

1 章 式の計算

1 節 式の計算

p.3-5

Step 2

① (1) 多項式 項... $-3x$, $4y$, -5

(2) 単項式

解き方 (1) 項が 3 つあるので多項式。

② (1) 2 次式 (2) 2 次式

(3) 1 次式 (4) 2 次式

解き方 (3), (4) 次数の最も大きい項の次数となる。

③ (1) $2a+2b$ (2) x^2-7x+7

(3) $-3ab+5b+9$

解き方 (1) $4a+3b-2a-b$

$$= 4a - 2a + 3b - b$$

$$= 2a + 2b \quad \text{同類項をまとめる。}$$

(2) $3x^2-10x+7-2x^2+3x$

$$= 3x^2 - 2x^2 - 10x + 3x + 7$$

$$= x^2 - 7x + 7$$

(3) $-5ab - b + 2ab + 6b + 9 = -3ab + 5b + 9$

④ (1) $10x-6$ (2) $6a-9b$

(3) $6a^2+5ab$ (4) $-2x^2+xy+4y^2$

(5) $12x-4y$ (6) $6a^2+2ab-9b^2$

解き方 (1)~(4) かつこの前が+だから、かつこをそのままはずして計算する。

(2) $(2a-3b)+(4a-6b)$

$$= 2a - 3b + 4a - 6b$$

$$= 6a - 9b \quad \text{同類項をまとめる。}$$

⑤ (1) $5x-6$ (2) $2a+6b$

(3) $5x^2+8x-3y$ (4) $a^2+4ab-9b^2$

(5) $-2x+7y$ (6) $5a^2+5ab-5b^2$

解き方 (1)~(4) かつこの前が-だから、各項の符号を変えてかつこをはずしてから計算する。

(2) $(8a+2b)-(6a-4b)$

$$= 8a + 2b - 6a + 4b = 2a + 6b$$

⑥ (1) $6x+9y$ (2) $a-\frac{5}{2}b$

(3) $18x-8y$ (4) $-2a+6b-8$

解き方 (2) $(2a-5b) \times \frac{1}{2}$ 分配法則を使う。

$$= 2a \times \frac{1}{2} - 5b \times \frac{1}{2} = a - \frac{5}{2}b$$

(3) $12\left(\frac{3}{2}x - \frac{2}{3}y\right) = 12 \times \frac{3}{2}x - 12 \times \frac{2}{3}y$

$$= 18x - 8y$$

(4) $-2(a-3b+4)$

$$= -2 \times a - (-2) \times 3b + (-2) \times 4$$

$$= -2a + 6b - 8$$

⑦ (1) $2a+b$ (2) $-x+2y$

(3) $a+2b$ (4) $5x-7y+2$

解き方 分数の形にするか、わる数を逆数にしてかける。

(1) $(4a+2b) \div 2 = \frac{4a+2b}{2} = 2a+b$

または、 $(4a+2b) \div 2 = (4a+2b) \times \frac{1}{2}$

$$= 4a \times \frac{1}{2} + 2b \times \frac{1}{2} = 2a + b$$

(2) $(6x-12y) \div (-6) = \frac{6x-12y}{-6}$

$$= -x + 2y$$

(3) $(-9a-18b) \div (-9) = \frac{-9a-18b}{-9}$

$$= a + 2b$$

(4) $(15x-21y+6) \div 3 = \frac{15x-21y+6}{3}$

$$= 5x - 7y + 2$$

8 (1) $15x + 10y$ (2) $-4a + 18b$
 (3) $8a - 9b + 8$ (4) $-5x + 12y - 2$

解き方 (1) $7(x+2y) + 4(2x-y)$

$$= 7x + 14y + 8x - 4y$$

$$= 15x + 10y$$

(2) $3(2a+4b) - 2(5a-3b)$

$$= 6a + 12b - 10a + 6b$$

$$= -4a + 18b$$

(3) $-2(2a-3b-1) + 3(4a-5b+2)$

$$= -4a + 6b + 2 + 12a - 15b + 6$$

$$= 8a - 9b + 8$$

(4) $3(x+4y-2) - 4(2x-1)$

$$= 3x + 12y - 6 - 8x + 4$$

$$= -5x + 12y - 2$$

9 (1) $\frac{21x-10y}{6}$ (2) $\frac{-17a+4b}{15}$

解き方 通分して、1つの分数にまとめる。

(1) $\frac{3x-2y}{2} + \frac{6x-2y}{3}$

$$= \frac{3(3x-2y)}{6} + \frac{2(6x-2y)}{6}$$

$$= \frac{3(3x-2y) + 2(6x-2y)}{6}$$

$$= \frac{9x-6y+12x-4y}{6} = \frac{21x-10y}{6}$$

(2) $\frac{a-7b}{5} - \frac{4a-5b}{3}$

$$= \frac{3(a-7b)}{15} - \frac{5(4a-5b)}{15}$$

$$= \frac{3(a-7b) - 5(4a-5b)}{15}$$

$$= \frac{3a-21b-20a+25b}{15} = \frac{-17a+4b}{15}$$

10 (1) $5ab$ (2) $-12xy$ (3) $-2xy$

(4) $-12x^2$ (5) $-a^2b$ (6) $-\frac{1}{4}x^2y^2$

(7) $-a$ (8) $-12x$ (9) $-\frac{5}{4}a$

解き方 (2) $(-3x) \times 4y = (-3) \times 4 \times x \times y$

$$= -12xy$$

(5) $(-a^2) \times b = (-1) \times a \times a \times b = -a^2b$

(6) $-4xy \times \frac{1}{16}xy = (-4) \times \frac{1}{16} \times x \times x \times y \times y$

$$= -\frac{1}{4}x^2y^2$$

(7) $4a^2b \div (-4ab) = \frac{4 \times a \times a \times b}{(-4) \times a \times b}$
 $= -a$

(8) $-8xy \div \frac{2}{3}y = -8xy \div \frac{2y}{3}$

$$= -8xy \times \frac{3}{2y} = \frac{-8 \times x \times y \times 3}{2 \times y}$$

$$= -12x$$

(9) $\frac{5}{6}ab^2 \div \left(-\frac{2}{3}b^2\right) = \frac{5}{6}ab^2 \div \left(-\frac{2b^2}{3}\right)$

$$= \frac{5}{6}ab^2 \times \left(-\frac{3}{2b^2}\right)$$

$$= -\frac{5 \times a \times b \times b \times 3}{6 \times 2 \times b \times b}$$

$$= -\frac{5}{4}a$$

11 (1) $-6ab$ (2) $-2y$

解き方 符号を先に決めてから計算する。

(1) $12a^2b \div 4a^2 \times (-2a)$

$$= -\frac{12a^2b \times 2a}{4a^2}$$

$$= -\frac{12 \times a \times a \times b \times 2 \times a}{4 \times a \times a}$$

$$= -6ab$$

(2) $(-16xy) \times 4xy \div 32x^2y$

$$= -\frac{16xy \times 4xy}{32x^2y}$$

$$= -\frac{16 \times x \times y \times 4 \times x \times y}{32 \times x \times x \times y}$$

$$= -2y$$

12 (1) 16 (2) 36

解き方 式を簡単にしてから数を代入する。

(1) $3(4x+3y) - 2(x-7y)$

$$= 12x + 9y - 2x + 14y$$

$$= 10x + 23y$$

$$= 10 \times (-3) + 23 \times 2 \quad \left. \begin{array}{l} x=-3, y=2 \\ \text{を代入する。} \end{array} \right\}$$

$$= 16$$

(2) $12xy^2 \div 4xy \times (-2x)$

$$= -\frac{12xy^2 \times 2x}{4xy}$$

$$= -6xy$$

$$= -6 \times (-3) \times 2 \quad \left. \begin{array}{l} x=-3, y=2 \\ \text{を代入する。} \end{array} \right\}$$

$$= 36$$

2節 式の活用

p.7

Step 2

- ① 小さいほうの奇数を $2n-1$ と表すから、大きいほうの奇数は $2n-1+2=2n+1$ と表すことができる。したがって、2つの数の和は

$$(2n-1)+(2n+1)=2n+2n-1+1 \\ =4n$$

n は整数だから、 $4n$ は4の倍数である。

したがって、連続する2つの奇数の和は、4の倍数である。

解き方 連続する奇数と偶数は $2n-1$, $2n$ と表すことができる。連続する奇数は、小さいほうの数を $2n-1$ とおくと、次の数はそれより2大きいから $(2n-1)+2=2n+1$ より、 $2n-1$, $2n+1$ と表すことができる。

- ② 2桁の自然数の十の位の数を x , 一の位の数を y とすると、

$$\text{もとの自然数は} \quad 10x+y$$

$$\text{入れかえてできる数は} \quad 10y+x$$

と表すことができる。

この2つの数の差は、

$$(10x+y)-(10y+x)=9x-9y \\ =9(x-y)$$

$x > y$ だから、 $x-y$ は自然数で、 $9(x-y)$ は9の倍数である。

したがって、十の位の数が一の位の数より大きい2桁の自然数から、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数をひくと、9の倍数になる。

解き方 自然数や整数を表すとき、それぞれの位の数を x , y , z , ……などとして、2桁の自然数は $10x+y$, 3桁の自然数は $100x+10y+z$ などと表すことができる。

- ③ 最も小さい整数を n とすると、連続する4つの整数は、 n , $n+1$, $n+2$, $n+3$ と表すことができる。したがって、4つの数の和は、

$$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)=4n+6 \\ =2(2n+3)$$

$2n+3$ は整数だから、 $2(2n+3)$ は偶数である。したがって、連続する4つの整数の和は偶数である。

解き方 偶数であることを説明するためには、計算した結果が $2 \times (\text{整数})$ の形になっていることを示せばよい。 $2n+3$ は整数 n を使った式なので整数である。よって、 $2(2n+3)$ は偶数といえる。

$$\textcircled{4} \quad (1) r = \frac{\ell}{2\pi} \qquad (2) h = \frac{2V}{\pi r^2}$$

$$(3) b = 2m - a \qquad (4) b = \frac{a-r}{3}$$

解き方 (1) $\ell = 2\pi r$ } 左辺と右辺を入れかえる。
 $2\pi r = \ell$ } 両辺を 2π でわる。
 $r = \frac{\ell}{2\pi}$

(3) $m = \frac{a+b}{2}$ } 両辺を2倍する。
 $2m = a+b$ } $2m$ と b を移項する。
 $-b = -2m+a$ } 両辺に -1 をかける。
 $b = 2m-a$

p.8-9

Step 3

- ① (1) 単項式 ①, ⑦ 多項式 ②, ⑤
- (2) ① 2次式 ② 3次式
- ② (1) $-2x+2y$ (2) $3x^2-4x$
- ③ (1) $6x-4y$ (2) $-a^2-7a+6$ (3) $9x^2+2$
(4) $a+14b-14$
- ④ (1) $12x-6y$ (2) $4a+2b$ (3) $17x-7y$
(4) $-4x+3y$ (5) $5x^2+4x+2$ (6) $\frac{5a-18b}{12}$
- ⑤ (1) $24ab$ (2) $-6xy$ (3) $100x^4$
(4) $-8b$ (5) $-4y^2$ (6) $-ab^2$
- ⑥ (1) 81 (2) -72
- ⑦ 2桁の自然数は、 $10x+y$ と表される。
 $10x+y=9x+(x+y)$ $x+y$ は9の倍数だから、
整数 z を使って $x+y=9z$ と表すと、
 $9x+9z=9(x+z)$ $x+z$ は整数だから、
 $10x+y$ は9の倍数である。
- ⑧ (1) $2\pi r+2x=200$ (2) $x=100-\pi r$

