circ$

$\angle x=\angle BFC+\angle CFD$

$=40^\circ+30^\circ$

$=70^\circ$



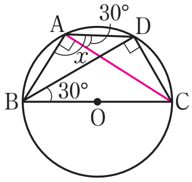

**(6)** A と C を結ぶ。直径と円周角の定理より

$\angle BAC=90^\circ$

円周角の定理より

$\angle CAD=\angle CBD=30^\circ$

$\angle x=90^\circ+30^\circ=120^\circ$



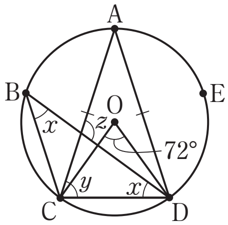

**2** 円周を A，B，C，D，E によって 5 等分しているから

$\angle COD=360^\circ\div5=72^\circ$

円周角の定理より

$\angle x=\angle COD\div2$

$=72^\circ\div2=36^\circ$




$\triangle ACD$ は $AC=AD$ の二等辺三角形であり，

$\angle CAD=\angle CBD=36^\circ$ であるから

$\angle y=(180^\circ-36^\circ)\div2=72^\circ$

また，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$ より $\angle CBD=\angle BDC$

三角形の内角，外角の性質より

$\angle z=\angle BDC+\angle ACD=\angle x+\angle y$

$=36^\circ+72^\circ=108^\circ$

**別解** $\angle x$，$\angle y$ は次のように求めてもよい。

円周角の定理より

$\angle CAD=\angle CBD=\angle x$

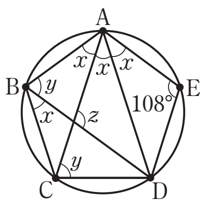
円周角と弧の定理より

$\angle BAC=\angle CAD=\angle DAE$

$=\angle x$

$\angle x=\dfrac{1}{3}\times108^\circ=36^\circ$

$\angle y=108^\circ-\angle x=108^\circ-36^\circ=72^\circ$

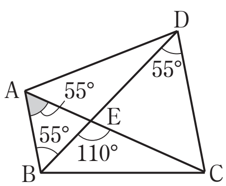



**3** **(1)** $\triangle ABE$ において，三角形の内角，外角の性質より

$\angle BAC=110^\circ-55^\circ$

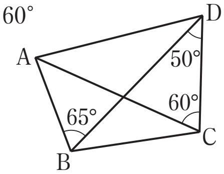
$=55^\circ$

$\angle BDC=\angle BAC=55^\circ$

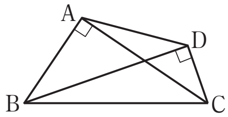



であるから，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。

**(2)** $\angle ABD=65^\circ$，$\angle ACD=60^\circ$ で等しくないから，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にない。



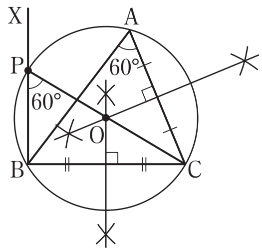

**(3)** $\angle BAC=\angle BDC=90^\circ$ であるから，円周角の定理の逆より，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にある。




**4** 3 点 A，B，C を通る円と半直線 BX との交点が点 P である。

① AC，BC の垂直二等分線をひき，その交点を O とする。

② O を中心とし，3 点 A，B，C を通る円をかく。



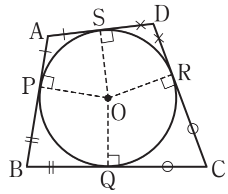

③ ②の円と半直線 BX との交点を P とする。

4 点 A，B，C，P が 1 つの円周上にあれば，円周角の定理より，$\angle BPC=\angle BAC=60^\circ$ となり，半直線 BX 上に $\angle BPC=60^\circ$ となる点 P が作図できる。