解き方

- ① (2) かけ合わされている文字の個数で次数がわかる。
多項式では、その中で最も大きい次数がその式の次数である。
- ② $\frac{1}{3}abc \rightarrow 3$ 次, $a^2 \rightarrow 2$ 次だから、次数は3。
- ② (1) $3x-2y+4y-5x$
 $=3x-5x-2y+4y$
 $=-2x+2y$
(2) $-x^2+2x+4x^2-6x$
 $=-x^2+4x^2+2x-6x$
 $=3x^2-4x$
- ③ 多項式の加法は、すべての項を加えて、同類項をまとめる。減法はひく式の各項の符号を変えてすべての項を加える。
- (2) $(a^2-3a+1)-(2a^2+4a-5)$
 $=a^2-3a+1-2a^2-4a+5$
 $=a^2-2a^2-3a-4a+1+5$
 $=-a^2-7a+6$
- (3)
- | | | | | |
|---|--------|-------|------|--|
| | $3x^2$ | $+2x$ | -1 | |
| + | $6x^2$ | $-2x$ | $+3$ | |
| | $9x^2$ | | $+2$ | |
- ↓ 同類項ごとに
縦に計算します。
($2x-2x=0$ 0は書かない)

- ④ 分配法則を使って計算する。

$$(4) (-12x+9y) \div 3 = (-12x+9y) \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-12x}{3} + \frac{9y}{3} = -4x+3y$$

分数の形にして計算することもできる。

$$(6) \frac{3a-2b}{4} - \frac{a+3b}{3} = \frac{3(3a-2b)-4(a+3b)}{12}$$

$$= \frac{9a-6b-4a-12b}{12} = \frac{5a-18b}{12}$$

- ⑤ 単項式どうしの乗法は、係数の積に文字の積をかける。

$$(2) \left(-\frac{3}{5}x\right) \times 10y = -\frac{3}{5} \times 10 \times x \times y = -6xy$$

$$(3) 4x^2 \times (-5x)^2 = 4x^2 \times (-5x) \times (-5x)$$

$$= 4 \times (-5) \times (-5) \times x^2 \times x \times x = 100x^4$$

$$(4) 24ab^2 \div (-3ab) = -\frac{24 \times a \times b \times b}{3 \times a \times b} = -8b$$

$$(6) 4ab^2 \div 8ab \times (-2ab) = 4ab^2 \times \frac{1}{8ab} \times (-2ab)$$

$$= -\frac{4 \times a \times b \times b \times 1 \times 2 \times a \times b}{8 \times a \times b} = -ab^2$$

- ⑥ 式を簡単にしてから代入する。

$$(1) 5(x+2y)-4(5x-2y)$$

$$= -15x+18y \quad \leftarrow x=-3, y=2 \text{ を代入}$$

$$= -15 \times (-3) + 18 \times 2 = 81$$

$$(2) 8x^2y \div 4xy \times 3y^2 = \frac{8x^2y \times 3y^2}{4xy}$$

$$= 6xy^2 \quad \leftarrow x=-3, y=2 \text{ を代入}$$

$$= 6 \times (-3) \times 2^2 = -72$$

- ⑦ 9の倍数であることは、 $9 \times (\text{整数})$ であることを示せばよい。十の位の数と一の位の数の和が9の倍数であることも、同様に $9 \times (\text{整数})$ になるように表す。

- ⑧ 文字を使って、周の長さを表す等式をつくってから、式を変形する。半円の部分を2つ合わせると1つの円になる。

- (1) 2つの半円を合わせた円周の長さは、

$$2 \times \pi \times r = 2\pi r \text{ (m)}$$

直線部分は AB の2倍になるので、 $2x$ (m)

合わせて、 $2\pi r+2x=200$

- (2) x について解くと、 $2x=200-2\pi r$

両辺を2でわって、

$$x=100-\pi r$$

2章 連立方程式

1節 連立方程式とその解き方

p.11-12

Step 2

$$\textcircled{1} (1) x=4, y=2 \quad x=5, y=4$$

$$x=6, y=6$$

$$(2) x=3, y=3 \quad x=6, y=2$$

解き方 表をつくって、式を成り立たせる x, y の値の組を考えるとわかりやすくなる。

(1)	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	-4	-2	0	2	4	6	8

$$\textcircled{2} (1) x=2, y=3 \quad (2) x=1, y=2$$

$$(3) x=35, y=18 \quad (4) x=1, y=2$$

$$(5) x=2, y=-1 \quad (6) x=-1, y=-2$$

解き方 (1)~(3) x か y のどちらかの係数の絶対値が等しいとき、左辺どうし、右辺どうしをそのまま加えたりひいたりする。

(4)~(6) それぞれの式または一方の両辺を何倍かして、どちらかの係数の絶対値をそろえてから求める。

$$(2) \begin{cases} 2x+3y=8 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2x-3y=-4 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$2x+3y=8$$

$$+) 2x-3y=-4$$

$$4x = 4$$

$$x=1$$

$x=1$ を①に代入すると、

$$2 \times 1 + 3y = 8$$

$$y=2$$

(①-②で、 x を消去してもよい。)

$$(4) \begin{cases} 3x-y=1 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x+2y=5 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 6x-2y=2$$

$$\textcircled{2} \quad +) \quad x+2y=5$$

$$7x = 7$$

$$x=1$$

$x=1$ を①に代入すると、

$$3 \times 1 - y = 1$$

$$y=2$$

$$(5) \begin{cases} 3x-4y=10 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 4x+3y=5 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 3 \quad 9x-12y=30$$

$$\textcircled{2} \times 4 \quad +) \quad 16x+12y=20$$

$$25x = 50$$

$$x=2$$

$x=2$ を②に代入すると、

$$4 \times 2 + 3y = 5 \quad 3y = -3$$

$$y=-1$$

$$(6) \begin{cases} 5x-3y=1 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 3x-7y=11 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 7 \quad 35x-21y=7$$

$$\textcircled{2} \times 3 \quad -) \quad 9x-21y=33$$

$$26x = -26$$

$$x=-1$$

$x=-1$ を①に代入すると、

$$5 \times (-1) - 3y = 1 \quad -3y = 6$$

$$y=-2$$

$$\textcircled{3} (1) x=2, y=5 \quad (2) x=-1, y=2$$

$$(3) x=3, y=1 \quad (4) x=3, y=\frac{1}{2}$$

解き方 一方の式を他方の式に代入する。

$$(1) \begin{cases} x=y-3 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ y=2x+1 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

①を②に代入すると、

$$y=2(y-3)+1$$

$$y=2y-6+1$$

$$y=5$$

$y=5$ を①に代入すると、

$$x=5-3=2$$

(②を①に代入してもよい。)

$$(2) \begin{cases} 3x+2y=1 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ y=x+3 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入すると、

$$3x+2(x+3)=1$$

$$5x+6=1$$

$$x=-1$$

$x=-1$ を②に代入すると、

$$y=-1+3=2$$

④ (1) $x = -1, y = 1$ (2) $x = 3, y = 1$

解き方 かっこをふくむ連立方程式は、かっこをはずして整理してから解く。

$$(1) \begin{cases} 2x - y = -3 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 3x - (y + 2) = -6 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②のかっこをはずして整理すると、

$$3x - y = -4 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \quad 2x - y = -3$$

$$\textcircled{2}' \quad -) \quad 3x - y = -4$$

$$\hline -x = 1$$

$$x = -1$$

$x = -1$ を①に代入すると、

$$2 \times (-1) - y = -3$$

$$y = 1$$

$$(2) \begin{cases} 2x - 5y = 1 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 3(2x - 3y) - 2y = 7 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②のかっこをはずして整理すると、

$$6x - 11y = 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 3 \quad 6x - 15y = 3$$

$$\textcircled{2}' \quad -) \quad 6x - 11y = 7$$

$$\hline -4y = -4$$

$$y = 1$$

$y = 1$ を①に代入すると、

$$2x - 5 \times 1 = 1$$

$$x = 3$$

⑤ (1) $x = 2, y = 1$ (2) $x = 4, y = -1$

(3) $x = -8, y = 6$ (4) $x = \frac{2}{3}, y = 5$

解き方 係数に小数があるときは、両辺を10倍、100倍して、係数に分数があるときは、分母の最小公倍数をかけて、係数を整数にしてから計算する。

$$(1) \begin{cases} 3x + 2y = 8 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 0.3x - 0.1y = 0.5 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 3x + 2y = 8$$

$$\textcircled{2} \times 10 \quad -) \quad 3x - y = 5$$

$$\hline 3y = 3$$

$$y = 1$$

$y = 1$ を①に代入すると、

$$3x + 2 \times 1 = 8$$

$$x = 2$$

$$(2) \begin{cases} 0.7x + 0.3y = 2.5 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 4x - 10y = 26 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①の両辺を10倍すると、

$$7x + 3y = 25 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' \times 10 \quad 70x + 30y = 250$$

$$\textcircled{2} \times 3 \quad +) \quad 12x - 30y = 78$$

$$\hline 82x = 328$$

$$x = 4$$

$x = 4$ を②に代入すると、

$$4 \times 4 - 10y = 26$$

$$y = -1$$

$$(3) \begin{cases} 4x + 3y = -14 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = -2 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②の両辺に6をかけると、

$$3x + 2y = -12 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 8x + 6y = -28$$

$$\textcircled{2}' \times 3 \quad -) \quad 9x + 6y = -36$$

$$\hline -x = 8$$

$$x = -8$$

$x = -8$ を①に代入すると、

$$4 \times (-8) + 3y = -14$$

$$y = 6$$

⑥ (1) $x = 3, y = -2$ (2) $x = 1, y = \frac{1}{3}$

解き方 $A = B = C$ の形の式は、

$$\begin{cases} A = B \\ B = C \end{cases} \quad \begin{cases} A = B \\ A = C \end{cases} \quad \begin{cases} A = C \\ B = C \end{cases} \quad \text{のいずれかにして解く。}$$

$$(1) \begin{cases} 4x - 5y = 22 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 8x + y = 22 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

の連立方程式として解くと、 $x = 3, y = -2$

$$(2) \begin{cases} 3x + 4y = x + 7y + 1 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 3x + 4y = 6x + 10y - 5 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①、②の式を整理して解くと、

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 & \cdots \cdots \textcircled{1}' \\ 3x + 6y = 5 & \cdots \cdots \textcircled{2}' \end{cases}$$

$$x = 1, y = \frac{1}{3}$$

2 節 連立方程式の活用

p.14-15

Step 2

① 蛍光ペン… 6 本

ボールペン… 4 本

解き方 1 本 80 円の蛍光ペンを x 本, 1 本 120 円のボールペンを y 本とすると,

$$\text{ペンの本数から} \quad x + y = 10 \quad \dots\dots ①$$

$$\text{代金の合計から} \quad 80x + 120y = 1000 - 40 \quad \dots\dots ②$$

②を整理すると,

$$2x + 3y = 24 \quad \dots\dots ②'$$

$$① \times 3 - ②' \text{ より, } x = 6$$

$$① \text{ に代入すると, } y = 4$$

蛍光ペン 6 本, ボールペン 4 本は, 問題に適している。

② 84

解き方 2 けたの自然数の十の位の数 x , 一の位の数 y とすると, もとの自然数は, $10x + y$ と表される。

$$10x + y = 7(x + y) \quad \dots\dots ①$$

入れかえてできた自然数は, $10y + x$ と表される。

$$10y + x = 10x + y - 36 \quad \dots\dots ②$$

①を整理すると,

$$3x - 6y = 0$$

$$x - 2y = 0 \quad \dots\dots ①'$$

②を整理すると,

$$-9x + 9y = -36$$

$$x - y = 4 \quad \dots\dots ②'$$

$$②' - ①' \text{ より, } y = 4$$

$$①' \text{ に代入すると, } x - 2 \times 4 = 0$$

$$x = 8$$

$x = 8, y = 4$ より, もとの自然数は 84 となり, 問題に適している。

③ 大人 1 人…1000 円 中学生 1 人…600 円

解き方 大人 1 人の入館料を x 円, 中学生 1 人の入館料を y 円とすると,

$$\begin{cases} 2x + 6y = 5600 & \dots\dots ① \\ 3x + 4y = 5400 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$① \times 3 - ② \times 2 \text{ より, } 10y = 6000 \quad y = 600$$

$$y = 600 \text{ を } ① \text{ に代入すると,}$$

$$2x + 6 \times 600 = 5600$$

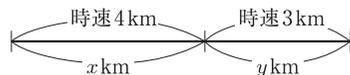
$$x = 1000$$

大人 1 人 1000 円, 中学生 1 人 600 円は問題に適している。

④ 時速 4 km で歩いた道のり… 12 km

時速 3 km で歩いた道のり… 3 km

解き方 下の図のように, 1 周 15 km のハイキングコースを時速 4 km で歩いた道のりを x km, 時速 3 km で歩いた道のりを y km とすると,