**5** **(1)** 円外の 1 点から，その円にひいた 2 つの接線の長さは等しいから

$AP=AS$，$BP=BQ$，

$CR=CQ$，$DR=DS$




**(2)** $AD+BC=(AS+SD)+(BQ+QC)$

$=(AP+RD)+(BP+RC)$

$=(AP+BP)+(RD+RC)$

$=AB+DC$

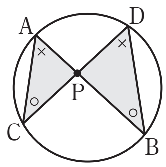
よって　$AB+DC=AD+BC=10$

**6** **(1)** 円周角の定理より

$\angle PAC=\angle PDB$

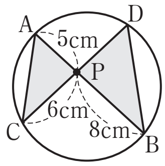
$\angle ACP=\angle DBP$

よって，2 組の角がそれぞれ等しいから　$\triangle PAC\backsim\triangle PDB$



**別解** 対頂角は等しいから　∠CPA＝∠BPD
を根拠にして，相似な三角形を考えてもよい。

(2) △PAC ∽ △PDB より



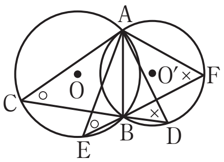

PA：PD＝PC：PB

5：PD＝6：8

40＝6PD

$\mathrm{PD}=\dfrac{40}{6}=\dfrac{20}{3}$ (cm)

❼ △ACD と △AEF において




円周角の定理より

∠ACD＝∠AEF

∠ADC＝∠AFE

よって，2 組の角がそれぞれ等しいから

△ACD ∽ △AEF

## 7 章　三平方の定理

### 1 節　三平方の定理

**p.49**　**Step 2**

❶ (1) $x=15$　(2) $x=8$

(3) $x=5$　(4) $x=16$

**解き方** 三平方の定理にあてはめる。

(1) 斜辺は $x$ cm であるから

$9^2+12^2=x^2$　$81+144=x^2$　$x^2=225$

$x>0$ であるから $x=\sqrt{225}=15$

(2) 斜辺は 17 cm であるから

$x^2+15^2=17^2$　$x^2+225=289$　$x^2=64$

$x>0$ であるから $x=\sqrt{64}=8$

(3) 斜辺は 13 cm であるから

$12^2+x^2=13^2$　$x^2=169-144=25$

$x>0$ であるから $x=\sqrt{25}=5$

(4) AH＝$h$ cm とする。

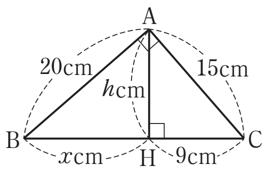
△ACH において，斜辺が 15 cm であるから

$h^2+9^2=15^2$　$h^2=144$

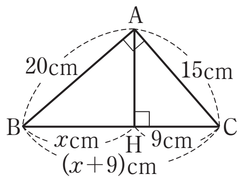
△ABH において，斜辺が 20 cm であるから

$h^2+x^2=20^2$　$144+x^2=400$　$x^2=256$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{256}=16$




**別解** 次のように考えてもよい。




直角三角形 ABC において，

BC＝$(x+9)$ cm，BC は斜辺であるから

$20^2+15^2=(x+9)^2$　$(x+9)^2=625$　$x+9=\pm25$

$x=16,\ x=-34$

$x>0$ であるから　$x=16$

❷ (1) $\sqrt{85}$ cm　(2) 9 cm

(3) $2\sqrt{3}$ cm　　(4) 25 cm

解き方 斜辺の長さを $x$ cm とする。

(1) $7^2+6^2=x^2$　$x^2=85$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{85}$

(2) $(4\sqrt{2})^2+7^2=x^2$　$x^2=81$

$x>0$ であるから　$x=9$

(3) $(\sqrt{5})^2+(\sqrt{7})^2=x^2$　$x^2=12$

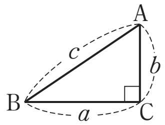
$x>0$ であるから　$x=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

(4) $7^2+24^2=x^2$　$x^2=625$

$x>0$ であるから　$x=25$

**3** ㋒，㋓，㋔

解き方 3 辺の長さ $a$，$b$，$c$ の間に，$a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立つかどうかを調べればよい。このとき，もっとも長い辺を $c$ とする。