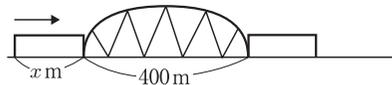


$$\begin{cases} x + y = 15 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 4 \end{cases} \quad \text{これを解くと, } x = 12, y = 3$$

したがって, 時速 4 km で歩いた道のりは 12 km で, 時速 3 km で歩いた道のりは 3 km。これは問題に適している。

⑤ 長さ…125 m 速さ…秒速 15 m

解き方 電車の長さを x m, 速さを秒速 y m とすると, 下の図のようになるので,



$$x + 400 = 35y \quad \dots\dots ①$$

$$x + 550 = 45y \quad \dots\dots ②$$

$$② - ① \text{ より, } 10y = 150$$

$$y = 15$$

$$y = 15 \text{ を } ① \text{ に代入すると,}$$

$$x + 400 = 35 \times 15$$

$$x = 125$$

したがって, 電車の長さは 125 m, 速さは秒速 15 m。これは問題に適している。

⑥ 男子…477人 女子…343人

解き方 昨年度の男子の人数を x 人, 女子の人数を y 人とする,

$$\text{昨年度は, } x+y=800 \quad \dots\dots①$$

$$\text{今年度は, 男子が(昨年度の男子)} \times 1.06 \\ \text{女子が(昨年度の女子)} \times 0.98$$

$$\text{だから, } 1.06x+0.98y=820 \quad \dots\dots②$$

これを解くと,

$$② \times 100 \quad 106x+98y=82000 \quad \dots②'$$

$$① \times 98 \quad 98x+98y=78400 \quad \dots①'$$

$$②'-①' \quad 8x = 3600 \quad x=450$$

$x=450$ を①に代入すると,

$$450+y=800 \quad y=350$$

したがって, 今年度の人数は,

$$\text{男子が } 450 \times 1.06 = 477 (\text{人})$$

$$\text{女子が } 350 \times 0.98 = 343 (\text{人})$$

これは問題に適している。

⑦ 6%の食塩水…200g 12%の食塩水…400g

解き方 6%の食塩水を x g, 12%の食塩水を y g とすると, 食塩水の重さの関係から,

$$x+y=600 \quad \dots\dots①$$

食塩の重さの関係から,

$$\frac{6}{100}x + \frac{12}{100}y = \frac{10}{100}(x+y) \quad \dots\dots②$$

これを解くと,

$$② \times 100 \quad 6x+12y=10(x+y)$$

$$2x-y=0 \quad \dots\dots②'$$

$$①+②' \text{ より, } 3x=600$$

$$x=200$$

$x=200$ を①に代入すると,

$$200+y=600 \quad y=400$$

したがって, 6%の食塩水は 200 g, 12%の食塩水は 400 g

これは問題に適している。

⑧ ハンバーグ…4人分 オムレツ…5人分

解き方 まず, ハンバーグとオムレツ1人分に必要 なひき肉とたまねぎの分量を求める。

ハンバーグでは,

$$\text{ひき肉} \dots 300 \div 3 = 100 (\text{g})$$

$$\text{たまねぎ} \dots 240 \div 3 = 80 (\text{g})$$

オムレツでは,

$$\text{ひき肉} \dots 60 \div 2 = 30 (\text{g})$$

$$\text{たまねぎ} \dots 40 \div 2 = 20 (\text{g})$$

よって, ハンバーグを x 人分, オムレツを y 人分作ったとすると,

$$\text{ひき肉の分量から, } 100x+30y=550 \quad \dots\dots①$$

$$\text{たまねぎの分量から, } 80x+20y=420 \quad \dots\dots②$$

$$① \div 10 \text{ より, } 10x+3y=55 \quad \dots\dots①'$$

$$② \div 20 \text{ より, } 4x+y=21 \quad \dots\dots②'$$

$$①' \quad 10x+3y=55$$

$$②' \times 3 \quad -) 12x+3y=63 \\ \hline -2x=-8$$

$$x=4$$

$$②' \text{ に代入して, } 4 \times 4 + y = 21$$

$$y=5$$

したがって, ハンバーグ…4人分

オムレツ…5人分

これは問題に適している。

p.16-17

Step 3

- ① $x=4, y=1$
 ② (1) $x=-2, y=4$ (2) $x=-3, y=-9$
 (3) $x=-2, y=-3$ (4) $x=5, y=7$
 ③ (1) $x=2, y=4$ (2) $x=4, y=4$
 (3) $x=2, y=0$ (4) $x=-3, y=-5$
 ④ $a=2, b=1$
 ⑤ 父…38歳, 子…13歳
 ⑥ 4 km
 ⑦ 50円玉…36枚, 10円玉…60枚
 ⑧ Aの濃度…3%, Bの濃度…8%

解き方

- ① 表を使って,
- x, y
- が自然数の組を考える。

x	1	2	3	4	5
y	$-\frac{7}{2}$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{5}{2}$

式を成り立たせる x, y の値の組は, $x=4, y=1$ の 1 組だけである。

- ② (2) $\begin{cases} 5x-2y=3 & \dots\dots ① \\ 2x-3y=21 & \dots\dots ② \end{cases}$
 ① $\times 2$ $10x-4y=6$
 ② $\times 5$ -) $10x-15y=105$
 $11y=-99$ $y=-9$

$y=-9$ を①に代入すると,

$$5x-2 \times (-9)=3 \quad x=-3$$

- (4) $\begin{cases} y=2x-3 & \dots\dots ① \\ x=3y-16 & \dots\dots ② \end{cases}$

①を②に代入すると,

$$x=3(2x-3)-16$$

$$x=6x-25$$

$$-5x=-25 \quad x=5$$

$x=5$ を①に代入すると,

$$y=2 \times 5-3=7 \quad y=7$$

- ③ (2) $\frac{x+y}{2} \times 2 = 4 \times 2$ より, $x+y=8$

$$\left(x + \frac{1}{4}y\right) \times 4 = 5 \times 4 \text{ より, } 4x+y=20$$

$$\begin{cases} x+y=8 \\ 4x+y=20 \end{cases} \text{ を解くと, } x=4, y=4$$

- (4) $3x+y=2y-4$ より, $3x-y=-4$

$$6x-2y-6=2y-4 \text{ より, } 3x-2y=1$$

$$\begin{cases} 3x-y=-4 \\ 3x-2y=1 \end{cases} \text{ を解くと, } x=-3, y=-5$$

- ④ 連立方程式の 2 式に $x=1, y=2$ を代入すると,

$$\begin{cases} a+2b=4 \\ -b+2a=3 \end{cases} \text{ これを } a, b \text{ の連立方程式として}$$

解くと, $a=2, b=1$

- ⑤ 現在の父の年齢を x 歳, 子の年齢を y 歳とする。

$$\text{現在} \dots\dots x=3y-1$$

$$12 \text{ 年後} \dots\dots x+12=2(y+12)$$

$$\begin{cases} x=3y-1 \\ x+12=2(y+12) \end{cases} \text{ を解くと, } x=38, y=13$$

父 38 歳, 子 13 歳は問題に適している。

- ⑥ A さんの家の前のバス停からおじさんの家の町のもよりのバス停まで x km, もよりのバス停からおじさんの家まで y km とすると, 道のりとかかった時間の関係から, 次の連立方程式ができる。

$$\begin{cases} x+y=19 \\ \frac{x}{30} + \frac{y}{3} = 1 \frac{50}{60} \end{cases}$$

これを解くと, $x=15, y=4$

4 km は問題に適している。

- ⑦ 50円玉が x 枚, 10円玉が y 枚とする。

$$\text{合計金額から, } 50x+10y=2400$$

$$\text{枚数の比から, } x:y=3:5$$

これを变形すると, $5x=3y$

$$\begin{cases} 50x+10y=2400 \\ 5x=3y \end{cases} \text{ を解くと, } x=36, y=60$$

36 枚, 60 枚は問題に適している。

- ⑧ A の濃度を $x\%$, B の濃度を $y\%$ とすると,

$$\frac{x}{100} \times 30 + \frac{y}{100} \times 20 = \frac{5}{100} \times 50 \text{ より,}$$

$$3x+2y=25$$

$$\frac{x}{100} \times 20 + \frac{y}{100} \times 30 = \frac{6}{100} \times 50 \text{ より,}$$

$$2x+3y=30$$

$$\begin{cases} 3x+2y=25 \\ 2x+3y=30 \end{cases} \text{ を解くと, } x=3, y=8$$

A の濃度 3%, B の濃度 8% は問題に適している。

3章 1次関数

1節 1次関数

p.19-21

Step 2

① ②, ③

解き方 1次関数は $y=ax+b$ と表される。

② $y=7x$ は, $b=0$ の形とみる。

② (1) 2 (2) 12 (3) 2

解き方 (2) $x=1$ のとき, $y=2 \times 1 - 4 = -2$

$x=7$ のとき, $y=2 \times 7 - 4 = 10$

(y の増加量) $= 10 - (-2) = 12$

(3) (x の増加量) $= 7 - 1 = 6$

(変化の割合) $= \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{12}{6} = 2$

③ (1) y 軸の正の方向に 7 だけ平行移動

(2) y 軸の正の方向に -3 だけ平行移動

解き方 $y=ax+b$ のグラフは, $y=ax$ のグラフを y 軸の正の方向に b だけ平行移動した直線である。

④ (1) 傾き... 2 切片... 1

(2) 傾き... -1 切片... -7

(3) 傾き... $-\frac{1}{3}$ 切片... $\frac{2}{3}$

解き方 $y=ax+b$ で, a の部分が傾き, b の部分が y 軸上の切片。

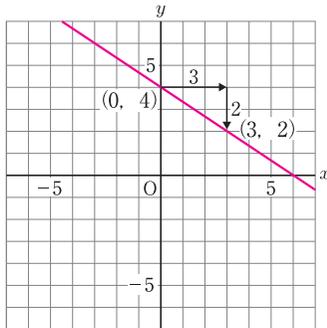
⑤ ① 4

② 4

③ $-\frac{2}{3}$

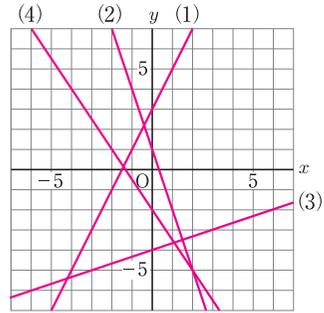
④ 3

⑤ (3, 2)



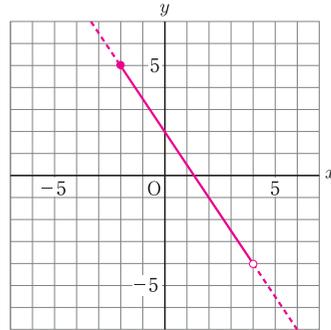
解き方 ④ 傾き $-\frac{2}{3}$ を $-\frac{2}{3}$ とみる。分母の 3 が「右へ 3 進んで」に, 分子の -2 が「下へ 2 進んだ」に相当する。

⑥



解き方 まず, y 軸上に切片をとり, 次に傾きからも 1 点を決め, その 2 点を通る直線をひく。

⑦



y の変域... $-4 < y \leq 5$

解き方 点 $(-2, 5)$ は●(ふくまれる), 点 $(4, -4)$ は○(ふくまれない)で表す。

⑧ ① $y = -3x + 2$ ② $y = \frac{3}{4}x + 1$

③ $y = -\frac{2}{3}x + 2$ ④ $y = \frac{2}{3}x - 4$

解き方 ④ y 軸上の点 $(0, -4)$ を通るので, 切片は -4。この点から右へ 3, 上へ 2 進んだ点 $(3, -2)$ を通るので, 傾きは $\frac{2}{3}$ である。