㋐　$a=5$，$b=6$，$c=7$ とすると

$a^2+b^2=5^2+6^2=61$　$c^2=7^2=49$

㋑　$a=6$，$b=8$，$c=11$ とすると

$a^2+b^2=6^2+8^2=100$　$c^2=11^2=121$

㋒　$a=\sqrt{3}$，$b=\sqrt{7}$，$c=\sqrt{10}$ とすると

$a^2+b^2=(\sqrt{3})^2+(\sqrt{7})^2=10$　$c^2=(\sqrt{10})^2=10$

㋓　$a=1.8$，$b=2.4$，$c=3$ とすると

$a^2+b^2=1.8^2+2.4^2=9$　$c^2=3^2=9$

㋔　$a=11$，$b=60$，$c=61$ とすると

$a^2+b^2=11^2+60^2=3721$　$c^2=61^2=3721$

㋕　$3=\sqrt{9}$，$3\sqrt{3}=\sqrt{27}$，$7=\sqrt{49}$ より

$3<3\sqrt{3}<7$

であるから，$a=3$，$b=3\sqrt{3}$，$c=7$ とすると

$a^2+b^2=3^2+(3\sqrt{3})^2=36$　$c^2=7^2=49$

よって，直角三角形は㋒，㋓，㋔

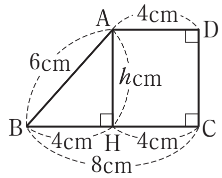
## 2 節 三平方の定理の利用

**p.51** **Step 2**

**1** (1) $12\sqrt{5}$ cm²　　(2) $\left(\dfrac{5\sqrt{7}}{2}+8\right)$ cm²

解き方 補助線をひいて図形を 2 つに分けてみる。

(1) A から BC 上に垂線をひき，BC との交点を H とする。




AH$=h$ cm とすると，△ABH は直角三角形だから

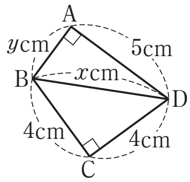
$h^2+4^2=6^2$　$h^2=20$

$h>0$ であるから　$h=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

AH は台形の高さだから，台形の面積は

$\dfrac{1}{2}\times(4+8)\times2\sqrt{5}=12\sqrt{5}$ (cm²)

(2) 右の図で，BD$=x$ cm とすると，△BCD は直角三角形であるから，




$4^2+4^2=x^2$　$x^2=32$

AB$=y$ cm とすると，△ABD は直角三角形であるから，

$y^2+5^2=x^2$　$y^2+25=32$　$y^2=7$

$y>0$ であるから　$y=\sqrt{7}$

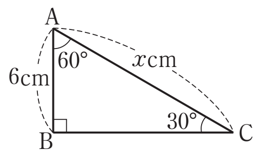
四角形 ABCD$=$△ABD$+$△BCD

$=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{7}\times5+\dfrac{1}{2}\times4\times4=\dfrac{5\sqrt{7}}{2}+8$ (cm²)

**2** (1) $x=12$　　(2) $x=4\sqrt{2}$

解き方 特別な直角三角形の 3 辺の比を利用する。

(1) 30°，60°，90° の直角三角形の 3 辺の比は

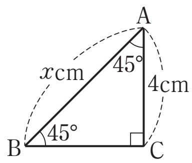



AB：BC：CA

$=1:\sqrt{3}:2$

であるから　$x=6\times2=12$

(2) 45°，45°，90° の直角三角形の 3 辺の比は




AB：BC：CA$=\sqrt{2}:1:1$

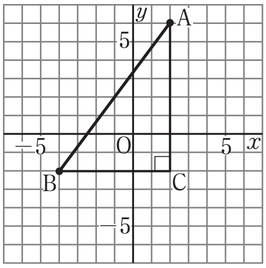
であるから　$x=4\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

**3** (1) 10　　(2) $2\sqrt{10}$ cm

(3) $\sqrt{3}\,a$　　(4) $2\sqrt{17}$ cm

解き方 (1) 座標で考える。

▶ 本文 p.51



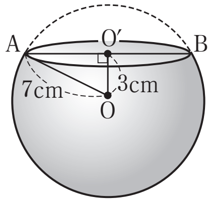

上の図のように，直角三角形 ABC をつくる。

$BC=2-(-4)=6$，$AC=6-(-2)=8$

$AB=d$ とすると　$d^2=6^2+8^2=100$

$d>0$ であるから　$d=\sqrt{100}=10$

**(2)** 右の図で，切り口の円の中心を O′ とすると，O′A は円 O′ の半径である。



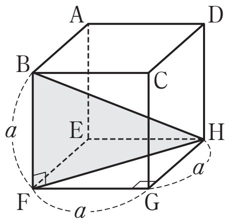

O′A＝$x$ cm とすると

$x^2+3^2=7^2$

$x^2=40$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

**(3)** 底面の対角線 FH をひくと，△BFH は対角線 BH を斜辺とする直角三角形になる。




△FGH は，45°，45°，90°の直角三角形であるから

$FH=\sqrt{2}\,a$

よって　$BH^2=(\sqrt{2}\,a)^2+a^2=2a^2+a^2=3a^2$

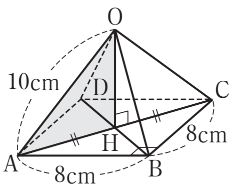
$BH>0$ であるから　$BH=\sqrt{3a^2}=\sqrt{3}\,a$

**別解**

$BH=\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\sqrt{3a^2}=\sqrt{3}\,a$

と考えてもよい。

**(4)** 底面に対角線をひき，交点を H とすると，△ABC は 45°，45°，90° の直角三角形であるから




$AC=8\sqrt{2}$ cm

よって　$AH=4\sqrt{2}$ cm

△OAH も直角三角形であるから

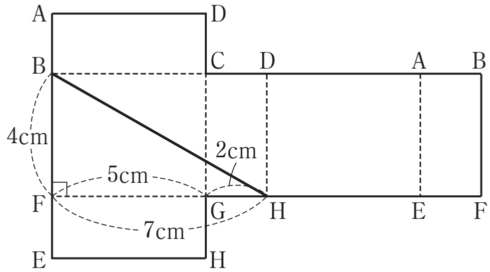
$AO^2=AH^2+OH^2$

$10^2=(4\sqrt{2})^2+OH^2$　　$OH^2=68$

$OH>0$ であるから　$OH=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$ (cm)

**4** **(1)** $\sqrt{65}$ cm　　　**(2)** $\dfrac{5}{3}$ cm

**解き方** **(1)** 展開図をかいて考える。




長さがもっとも短くなるときの糸のようすをかくと，上の展開図のように，線分 BH になる。

△BFH は直角三角形であるから

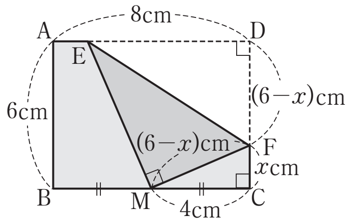
$BH^2=4^2+7^2=65$

$BH>0$ であるから　$BH=\sqrt{65}$ (cm)

**(2)** △EMF は △EDF を折ったものであるから，

△EMF≡△EDF

よって　MF＝DF




CF＝$x$ cm とすると，DF＝$(6-x)$ cm であるから

MF＝DF＝$(6-x)$ cm

△FCM は直角三角形であるから

$x^2+4^2=(6-x)^2$　$x^2+16=36-12x+x^2$

$12x=20$　$x=\dfrac{20}{12}=\dfrac{5}{3}$

▶ 本文 p.52

## p.52-53 Step 3

❶ (1) $x=2\sqrt{5}$　(2) $x=4\sqrt{2}$　(3) $x=2\sqrt{14}$

❷ (1) ×　(2) ○　(3) ×　(4) ○

❸ AB $8\sqrt{3}$ cm　BC $4\sqrt{3}$ cm

AD $6\sqrt{2}$ cm　CD $6\sqrt{2}$ cm

❹ (1) $16\sqrt{3}$ cm²　(2) $6\sqrt{2}$　(3) $12\sqrt{2}$ cm

❺ (1) △ABH $AH^2=49-x^2$

△ACH $AH^2=-x^2+16x-39$

(2) $x=\dfrac{11}{2}$　(3) $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$　(4) $10\sqrt{3}$

❻ (1) $\sqrt{22}$ cm　(2) $2\sqrt{13}$ cm　(3) $\dfrac{16\sqrt{17}}{3}$ cm³

❼ $4\sqrt{3}$ cm

❽ (1) ∠DBE, ∠FDB　(2) $(9-x)$ cm

(3) $\dfrac{5}{2}$ cm

### 解き方

❶ (1) $2^2+4^2=x^2$　　$x^2=20$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

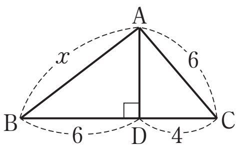
(2) $x^2+7^2=9^2$　　$x^2=32$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

(3) △ABD において

$AD^2+6^2=x^2$

$AD^2=x^2-36$




△ACD において

$AD^2+4^2=6^2$　　$AD^2=20$

よって　$x^2-36=20$　　$x^2=56$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$

❷ 3 辺の長さ $a$, $b$, $c$ の間に $a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立つかを調べる。もっとも長い辺を $c$ とする。