⑨ (1) $y = -x + 3$ (2) $y = \frac{1}{2}x - 2$

(3) $y = x - 4$ (4) $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

解き方 (1) 変化の割合が -1 だから, $y = -x + b$ に $x=0, y=3$ を代入する。

⑩ (1) $y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$ (2) $y = -\frac{1}{4}x - 3$

解き方 (2) y 軸上の切片が -3 で, 傾きが $-\frac{1}{4}$ の直線である。

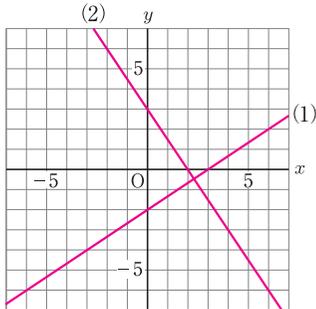
2 節 1 次関数と方程式

3 節 1 次関数の活用

p.23-25

Step 2

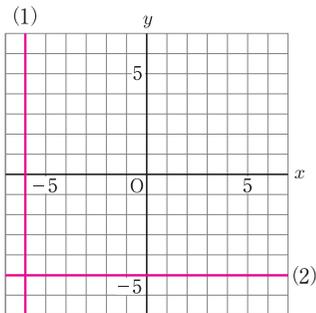
①



解き方 (1) $y = \frac{2}{3}x - 2$ と変形する。

(2) $y = -\frac{3}{2}x + 3$ と変形する。

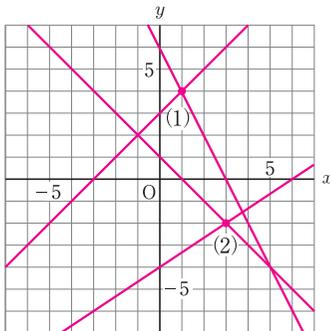
②



解き方 (1) $x = -6$ y 軸に平行な直線になる。

(2) $y = -5$ x 軸に平行な直線になる。

③



(1) $x = 1, y = 4$

(2) $x = 3, y = -2$

解き方 グラフより、2つの直線の交点の座標を読みとる。

④ (1) 12 cm

(2) (3, 4)

(3) $a = -3$

解き方 (1) 点 B (0, 1), 点 C (0, 13) だから、

$$BC = 13 - 1 = 12(\text{cm})$$

(2) 点 A の座標を、 (p, q) とすると、

$$\frac{1}{2} \times BC \times p = 18 (\text{cm}^2)$$

(1) より $BC = 12 \text{ cm}$ だから、 $p = 3$

点 A は直線① $\dots y = x + 1$ 上の点だから、

$$q = p + 1 = 4$$

(3) (2) のとき、点 A は直線② $\dots y = ax + 13$ 上の点だから、 $x = 3, y = 4$ を代入すると、

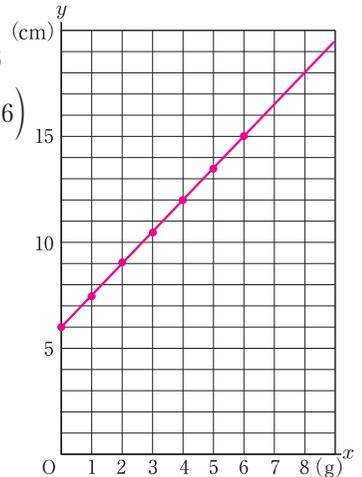
$$4 = 3a + 13 \text{ より、} a = -3$$

⑤ (1), (2) 右図

(3) $y = 1.5x + 6$

$$\left(y = \frac{3}{2}x + 6 \right)$$

(4) 約 18 cm



解き方 表から、 x, y のおよその関係を読みとる。

		1	1	1	1	1	1
$x(\text{g})$	0	1	2	3	4	5	6
$y(\text{cm})$	6	7.5	9.1	10.5	12	13.6	15
		1.5	1.6	1.4	1.5	1.6	1.4

(3) (2) より、表の x と y の値の組は、この直線上にあることから、 x と y の関係は 1 次関数とみなすことができる。2 点 (0, 6), (6, 15) を通ることから、 $y = 1.5x + 6$ となる。

(4) $x = 8$ のときも、おもりの重さとバネ全体の長さの関係が成り立つと考える。

$y = 1.5x + 6$ の式に、 $x = 8$ を代入すると、

$$y = 1.5 \times 8 + 6 = 18$$

⑥ $y = \frac{3}{2}x$

x の変域は、 $0 \leq x \leq 4$

解き方 三角形の面積は、

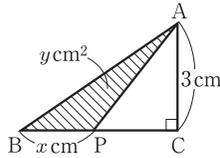
$$\frac{1}{2} \times (\text{底辺}) \times (\text{高さ})$$

したがって、 $\triangle ABP$ の面積は、

$$\frac{1}{2} \times BP \times AC$$

$$\text{よって、} y = \frac{1}{2} \times x \times 3 = \frac{3}{2}x$$

また、BP の値は 0 cm から最大 4 cm までであるので、 x の変域は、 $0 \leq x \leq 4$

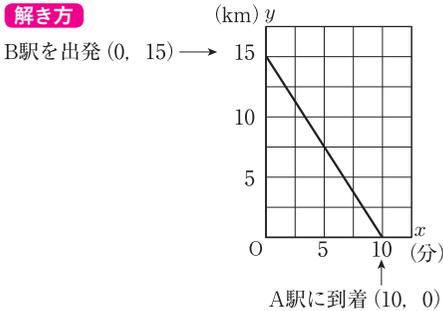


⑦ (1) $\frac{3}{2}$ km (または 1.5 km)

(2) $y = -\frac{3}{2}x + 15$

(3) 4 分後

解き方



(1) グラフより、10 分間で 15 km 進んでいることがわかる。

したがって、1 分間では、

$$15 \div 10 = 1.5$$

より、1.5 km 進む。

(2) グラフから、直線は 1 次関数であることがわかる。したがって、直線の式を $y = ax + b$ とおくと、点 (0, 15) を通るので、 y 軸上の切片は 15 より、

$$y = ax + 15$$

グラフは点 (10, 0) を通るから、この式に、

$x = 10, y = 0$ を代入すると、

$$0 = a \times 10 + 15$$

$$a = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$

(3) (2) で求めた式、 $y = -\frac{3}{2}x + 15$ に、 $y = 9$

を代入すると、

$$9 = -\frac{3}{2}x + 15$$

$$x = -6 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = 4$$

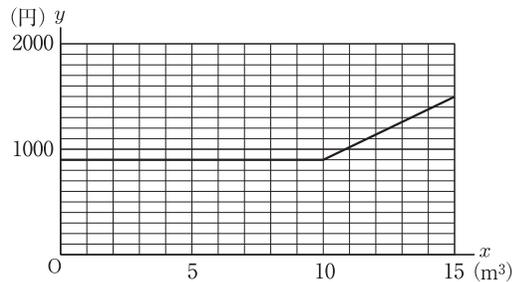
したがって、4 分後である。

⑧ (1) $y = 120x - 300$

(2) 28 m^3

解き方 $0 \leq x \leq 10$ では、使用量が 900 円と一定だから、グラフは x 軸に平行な直線になる。

$10 \leq x$ のとき、 1 m^3 使用するごとに 120 円が加算されるので、グラフは傾きが 120 の直線になる。



(1) $10 \leq x$ のとき、直線の式を、 $y = ax + b$ とおくと、変化の割合は、 x が 1 増えると y は 120 増えるので、

$$a = 120$$

したがって、 $y = 120x + b$

また、 $x = 10$ のとき、 $y = 900$ であるから、これを上の式に代入すると、

$$900 = 120 \times 10 + b$$

$$b = -300$$

よって、求める式は、 $y = 120x - 300$

※ $10 \leq x$ のとき、点 (10, 900) から x が 1 増えるごとに、 y は 120 増えるので、

$$y = 900 + 120(x - 10) \text{ より、}$$

$$y = 120x - 300$$

として求めてもよい。

(2) (1) で求めた式に、 $y = 3060$ を代入すると、

$$3060 = 120x - 300$$

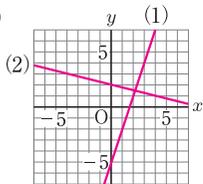
$$3360 = 120x$$

$$x = 28$$

p.26-27

Step 3

1



2 (1) $-\frac{1}{3} \leq y < 3$ (2) $-\frac{11}{2} < y \leq -3$

3 (1) $y = 4x - 17$ (2) $y = \frac{3}{2}x - 3$

(3) $y = -\frac{4}{3}x + 8$

4 (1) $\ell: y = 2x - 3$ $m: y = -\frac{2}{3}x + 2$

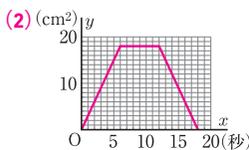
(2) $(\frac{15}{8}, \frac{3}{4})$

5 (1) ㊦ $y = 3x$

㊧ $y = 18$

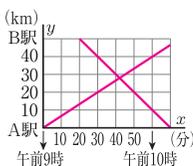
㊨ $y = -3x + 54$

(3) 5 秒後, 13 秒後



(2) 時刻…午前 9 時 42 分
道のり…28 km

6 (1)



午前9時 午前10時

解き方

1 (1) $y = 3x - 5$ より, 点 $(0, -5)$ を通り, 傾き 3 の直線をひく。

(2) $y = -\frac{1}{4}x + 2$ は, 点 $(4, 1)$ を通る。これと $(0, 2)$ を結ぶ直線をひく。

2 (1) $x = -2$ のとき, $y = \frac{2}{3} \times (-2) + 1 = -\frac{1}{3}$

$x = 3$ のとき, $y = \frac{2}{3} \times 3 + 1 = 3$

y の変域は, $-\frac{1}{3} \leq y < 3$

(2) $x = -2$ のとき, $y = -\frac{1}{2} \times (-2) - 4 = -3$

$x = 3$ のとき, $y = -\frac{1}{2} \times 3 - 4 = -\frac{11}{2}$

y の変域は, $-\frac{11}{2} < y \leq -3$

3 式を $y = ax + b$ とおいて考える。

(1) $y = 4x$ に平行だから, $a = 4$

$y = 4x + b$ に, $x = 5, y = 3$ を代入すると,
 $3 = 4 \times 5 + b$ より, $b = -17$

(2) 変化の割合が $\frac{3}{2}$ より, $y = \frac{3}{2}x + b$

$x = 2, y = 0$ を代入すると, $b = -3$

(3) y 軸上の切片は 8 だから, $y = ax + 8$ に, $x = 3, y = 4$ を代入すると,

$4 = 3a + 8$ $a = -\frac{4}{3}$

4 (1) ℓ : 点 $(0, -3)$ を通り, 傾き 2 の直線

m : 点 $(0, 2)$ を通り, 傾き $-\frac{2}{3}$ の直線

(2) $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -\frac{2}{3}x + 2 \end{cases}$ の連立方程式を解くと,

$x = \frac{15}{8}, y = \frac{3}{4}$ 点 P は $(\frac{15}{8}, \frac{3}{4})$

5 $\triangle APD$ の面積は, AD を底辺とすると,

$\frac{1}{2} \times AD \times (\text{高さ}) = \frac{1}{2} \times 6 \times (\text{高さ}) = 3 \times (\text{高さ})$

(1) ㊦ $0 \leq x \leq 6$ の場合で, 高さは AP の長さ

だから, x cm よって, $y = 3x$

㊧ $6 \leq x \leq 12$ の場合で, 高さは AB の長さだから, 6 cm よって, $y = 18$

㊨ $12 \leq x \leq 18$ の場合で, 高さは DP の長さだから, $18 - x$ (cm) よって,

$y = 3 \times (18 - x) = -3x + 54$

(2) $6 \leq x \leq 12$ のとき, グラフは x 軸に平行。

(3) $0 \leq x \leq 6$ のとき, $3x = 15$ より, $x = 5$

$12 \leq x \leq 18$ のとき, $-3x + 54 = 15$ より, $x = 13$ したがって, $\triangle APD$ の面積が 15 cm^2 になるのは 5 秒後, 13 秒後。