(1) $a=4$, $b=5$, $c=7$ とすると

$a^2+b^2=4^2+5^2=41$　$c^2=49$

(2) $a=0.9$, $b=1.2$, $c=1.5$ とすると

$a^2+b^2=0.9^2+1.2^2=2.25$　$c^2=2.25$

(3) $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$, $3=\sqrt{9}$ であるから

$a=2$, $b=3$, $c=2\sqrt{3}$ とすると

$a^2+b^2=2^2+3^2=13$　$c^2=12$

(4) $2\sqrt{2}=\sqrt{8}$ であるから

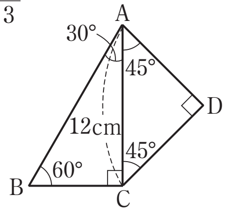
$a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{6}$, $c=2\sqrt{2}$ とすると

$a^2+b^2=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{6})^2=8$

$c^2=(2\sqrt{2})^2=8$

❸ △ABC は 30°, 60°, 90° の直角三角形であるから

AB : BC : AC $=2:1:\sqrt{3}$




AC＝12 cm より

AB : AC $=2:\sqrt{3}$

AB : 12 $=2:\sqrt{3}$

$\sqrt{3}\,AB=24$

$AB=\dfrac{24}{\sqrt{3}}=8\sqrt{3}$ (cm)

BC : AB $=1:2$

BC : $8\sqrt{3}=1:2$

$2BC=8\sqrt{3}$

$BC=\dfrac{8\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$ (cm)

△ACD は 45°, 45°, 90° の直角三角形であるから

AC : AD : CD $=\sqrt{2}:1:1$

AD : AC $=1:\sqrt{2}$

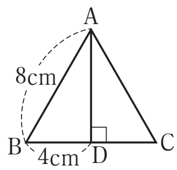
AD : 12 $=1:\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\,AD=12$

$AD=\dfrac{12}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}$ (cm)

$CD=AD=6\sqrt{2}$ cm

❹ (1) 頂点 A から辺 BC に垂線 AD をひくと，D は BC の中点になる。△ABD で




$AD^2+4^2=8^2$

$AD^2=64-16=48$

$AD>0$ であるから

$AD=4\sqrt{3}$ (cm)

求める面積は，$\dfrac{1}{2}\times8\times4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$ (cm²)

(2) AB を斜辺として，他の 2 辺が座標軸に平行な直角三角形をつくる。

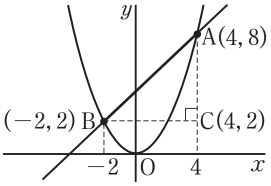
A, B, C の座標はそれぞれ，A(4, 8), B(−2, 2), C(4, 2)

よって $BC=4-(-2)=6$

$AC=8-2=6$

$AB=d$ とすると $d^2=6^2+6^2=72$

$d>0$ であるから $d=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$




**(3)** 中心 O から，弦 AB に垂線 OH をひくと，下の図より，△OAH≡△OBH であるから，H は AB の中点となる。

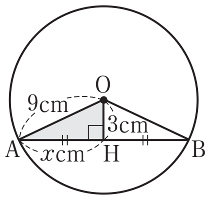
AH=$x$ cm とすると，

△OAH は直角三角形であるから，

$x^2+3^2=9^2$　　$x^2=72$

$x>0$ であるから $x=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

AB=2AH=$2\times6\sqrt{2}=12\sqrt{2}$ (cm)




**5** **(1)** BH=$x$ とすると，CH=$8-x$ と表せる。

△ABH で

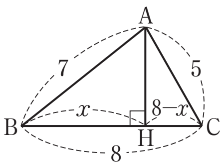
$AH^2+x^2=7^2$

$AH^2=49-x^2$

△ACH で

$AH^2+(8-x)^2=5^2$

$AH^2=25-(8-x)^2=-x^2+16x-39$

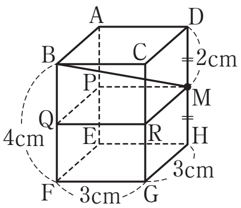



**6** **(1)** 点 M を通り，面 ABCD に平行な面を PQRM とする。

BM は直方体 ABCD−PQRM の対角線であるから

$BM=\sqrt{3^2+3^2+2^2}$

$=\sqrt{22}$ (cm)




**(3)** 底面に対角線をひき，交点を H とすると，

△ABC は 45°，45°，90°の直角三角形であるから

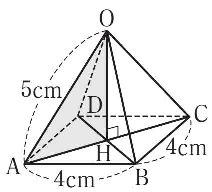
$AC=4\sqrt{2}$ cm

よって

$AH=2\sqrt{2}$ cm

△OAH も直角三角形であるから

$5^2=(2\sqrt{2})^2+OH^2$




$OH^2=17$

$OH>0$ であるから　$OH=\sqrt{17}$ (cm)