6 普通列車: 分速 $\frac{2}{3}$ km, 急行列車: 分速 1 km

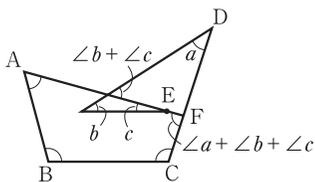
(1) 普通列車: $y = \frac{2}{3}x$

急行列車: $y = 50 - 1 \times (x - 20)$
 $= -x + 70$

(2) $\begin{cases} y = \frac{2}{3}x \\ y = -x + 70 \end{cases}$ と解くと $x = 42, y = 28$

したがって, 午前 9 時 42 分に A 駅から 28 km の地点で出会う。

(2) 印をつけた角の和は、AE の延長と CD の交点を F とすると、四角形 ABCF の内角の和と等しいことがわかる。



四角形の内角の和は 360° である。

- 7 (1) 1440° (2) 156° (3) 十六角形
 (4) 30° (5) 正十二角形 (6) 24 本

解き方 (1) $180^\circ \times (10-2) = 180^\circ \times 8 = 1440^\circ$

(2) $180^\circ \times (15-2) = 180^\circ \times 13 = 2340^\circ$
 $2340^\circ \div 15 = 156^\circ$

別解 正十五角形の 1 つの外角は、

$$360^\circ \div 15 = 24^\circ \text{ だから, } 180^\circ - 24^\circ = 156^\circ$$

(3) 求める多角形を n 角形とすると、

$$180^\circ \times (n-2) = 2520^\circ$$

$$n-2 = 14$$

$$n = 16$$

(4) 多角形の外角の和は 360° だから、

$$360^\circ \div 12 = 30^\circ$$

(5) $360^\circ \div 30^\circ = 12$ よって、正十二角形である。

(6) 内角を x° 、外角を y° とすると、

$$\begin{cases} x+y = 180 & \cdots\cdots\text{①} \\ x-y = 150 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} + \text{②} \text{ より, } 2x = 330 \quad x = 165$$

$$x = 165 \text{ を①に代入すると, } y = 15$$

多角形の外角の和は 360° だから、

$$360^\circ \div 15 = 24$$

よって、この正多角形は正二十四角形で、辺の数は 24 本。

- 8 (1) 85° (2) 143° (3) 101°
 (4) 100° (5) 52° (6) 37°

解き方 (1) 五角形の内角の和は、

$$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$$

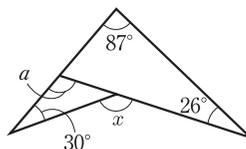
$$\angle x + 125^\circ + 100^\circ + 120^\circ + 110^\circ = 540^\circ$$

$$\angle x = 85^\circ$$

(2) 図のように線をひき、2 つの三角形に分けて考えると、

$$\angle a = 87^\circ + 26^\circ = 113^\circ$$

$$\angle x = \angle a + 30^\circ = 143^\circ$$



(3) 図のような線をひくと、

$$\angle a + \angle c = 72^\circ \quad \cdots\cdots\text{①}$$

$$\angle b + \angle d = \angle x \quad \cdots\cdots\text{②}$$

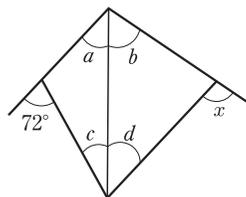
① + ② より、

$$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 72^\circ + \angle x$$

また、 $\angle a + \angle b = 98^\circ$ 、 $\angle c + \angle d = 75^\circ$ だから、

$$98^\circ + 75^\circ = 72^\circ + \angle x$$

$$\angle x = 101^\circ$$



(4) 多角形の外角の和は 360° だから、 $\angle x$ の外角を $\angle a$ とすると、

$$\angle a + 70^\circ + 60^\circ + 65^\circ + 85^\circ = 360^\circ$$

$$\angle a = 80^\circ$$

$$\text{したがって, } \angle x + 80^\circ = 180^\circ \quad \angle x = 100^\circ$$

(5) $360^\circ - (44^\circ + 67^\circ + 65^\circ + 66^\circ + 66^\circ) = 52^\circ$

(6) 右の図で、三角形の

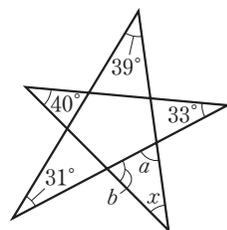
内角と外角の関係より、

$$\angle a = 39^\circ + 31^\circ = 70^\circ$$

$$\angle b = 40^\circ + 33^\circ = 73^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - (70^\circ + 73^\circ)$$

$$= 37^\circ$$



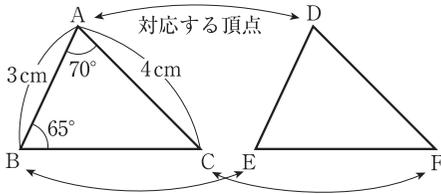
2 節 合同と証明

p.33-35

Step 2

- ① (1) 65° (2) 45° (3) 4 cm

解き方 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ より、

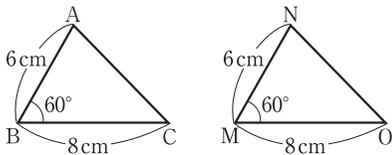


- (1) $\angle E$ は $\angle B$ に対応するので、
 $\angle E = \angle B = 65^\circ$
- (2) $\angle F$ は $\angle C$ に対応するので、
 $\angle F = \angle C = 180^\circ - (70^\circ + 65^\circ)$
 $= 45^\circ$
- (3) 辺 DF は辺 AC に対応するので、
 $DF = AC = 4 \text{ cm}$

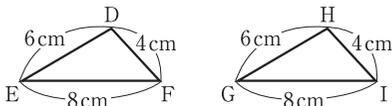
- ② $\begin{cases} \triangle ABC \equiv \triangle NMO \\ 2 \text{ 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。} \\ \triangle DEF \equiv \triangle HGI \\ 3 \text{ 組の辺がそれぞれ等しい。} \\ \triangle JKL \equiv \triangle QRP \\ 1 \text{ 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。} \end{cases}$

解き方 三角形の辺の長さや角の大きさに注目する。
 必ず対応する順に頂点を書くこと。

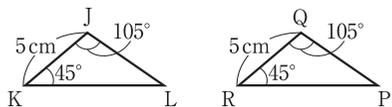
• $\triangle ABC \equiv \triangle NMO$



• $\triangle DEF \equiv \triangle HGI$



• $\triangle JKL \equiv \triangle QRP$



③ 仮定… $AB \perp PM$ (または $AB \perp \ell$)

$$AM = BM$$

結論… $PA = PB$

解き方 線分 AB の垂直二等分線とは、「線分 AB の中点を通り、 AB に垂直な直線」である。

(仮定)

㊦ 垂直である。

㊦ 線分 AB を 2 等分している。

(結論)

㊦ 点 P が、2 点 A, B から等しい距離にある。

㊦ ~ ㊦ を式で表せよ。

④ ㊦ CBO

イ CO

ウ DO

エ COB

オ 2 組の辺とその間の角

カ CBO

キ AD

解き方 問題文から、仮定と結論は

(仮定) $AB = CD, AO = CO$

(結論) $AD = CB$

となる。

AD と CB の長さが等しいことを示すので、それらをふくむ合同な三角形を考えればよい。

したがって、 $\triangle ADO$ と $\triangle CBO$ に着目する。

$DO = CD - CO, BO = AB - AO$ で、仮定より、

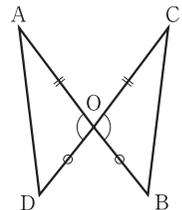
$AB = CD, AO = CO$ であるから、 $DO = BO$ となる。

2 組の辺の長さが等しいことがわかっているのに、残りの辺の長さか、2 組の辺の間の角の大きさが等しいことがいえればよい。

下の図から、 AB と CD が交わっているのに、 $\angle AOD$ と $\angle COB$ は、対頂角で等しいことがわかる。

したがって、2 組の辺とその間の角の大きさが等しいことから

証明できる。



5 ㉗ AB

① DB

㉘ BDE

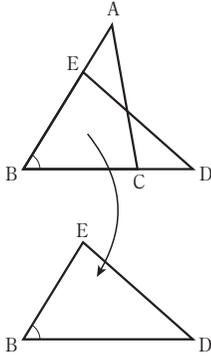
㉙ DBE

㉚ 1組の辺とその両端の角

㉛ 辺

㉜ AC

解き方



$\triangle ABC$ と $\triangle DBE$ が重なっている場合は、図のように片方を切り離して考えるとよい。 $\triangle ABC$ の $\angle ABC$ と、 $\triangle DBE$ の $\angle DBE$ は、重なっているため角の大きさは等しい。(共通な角)

①は辺が等しいことを、②、③はその両端の角が等しいことをそれぞれいっているため、三角形の合同条件が使える。

また、合同な図形であることがいえれば、対応する辺や角も等しいので、辺ACと辺DEは等しいといえる。

6 ㉗ BOC

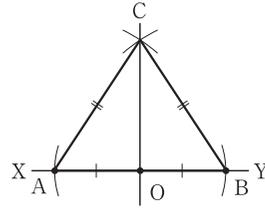
① BC

㉘ 3組の辺

㉙ BOC

㉚ BOC

解き方 作図の方法が正しいことは、「三角形の合同条件」や「合同な図形の性質」を根拠にして証明すればよい。



図形の中から、2つの合同な三角形を見つけて証明する。

上の図で、 $\triangle AOC$ と $\triangle BOC$ を考える。

点Oを中心として円をかいたから、A、Bは円の中心Oからの長さが等しいので、

$$AO=BO$$

また、点Aと点Bを中心と同じ長さの円をかいて、その交点をCとしているので、

$$AC=BC$$

また、2つの三角形で辺OCは共通だから、

$$OC=OC(\text{共通})$$

これらのことから、3組の辺がそれぞれ等しいので、2つの三角形 $\triangle AOC$ と $\triangle BOC$ が合同であることが証明できる。

合同な三角形では対応する角の大きさは等しいので、

$$\angle AOC = \angle BOC \quad \dots\dots ①$$

$$\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ \quad \dots\dots ②$$

①、②より $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$

よって、直線COは、線分AB、すなわち直線XYの垂線である。

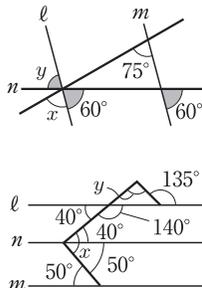
p.36-37

Step 3

- ① (1) $\angle x = 40^\circ$ $\angle y = 120^\circ$
 (2) $\angle x = 75^\circ$ $\angle y = 60^\circ$
 (3) $\angle x = 90^\circ$ $\angle y = 95^\circ$
- ② (1) $\angle x = 120^\circ$ (2) $\angle x = 70^\circ$ (3) $\angle x = 60^\circ$
- ③ (1) 正八角形 (2) 十三角形
- ④ (1) 仮定 $AB=AC$, $AD=AE$ 結論 $BE=CD$
 (2) $\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ で,
 $AB=AC$, $AE=AD$, $\angle A$ は共通
 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから,
 $\triangle ABE \equiv \triangle ACD$
 合同な三角形の対応する辺の長さは等しいから,
 $BE=CD$
- ⑤ (1) $\triangle CDE \equiv \triangle CBG$
 合同条件
 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
 (2) 3.75 cm
- ⑥ $\triangle ECA$ と $\triangle EDA$ で,
 $CA=DA$, $EC=ED$, EA は共通
 3組の辺がそれぞれ等しいから, $\triangle ECA \equiv \triangle EDA$
 これより, $\angle EAC = \angle EAD = 90^\circ$
 $\triangle OAQ$ と $\triangle OBQ$ で,
 $OA=OB$, $\angle AOQ = \angle BOQ$, OQ は共通
 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから,
 $\triangle OAQ \equiv \triangle OBQ$
 よって, $AQ=BQ$, $\angle OAQ = \angle OBQ = 90^\circ$
 これは点 A, B を接点とする接線 OX , OY を
 もつ円である。

解き方

- ① (1) 対頂角は等しいから, $\angle x = 40^\circ$
 $\angle y = 180^\circ - 20^\circ - 40^\circ = 120^\circ$
 (2) $\ell \parallel m$ より, 同位角が
 等しいから, $\angle x = 75^\circ$
 $\angle y$ の対頂角の同位角の
 大きさは 60°
 (3) $\ell \parallel m \parallel n$ となる直線 n
 をひくと, 錯角の和より,
 $\angle x = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$
 $\angle y = 135^\circ - 40^\circ = 95^\circ$



- ② (1) 三角形の外角は残りの2つの内角の和に等しい。
 $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ $\angle x = 48^\circ + 72^\circ = 120^\circ$
 (2) 四角形の内角の和は 360° である。
 $\angle x = 360^\circ - 85^\circ - 95^\circ - (180^\circ - 70^\circ) = 70^\circ$
 (3) 多角形の外角の和は 360° である。
 $\angle x = 360^\circ - 80^\circ - 84^\circ - 76^\circ - 60^\circ = 60^\circ$
- ③ (1) 外角を a° とすると, 内角は $3a^\circ$
 $a^\circ + 3a^\circ = 180^\circ$ $a^\circ = 45^\circ$
 $360^\circ \div 45^\circ = 8$ だから, 正八角形
 (2) $180^\circ \times (n-2) = 1980^\circ$ より,
 $n = 1980 \div 180 + 2 = 13$ 十三角形
- ④ (1) 「 p ならば q 」 $\rightarrow p$: 仮定, q : 結論
 (2) BE と CD をふくむ2つの三角形を見つけ, 合同になることを証明する。
 ここでは, 2組の辺の長さが等しいことがわかっているから, その間の角が共通な $\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ に着目する。
- ⑤ (1) 四角形 $ABCD$ と四角形 $EFGC$ はともに正方形であるから, $CD=CB$ $CE=CG$
 $\angle ECD = \angle GCB = 90^\circ$
 したがって, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから, $\triangle CDE \equiv \triangle CBG$
 (2) 対応する辺の長さは等しいから,
 $DE = BG = 5$ (cm)
 $HG = BG - BH = 5 - 1.25 = 3.75$ (cm)
- ⑥ 合同な三角形を見つけ, 三角形の合同条件により作図のしかたが正しいことを導く。
 このとき,
 $AQ = BQ$ (円 Q の半径)
 $\angle OAQ = \angle OBQ = 90^\circ$ ($OX \perp QA$, $OY \perp QB$)
 となることを示す(円の接線は, 接点を通る半径に垂直である)。
 〈作図の手順〉
 ① 点 A を中心に円をかき, OX 上の交点 C , D をとる。
 ② 2つの交点 C , D を中心にして等しい半径の円をそれぞれかく。
 ③ ②の交点 E と, 点 A を通る直線をひく。
 ④ OP と③の交点 Q が円の中心になる。

5章 三角形と四角形

1節 三角形

p.39-42

Step 2

① (1) $\angle x = 68^\circ$ (2) $\angle x = 55^\circ$

(3) $\angle x = 52^\circ$

解き方 「二等辺三角形の2つの底角は等しい」, 「三角形の内角の和」, 「内角と外角の関係」を使う。

(1) $\angle x = (180^\circ - 44^\circ) \div 2 = 68^\circ$

(2) $\angle x = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

(3) $180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$

$\angle x = 180^\circ - 64^\circ \times 2 = 52^\circ$

② 90°

解き方 $\triangle PAB$ と $\triangle PAC$ はともに二等辺三角形であることを利用する。

 $\triangle PAB$ で, $PA=PB$ より,

$\angle PAB = \angle PBA = 30^\circ$

$\angle APB = 180^\circ - 30^\circ \times 2 = 120^\circ$

 $\triangle PAC$ で, $PA=PC$ より,

$\angle PAC = \angle PCA$

$\angle PAC + \angle PCA = \angle APB$

$2\angle PAC = 120^\circ$

$\angle PAC = 60^\circ$

したがって,

$\angle BAC = \angle PAB + \angle PAC$

$= 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

③ $AP \parallel EC$ で, $\angle PAC$ と $\angle ACE$ は錯角より,

$\angle ACE = \angle PAC$ ……①

 $AP \parallel EC$ で, $\angle AEC$ と $\angle BAP$ は同位角より,

$\angle AEC = \angle BAP$ ……②

 AP は $\angle A$ の二等分線だから,

$\angle BAP = \angle PAC$ ……③

①, ②, ③より,

$\angle ACE = \angle AEC$

2つの角が等しい三角形は二等辺三角形だから,

 $\triangle ACE$ は二等辺三角形である。

解き方 平行な2直線に1直線が交わってできる同位角や錯角が等しいことを利用する。

④ $\triangle ABC$ は $AB=AC$ である二等辺三角形だから, 底角は等しい。

$\angle ABC = \angle ACB$

また, BD は $\angle ABC$ の, CD は $\angle ACB$ のそれぞれの角の二等分線だから,

$\angle ABD = \angle DBC = \angle DCB = \angle ACD$

 $\triangle DBC$ は2つの角が等しいので, 二等辺三角形である。したがって, $DB=DC$ $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ で,

$AB=AC, DB=DC, AD$ は共通

3組の辺がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$

合同な三角形の対応する角の大きさは等しいので,

$\angle BAD = \angle CAD$

したがって, AD は $\angle BAC$ を2等分しているので, 点 D は二等辺三角形 ABC の頂角 A の二等分線上にある。

解き方 二等辺三角形の底角の二等分線をそれぞれひくと, 4つの等しい角ができることを利用する。

⑤ (1) 逆: 同位角が等しければ, 2直線は平行である。→正しい。

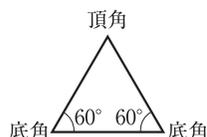
(2) 逆: xy が偶数ならば, x, y はともに偶数である。→正しくない。

反例: $2 \times 3 = 6$ は偶数であるが, 2は偶数, 3は奇数である。

解き方 「 p ならば q 」の逆は「 q ならば p 」になる。逆が正しくない場合は, 反例を1つでも示せばよい。

⑥ ㉠, ㉡

解き方 二等辺三角形のうち, 1つでも角が 60° ならば, その二等辺三角形は正三角形になる。

底角が 60° のとき頂角が 60° のとき底角 60° 60° 底角残りの頂角も 60°

だから, 正三角形

底角 60° 底角底角+底角 = 120° より, 底角も 60°

だから, 正三角形

- 7 $\triangle DBE$ で, $\ell \parallel AC$ より, 同位角は等しいので,
 $\angle BDE = \angle BAC = 60^\circ$
 $\angle BED = \angle BCA = 60^\circ$
 $\angle DBE = \angle ABC = 60^\circ$ (正三角形の角)
 3つの角が等しいので, $\triangle DBE$ は正三角形である。

解き方 正三角形の辺に平行な直線で分けられてできる三角形は, 同位角が等しいことからすべての角が 60° になるので, 正三角形になる。

- 8 $\triangle BAE$ と $\triangle DAC$ で,
 正三角形の3つの辺と角は等しいので,
 $BA = DA$ ①
 $AE = AC$ ②
 $\angle BAE = \angle BAC + \angle EAC$
 $= \angle BAC + 60^\circ$ ③
 $\angle DAC = \angle DAB + \angle BAC$
 $= 60^\circ + \angle BAC$ ④
 ③, ④より, $\angle BAE = \angle DAC$ ⑤
 ①, ②, ⑤より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので, $\triangle BAE \equiv \triangle DAC$
 合同な三角形の対応する辺は等しいので,
 $BE = DC$

解き方 BE, DC を辺にもつ三角形に着目する。
 等しい辺や角は, 印を使って図にかき込むとよい。

- 9 (ア)と(カ)
 合同条件: 斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。
 (イ)と(エ)
 合同条件: 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

解き方 直角三角形では1つの角が直角に決まっているので, 斜辺の長さや斜辺以外の辺の長さや直角以外の内角の大きさに注目する。

- 10 $\triangle BDM$ と $\triangle CEM$ で
 仮定より,
 $BM = CM$ ①
 $\angle BDM = \angle CEM = 90^\circ$ ②
 また, 対頂角は等しいから,
 $\angle BMD = \angle CME$ ③
 ①, ②, ③より, 2つの直角三角形で, 斜辺と

1つの鋭角がそれぞれ等しいから,
 $\triangle BDM \equiv \triangle CEM$
 合同な三角形の対応する辺の長さはそれぞれ等しいから, $BD = CE$

解き方 垂線をふくむ直角三角形を見つけて, 直角三角形の合同条件を使って証明するとよい。

- 11 $\triangle OPA$ と $\triangle OPB$ で,
 接線の性質から,
 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ ①
 円 O の半径だから, $OA = OB$ ②
 共通な辺だから, $OP = OP$ ③
 ①, ②, ③より, 直角三角形で斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので,
 $\triangle OPA \equiv \triangle OPB$
 合同な三角形の対応する角が等しいので,
 $\angle APO = \angle BPO$

解き方 接線と半径は垂直であることを利用して, 直角三角形の合同条件を利用する。

- 12 (1) $\triangle BCE$ と $\triangle CBD$ で,
 $\triangle ABC$ は二等辺三角形だから,
 $\angle CBE = \angle BCD$ ①
 $BC = CB$ (共通)②
 $\angle BEC = \angle CDB = 90^\circ$ ③
 ①, ②, ③より, 2つの直角三角形で, 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから,
 $\triangle BCE \equiv \triangle CBD$
 合同な三角形の対応する辺の長さはそれぞれ等しいから, $BE = CD$
 (2) (1)より, $\triangle BCE \equiv \triangle CBD$ であるから,
 $\angle BCE = \angle CBD$
 つまり, $\angle BCP = \angle CBP$
 よって, 2つの角が等しいので, $\triangle PBC$ は二等辺三角形である。

解き方 (1) $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ で
 $AB = AC$ (斜辺)
 $\angle A$ は共通 (1つの鋭角)
 $\angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$
 だから, 直角三角形の合同条件より,
 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$

したがって、

$$BE=AB-AE, \quad CD=AC-AD$$

$$AD=AE$$

より、 $BE=CD$ と証明してもよい。

(2) 2つの角が等しいことがいえれば、その三角形は二等辺三角形である。

2節 四角形

3節 三角形と四角形の活用

p.44-47

Step 2

① (1) $x=120$ $y=60$

(2) $x=6$ $y=8$

(3) $x=8$ $y=15$

解き方 (1) 平行四辺形で向かい合う角の大きさは等しい。また、隣り合う内角の和は 180°

$$x^\circ=120^\circ, \quad y^\circ=180^\circ-120^\circ=60^\circ$$

(2) 平行四辺形で、2組の対辺はそれぞれ等しい。

$$x=6, \quad y=8$$

(3) 平行四辺形で、2つの対角線はそれぞれの中点で交わる。 $x=8, y=15$

② 70°

解き方 $AE \parallel DC$ で、錯角は等しいから、

$$\angle AED = \angle CDE = 35^\circ$$

また、 DE は $\angle ADC$ の二等分線だから、

$$\angle ADC = 2\angle CDE = 2 \times 35^\circ$$

$$= 70^\circ$$

平行四辺形の対角は等しいから、

$$\angle ABC = \angle ADC = 70^\circ$$

③ $\triangle ABM$ と $\triangle CDN$ で、平行四辺形の2組の対辺はそれぞれ等しいから、

$$AB=CD \quad \dots\dots ①$$

$AD=BC$ で、 $AM=DM, BN=CN$ だから、

$$AM=CN \quad \dots\dots ②$$

また、平行四辺形の対角は等しいから、

$$\angle BAM = \angle DCN \quad \dots\dots ③$$

①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABM \equiv \triangle CDN$$

合同な三角形の対応する辺の長さは等しいから、

$$MB=ND$$

解き方 平行四辺形の性質を使って、等しい辺や角を見つけ、2つの三角形が合同であることを証明する。四角形 $MBND$ が平行四辺形になることを証明し、 $MB=ND$ を示す方法もある。