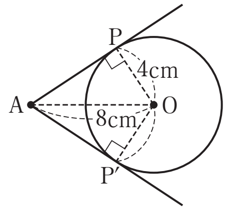
体積は

$\dfrac{1}{3}\times4\times4\times\sqrt{17}=\dfrac{16\sqrt{17}}{3}$ (cm³)

**7** △AOP は直角三角形であるから

$AP^2+4^2=8^2$　$AP^2=48$

$AP>0$ であるから　$AP=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ (cm)




**8** **(1)** BD を折り目として折り返したから

∠DBC=∠DBE(または ∠DBF)

AD∥BC より，錯角が等しいから

∠DBC=∠FDB(または ∠ADB)

**(2)** **(1)**より，∠DBF=∠FDB であるから，

△FBD は二等辺三角形である。

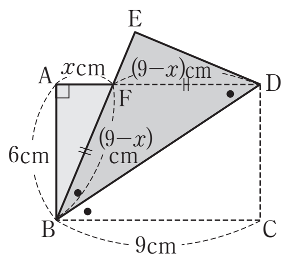
**(3)** 直角三角形 ABF において

$x^2+6^2=(9-x)^2$

$x^2+36=81-18x+x^2$

$18x=45$

$x=\dfrac{45}{18}=\dfrac{5}{2}$



# 8 章 標本調査

## 1 節 標本調査

### p.55 Step 2

❶ ㋑，㋒

解き方 全体を調査するのに時間や費用がかかりすぎたり，全部を調べるわけにはいかない場合に標本調査を行う。

❷ (1) 母集団…中学 3 年生全員 2564 人
標本…選ばれた 100 人の生徒
(2) 100

解き方 (1) 標本調査を行うとき，傾向を知りたい集団全体を母集団，母集団の一部分として取り出して実際に調べたものを標本という。
(2) 母集団の一部分として取り出したデータの個数を，標本の大きさという。

❸ ㋑，㋓

解き方 かたよりのないように無作為に抽出し，標本が母集団の正しい縮図になるように選ぶ方法を答える。
標本を無作為に抽出するためには，乱数さいや乱数表，コンピューターの表計算ソフトを使う方法などがある。

❹ およそ 133 個

解き方 無作為に抽出された製品の数は 150 個で，その中にふくまれる不良品の割合は

$$\frac{2}{150}=\frac{1}{75}$$

したがって，製品全体のうち，不良品の総数は，およそ

$$10000\times\frac{1}{75}=133.3\cdots(\text{個})$$

### p.56 Step 3

❶ (1) 全数調査 (2) 標本調査 (3) 全数調査
(4) 標本調査

❷ (1) ○ (2) × (3) ○

❸ (1) ある都市の有権者 92357 人
(2) 選び出された 2000 人 (3) 2000

❹ (1) およそ 850 個 (2) およそ 600 個

---

解き方

❶ (1) ある中学校 3 年生の進路調査は，3 年生全員にそれぞれ行う調査であるから，全数調査でなければならない。
(2) ある選挙の出口調査を全数調査で行うことは，時間も費用もかかりすぎる。
(3) ある高校で行う入学試験は，受験者全員の点数を知るために，全数調査でなければならない。
(4) ある湖にいる魚の数の調査を全数調査で行うことは，時間も費用もかかりすぎる。

❷ (2) 日本人のある 1 日のテレビの視聴時間は，ある中学校の生徒全員ではなく，日本人の中から標本を，無作為に抽出しなければならない。

❸ 標本調査を行うとき，傾向を知りたい集団全体を母集団，母集団の一部分として取り出して実際に調べたものを標本，取り出したデータの個数を標本の大きさという。

❹ (1) 無作為に抽出されたあさがおの種の数は 20 個で，発芽率は

$$\frac{17}{20}$$

よって，全体のあさがおの種のうち，発芽する総数は，およそ

$$1000\times\frac{17}{20}=850(\text{個})$$

(2) 無作為に抽出された球の数は 100 個で，その中にふくまれる白球の割合は

$$\frac{15}{100}=\frac{3}{20}$$

よって，袋の中全体の黒球の数を $x$ 個とすると

$$(x+100)\times\frac{3}{20}=100 \quad x=\frac{1700}{3}=566.6\cdots$$

十の位を四捨五入すると，およそ 600 個。