④ 四角形 $AECG$ で、四角形 $ABCD$ は平行四辺形だから、 $AB \parallel DC$ より、

$$AE \parallel GC$$

また、 $AB=DC$ より、

$$AE=GC$$

1組の対辺が平行で長さが等しいから、四角形 $AECG$ は平行四辺形である。

よって、 $AG \parallel EC \quad \dots\dots ①$

同様に、四角形 $AFCH$ も平行四辺形であることがわかるので、

$$AF \parallel HC \quad \dots\dots ②$$

四角形 $APCQ$ で、①, ②より、2組の対辺がそれぞれ平行だから、四角形 $APCQ$ は平行四辺形である。

解き方 平行四辺形の対辺は平行で、長さも等しいことを利用する。

四角形 $AFCH$ が平行四辺形であることは、四角形 $AECG$ が平行四辺形である証明とまったく同じ手順なので「同様に」としてもよい。

⑤ $\triangle AED$ と $\triangle FEC$ で、仮定より、

$$ED=EC \quad \dots\dots ①$$

また、対頂角は等しいから、

$$\angle AED = \angle FEC \quad \dots\dots ②$$

$AD \parallel CF$ より、錯角は等しいから、

$$\angle ADE = \angle FCE \quad \dots\dots ③$$

①, ②, ③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

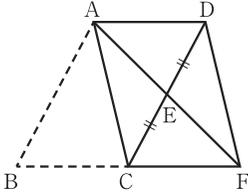
$$\triangle AED \equiv \triangle FEC$$

合同な三角形の対応する辺の長さは等しいから、

$$EA=EF \quad \dots\dots ④$$

①, ④から、2つの対角線がそれぞれの中点で交わるから、四角形 $ACFD$ は平行四辺形である。

解き方 四角形 ACFD では、対角線は AF、DC になる。



すでに、 $ED=EC$ であるので、残りの対角線の長さを考えればよい。

⑥ $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ で、

仮定より、 $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$ …①

平行四辺形の対辺は等しいので、

$$AB = CD \quad \dots \textcircled{2}$$

$AB \parallel DC$ より、錯角が等しいので、

$$\angle ABE = \angle CDF \quad \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より、

直角三角形で、斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

合同な三角形の対応する辺は等しいので、

$$AE = CF \quad \dots \textcircled{4}$$

また、 $\angle AEF = \angle CFE = 90^\circ$ より、錯角が等しいので、 $AE \parallel CF$ …⑤

④, ⑤より、四角形 AECF で、1組の対辺が平行で長さが等しいので、平行四辺形である。

解き方 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ を示したあと、 $BE=DF$ を示し、 $\triangle BCE \equiv \triangle DAF$ より、2組の対辺がそれぞれ等しいことを証明することもできる。

⑦ (1) イ, ウ (2) ア, エ (3) ア, エ

(4) イ, ウ

解き方 (1) 長方形は4つの角が等しいので、

$$\angle A = \angle B$$

2つの対角線は長さが等しいので、 $AC=BD$

(2) 正方形は4つの辺が等しいので、 $AB=BC$

2つの対角線は垂直に交わるので、 $AC \perp BD$

(3) ひし形は4つの辺が等しいので、 $AB=BC$

2つの対角線は垂直に交わるので、 $AC \perp BD$

(4) 正方形は4つの角が等しいので、 $\angle A = \angle B$

2つの対角線は長さが等しいので、 $AC=BD$

⑧ $\triangle ABP$ と $\triangle ADQ$ で、仮定より、

$$AP = AQ \quad \dots \textcircled{1}$$

$AP \perp BC$, $AQ \perp CD$ より、

$$\angle APB = \angle AQD = 90^\circ \quad \dots \textcircled{2}$$

四角形 ABCD は平行四辺形だから、対角は等しいので、 $\angle ABP = \angle ADQ$ …③

②, ③より、三角形の残りの内角も等しいから、

$$\angle BAP = \angle DAQ \quad \dots \textcircled{4}$$

①, ②, ④より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABP \equiv \triangle ADQ$$

合同な三角形の対応する辺の長さはそれぞれ等しいから、

$$AB = AD$$

平行四辺形 ABCD で、隣り合う2辺の長さが等しいから、4辺の長さはすべて等しい。したがって、平行四辺形 ABCD はひし形である。

解き方 平行四辺形にどのような条件が加わればひし形になるか考える。ひし形の定義は「4つの辺の長さが等しい四角形」であるから、平行四辺形の隣り合う2辺の長さが等しくなればひし形になる。

⑨ (1) 90°

(2) $\triangle HBC$ で、

$$\begin{aligned} & \angle HBC + \angle HCB \\ &= \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle DCB) \end{aligned}$$

平行四辺形の隣り合う内角の和は 180° だから、 $\angle ABC + \angle DCB = 180^\circ$

したがって、 $\angle HBC + \angle HCB = 90^\circ$ だから、

$$\angle H = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

同様に、

$$\angle H = \angle E = \angle F = \angle G = 90^\circ$$

だから、四角形 EFGH は4つの角が 90° で等しいので長方形である。

解き方 $\angle H = 90^\circ$ を $\triangle HBC$ が直角三角形であることから証明できれば、 $\angle E$, $\angle F$, $\angle G$ も同様に $\triangle EAB$, $\triangle FDA$, $\triangle GCD$ が直角三角形であることから証明できる。

10 $\triangle AED$ と $\triangle CED$ で、
四角形 ABCD は正方形だから、

$$AD=CD \quad \dots\dots①$$

$$DE=DE \text{ (共通)} \quad \dots\dots②$$

$\angle ADC$ は、対角線 DB により 2 等分されるので、
 $\angle ADE = \angle CDE (=45^\circ) \quad \dots\dots③$

①, ②, ③より、2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle AED \equiv \triangle CED$

合同な三角形の対応する角の大きさは等しいから、 $\angle EAD = \angle ECD \quad \dots\dots④$

また、 $AD \parallel BF$ より、錯角は等しいので、

$$\angle EAD = \angle EFC \quad \dots\dots⑤$$

④, ⑤より、 $\angle EFC = \angle ECD$

解き方 $\angle EFC = \angle ECD$ はすぐに証明することはむずかしい。したがって、 $\angle EFC$ も $\angle ECD$ もともに $\angle EAD$ と等しくなることを使って証明するとよい。

11 (1) $\triangle ADE$, $\triangle ABD$, $\triangle ADC$,
 $\triangle EAB$, $\triangle EDB$, $\triangle BDC$

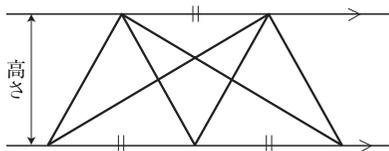
(2) $\triangle DCF$

解き方 (1) 四角形 ABCD, 四角形 AEBD はともに平行四辺形であるから、

$$AD=EB=BC$$

であることを利用する。

三角形の面積は、底辺と高さがそれぞれ等しければ、形にかかわらず等しくなるから、等しい長さの底辺で、高さが等しくなる三角形を見つけていけばよい。そのとき、平行線間の距離はどこでも等しいことを利用する。



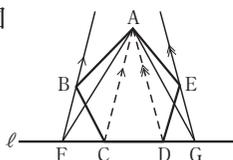
(2) (1)より、 $\triangle AED = \triangle ACD \quad \dots\dots①$

$$\triangle AEF = \triangle AED - \triangle AFD \quad \dots\dots②$$

$$\triangle DCF = \triangle ACD - \triangle AFD \quad \dots\dots③$$

①, ②, ③より、 $\triangle AEF = \triangle DCF$

12 右図



解き方 $AC \parallel BF$ となる点 F を直線 l 上にとると、

$$\triangle ABC = \triangle AFC \quad \dots\dots①$$

また、 $AD \parallel EG$ となる点 G を直線 l 上にとると、

$$\triangle AED = \triangle AGD \quad \dots\dots②$$

①, ②より、

五角形 ABCDE

$$= \triangle ABC + \triangle ACD + \triangle AED$$

$$= \triangle AFC + \triangle ACD + \triangle AGD$$

$$= \triangle AFG$$

13 $\frac{3}{2}$ 倍

解き方 $\triangle ABE$ と $\triangle ABD$ で

$AE : AD = 1 : 3$ だから、

$$\triangle ABE = \frac{1}{3} \triangle ABD \quad \dots\dots①$$

$\triangle FBC$ と $\triangle DBC$ で

$CF : CD = 1 : 2$ だから、

$$\triangle FBC = \frac{1}{2} \triangle DBC$$

$\triangle ABD = \triangle DBC$ だから、

$$\triangle FBC = \frac{1}{2} \triangle ABD \quad \dots\dots②$$

①, ②より、

$$\triangle FBC \div \triangle ABE = \frac{1}{2} \triangle ABD \div \frac{1}{3} \triangle ABD$$

$$= \frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

したがって、 $\triangle FBC$ の面積は、 $\triangle ABE$ の面積の $\frac{3}{2}$ 倍である。

p.48-49

Step 3

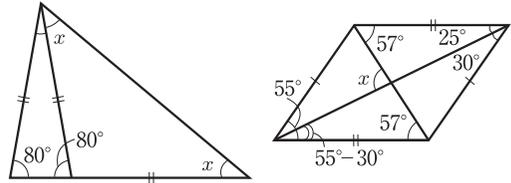
- ① (1) $\angle x = 50^\circ$ (2) $\angle x = 40^\circ$ (3) $\angle x = 82^\circ$
- ② (1) 四角形の2つの対角線が垂直に交わっているならば、その四角形はひし形である。
正しくない。
(2) $a+b > 0$ ならば、 $a > 0$, $b > 0$ である。
正しくない。
(3) 正三角形は頂角が 60° の二等辺三角形である。
正しい。
- ③ $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ で、 $AB=AC$ ……①
 $BD=CE$ ……② $\angle ABD = \angle ACE$ ……③
①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$
したがって、 $AD=AE$
よって、 $\triangle ADE$ は二等辺三角形
- ④ $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ で、 $AB=CD$ ……①
 $AB \parallel CD$ より、 $\angle ABE = \angle CDF$ ……②
仮定より、 $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$ ……③
①, ②, ③より、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$
したがって、 $BE=DF$
- ⑤ $\triangle CEB$ と $\triangle DFC$ で、 $BC=CD$ ……①
 $\angle EBC = \angle FCD$ ……②
 $AB=BC$, $AE=BF$ より、 $EB=FC$ ……③
①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle CEB \equiv \triangle DFC$
したがって、 $\angle ECB = \angle FDC$
- ⑥ $\triangle ABC = \triangle ADC + \triangle DBC$ ……①
 $\triangle DBE = \triangle DBC + \triangle EDC$ ……②
 $DC \parallel AE$ より、 $\triangle ADC = \triangle EDC$ ……③
①, ②, ③より、 $\triangle ABC$ と $\triangle DBE$ の面積は等しい。

解き方

- ① (1) 二等辺三角形の底角は $180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ$

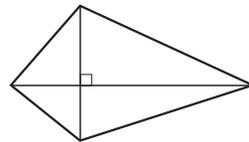
(2), (3) 三角形の外角は隣り合わない2つの内角の和に等しいことを利用する。

(2) $\angle x + \angle x = 80^\circ$ (3) $\angle x = 57^\circ + (55^\circ - 30^\circ)$
より、 $\angle x = 40^\circ$ $= 82^\circ$



- ② (1) 逆：四角形の2つの対角線が垂直に交わっているならば、その四角形はひし形である。

→下の図のような四角形は対角線が垂直に交わっているが、4つの辺が等しくないのでひし形ではない。よって、正しくない。



- (2) 逆： $a+b > 0$ ならば、 $a > 0$, $b > 0$ である。

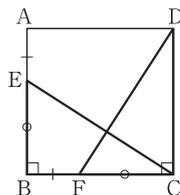
→たとえば、 $a=5$, $b=-3$ のとき、 $a+b > 0$ であるが $b < 0$ である。

よって、正しくない。

- (3) 逆：正三角形は頂角が 60° の二等辺三角形である。

→底角が 60° になるから正しい。

- ③ $\triangle ADE$ が二等辺三角形であるためには、 $AD=AE$ であるか、または $\angle ADE = \angle AED$ であればよい。
- ④ 2つの直角三角形 $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ が合同であることを平行四辺形の性質を利用して証明すればよい。
- ⑤ 正方形の辺と角の性質を使って証明する。正方形は隣り合う辺の長さが等しいので、 $EB=FC$ は、 AB と BC から等しい長さ AE , BF をひくことにより示すことができる。



- ⑥ 平行線から高さの等しい三角形を見つけ、面積の等しい三角形に変形していけばよい。

6章 確率

1節 確率

p.51

Step 2

① (1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{3}{13}$ (3) $\frac{3}{8}$

解き方 (1) さいころの目は、1, 2, 3, 4, 5, 6の6つあるから、2以上の目が出る確率は $\frac{5}{6}$

(2) 52枚のトランプの中で、3以下のカードは、スペード、クローバー、ハート、ダイヤの4種にそれぞれ3枚ずつあるから、

$$3 \times 4 = 12 (\text{枚})$$

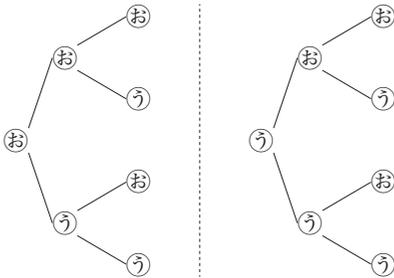
したがって、3以下のカードである確率は

$$\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

(3) 白玉と赤玉は合わせて $3+5=8$ (個)

白玉の数は3個だから、白玉である確率は $\frac{3}{8}$

② (1)



8通り

(2) $\frac{1}{8}$

(3) $\frac{3}{8}$

解き方 (1) 硬貨Aは、表か裏の2通り、硬貨Bも同様に表か裏の2通り、硬貨Cも同様に表か裏の2通りある。

これらを1つずつもらさず順に樹形図にかいていくと、8通りであることがわかる。

(2) (1)から、すべての場合は8通りあることがわかる。

そのうち、3枚とも裏になるのは樹形図で

う—う—う

の1通りしかない。3枚とも裏になる確率は $\frac{1}{8}$

(3) 1枚が表、2枚が裏になるのは樹形図で、

お—う—う

う—お—う

う—う—お

の3通りある。

1枚が表、2枚が裏になる確率は $\frac{3}{8}$

③ (1) $\frac{5}{36}$ (2) $\frac{5}{18}$ (3) $\frac{1}{4}$

解き方 2つのさいころA, Bを同時に投げるときの目の出方は、下の表のように36通りある。

A \ B	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

(1) 出る目の数の和が8となるのは、

(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)

の5通りあるから、その確率は $\frac{5}{36}$

(2) 出る目の数の和が5以下となるのは、

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1),

(2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)

の10通りあるから、その確率は $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

(3) 出る目が2個とも偶数となるのは、

(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4),

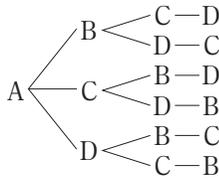
(4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)

の9通りあるから、その確率は $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

p.52

Step 3

① 6通り 樹形図



② (1) 72通り (2) $\frac{5}{9}$ (3) $\frac{1}{9}$ (4) $\frac{8}{9}$

③ (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{10}$ (4) $\frac{9}{10}$

解き方

① Aが先頭で走ることが決まっているので、B、C、Dの3人について、順番を考えればよい。

② (1) 十の位になるのは、 $\boxed{1} \sim \boxed{9}$ の9枚、一の位になるのは十の位になったカードをのぞいた8枚である。これらを樹形図にかいて数えると、72通りであることがわかる。

(2) 奇数になるのは、小さい順に

- 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29,
31, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49,
51, 53, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69,
71, 73, 75, 79, 81, 83, 85, 87, 89,
91, 93, 95, 97

の40通り。

(3) 5の倍数になるのは、一の位が $\boxed{5}$ の場合で、十の位に5以外の8通りの場合が考えられる。小さい順に

- 15, 25, 35, 45, 65, 75, 85, 95

の8通り。

(4) 20以上の数を順に書き出すよりも、20未満の数を書き出して、その確率を1からひくとよい。

20未満の数は、小さい順に

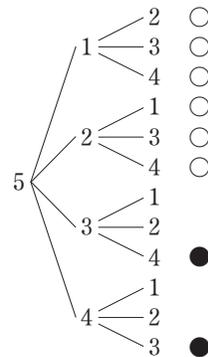
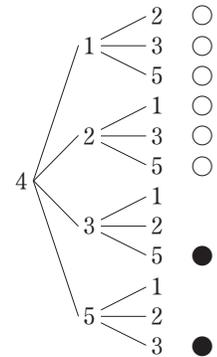
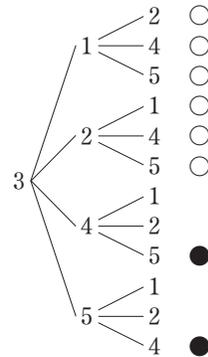
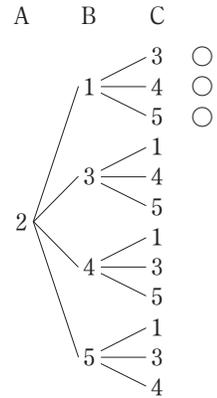
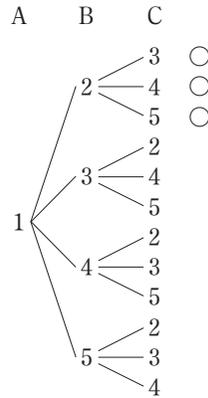
- 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

の8通りだから、20未満の数になる確率は

$$\frac{8}{72} = \frac{1}{9}$$

20以上の数になる確率は $1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

③ 当たりくじを1, 2, はずれくじを3, 4, 5として、A, B, Cのくじの引き方を樹形図にかいて数えると60通りであることがわかる。



(1) 上の図のAが1, 2のところだから、確率は

$$\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$

(2) 上の図の○のところだから、確率は

$$\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$

(3) 上の図の●のところだから、確率は

$$\frac{6}{60} = \frac{1}{10}$$

(4) 少なくとも1人が当たるのは、「3人とも当たらない」以外の場合だから、(3)より、

$$1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

7章 データの分析

1節 データの散らばり

2節 データの活用

p.54-55

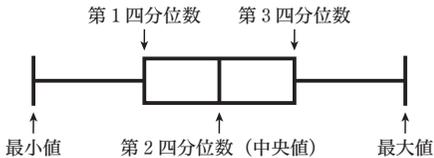
Step 2

- ① 第1四分位数…47点, 第2四分位数…58点,
第3四分位数…64点, 四分位範囲…17点

解き方 データの個数が19個なので, 第2四分位数は10番目の58点となる。19個のデータを2つに分けると, この10番目のデータは除いて分けることに注意する。前半部分の9個の中央値は5番目の47点で, これが第1四分位数, 後半部分9個の中央値は15番目の64点で, これが第3四分位数となる。
(四分位範囲)=(第3四分位数)-(第1四分位数)
なので, $64-47=17$ (点)

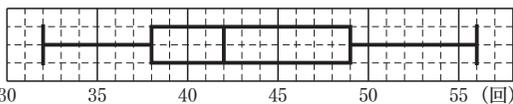
- ② 第1四分位数…23分, 第2四分位数…36分,
第3四分位数…47分, 四分位範囲…24分

解き方 箱ひげ図が示す数値は, 下の図のとおり。



(四分位範囲)=(第3四分位数)-(第1四分位数)
なので, $47-23=24$ (分)となる。

③



解き方 まず, データを小さい順に並べなおす。

32, 33, 34, 35, 36, 37, 39, 39, 40, 40, 41,
41, 43, 45, 45, 46, 46, 48, 50, 51, 52, 52,
53, 56 (回)

データの個数は24個なので, 第2四分位数は12番目と13番目の平均値で, $(41+43)\div 2=42$ (回)

第1四分位数は6番目と7番目の平均値で,
 $(37+39)\div 2=38$ (回)

第3四分位数は18番目と19番目の平均値で,
 $(48+50)\div 2=49$ (回)

これと, 最小値32回, 最大値56回をあわせて箱ひげ図に表せばよい。

- ④ (1) C (2) A (3) B

解き方 (2)は, データの範囲からAとわかる。Aのヒストグラムが右側に集中しているのに対して, (2)の箱ひげ図も右側の幅が狭いことがわかる。

(1)と(3)はともに左右対称でよく似ているが, 箱の大きさが異なる。箱の中にはデータ全体の約半分が入っているのので, 箱が大きいほど散らばりが大きく, 箱が小さいほどデータが集中していることを示している。

よって, 箱が小さい(3)は中央のデータが最も多いBのヒストグラムと対応していることがわかる。

- ⑤ ①, ②

解き方 ① 四分位範囲は箱の横の長さだから, 2組の方が横の長さは大きいので正しい。

② 2組の第2四分位数は60点より大きいことから, 20人の半数以上の10人以上が60点より高得点であることがわかる。よって, 正しい。

③ 1組の第1四分位数は40点より大きいので, 20人の $\frac{3}{4}$ である15人以上が40点より高いことがわかるが, 2組の第1四分位数は40点より小さいので, 40点以上の生徒は15人以上いるとはいえない。よって正しくない。

- ⑥ (1) 4組 (2) 1組, 2組, 3組
(3) 1組, 3組, 4組 (4) 1組, 2組, 3組

解き方

(1)は, 最小値が7秒以上であること,
(2)は, 第3四分位数が8秒以上であること,
(3)は, 第2四分位数が7.5秒以上であること,
(4)は, (第3四分位数)-(第1四分位数)が1秒以上であることを表している。

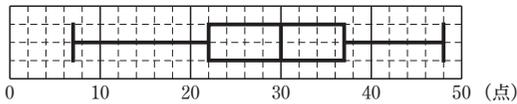
5組は, いずれにもあてはまらない。

p.56

Step 3

- ① (1) 最大値 48 点, 最小値 7 点, 範囲 41 点
 (2) 第 1 四分位数 22 点, 第 2 四分位数 30 点
 第 3 四分位数 37 点

(3)



(4) 15 点

- ② ①, ③, ④

解き方

- ① (1) まず, データを小さい順に並べなおす。

7, 12, 17, 19, 20, 22, 24, 26, 28, 29,
 30, 30, 33, 35, 35, 35, 36, 37, 40, 40,
 42, 45, 48

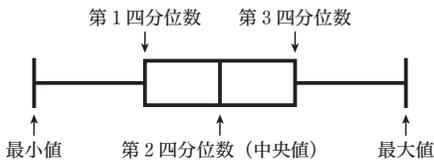
よって, 最大値は 48 点, 最小値は 7 点

(範囲) = (最大値) - (最小値) = 48 - 7 = 41 (点)

- (2) データの個数は 23 個なので, 第 2 四分位数は 12 番目の 30 点である。

次にデータを半分に分けるととき, この 12 番目のデータは除いて分けることに注意する。第 1 四分位数は, 11 個の真ん中なので 6 番目の 22 点, 第 3 四分位数は, 18 番目の 37 点である。

- (3) (1), (2) で求めた最小値, 第 1 四分位数, 第 2 四分位数, 第 3 四分位数, 最大値をこの順に箱ひげ図に表せばよい。



- (4) (2) より,

$$\begin{aligned} \text{(四分位範囲)} &= \text{(第 3 四分位数)} - \text{(第 1 四分位数)} \\ &= 37 - 22 \\ &= 15 \text{(点)} \end{aligned}$$

- ② データの個数は 24 人なので, 箱とひげで分けられた 4 カ所に 4 等分した 6 人ずつが入っていると考えると考えることができる。

① 3 組の第 1 四分位数は 5 回, 4 組の第 1 四分位数は 4 回で, ともに 4 回以上なので 18 人以上いるといえる。

② 3 回入った生徒が必ず 1 人はいる, といえるのは, 最小値が 3 回である 3 組だけである。

1 組は第 1 四分位数が 3 回だが, 6 番目と 7 番目のデータの平均値である可能性がある。

③ 2 組の範囲は, $8 - 1 = 7$ (回)

4 組の範囲は, $9 - 2 = 7$ (回) で同じである。

④ 3 組の四分位範囲は, $8 - 5 = 3$ (回)

4 組の四分位範囲は, $7 - 4 = 3$ (回)

で同じである。