

1章 多項式

1節 多項式の計算

p.3-4

Step 2

- ① (1) $-27m^2 + 6mn$ (2) $14a^2 + 28ab - 21a$
 (3) $3y + 2$ (4) $-10x + 25y$

解き方 分配法則を使って、かっこをはずします。

$a(b+c) = ab+ac, (b+c)a = ab+ac$

(1) $(9m-2n) \times (-3m) = 9m \times (-3m) - 2n \times (-3m)$
 $= -27m^2 + 6mn$

(2) $7a(2a+4b-3) = 7a \times 2a + 7a \times 4b + 7a \times (-3)$
 $= 14a^2 + 28ab - 21a$

(3) $(18xy+12x) \div 6x = \frac{18xy}{6x} + \frac{12x}{6x}$
 $= 3y + 2$

(4) $(4x^2-10xy) \div (-\frac{2}{5}x)$
 $= (4x^2-10xy) \times (-\frac{5}{2x})$
 $= 4x^2 \times (-\frac{5}{2x}) - 10xy \times (-\frac{5}{2x})$
 $= -10x + 25y$

- ② (1) $xy - 5x + 3y - 15$
 (2) $6a^2 - 19a + 10$
 (3) $x^2 - 2xy + 3x - 8y - 4$
 (4) $a^2 - 8ab + 15b^2 + 2a - 6b$

解き方 (1) $(x+3)(y-5) = xy - 5x + 3y - 15$

(2) $(3a-2)(2a-5) = 6a^2 - 15a - 4a + 10$
 $= 6a^2 - 19a + 10$

(3) $(x+4)(x-2y-1) = x(x-2y-1) + 4(x-2y-1)$
 $= x^2 - 2xy - x + 4x - 8y - 4$
 $= x^2 - 2xy + 3x - 8y - 4$

(4) $(a-5b+2)(a-3b)$
 $= a(a-3b) - 5b(a-3b) + 2(a-3b)$
 $= a^2 - 3ab - 5ab + 15b^2 + 2a - 6b$
 $= a^2 - 8ab + 15b^2 + 2a - 6b$

- ③ (1) $x^2 + 7x + 12$ (2) $x^2 - 12x + 35$
 (3) $a^2 - 2a - 48$ (4) $y^2 + \frac{1}{12}y - \frac{1}{12}$

解き方 展開の公式 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ を使います。

(1) $(x+3)(x+4) = x^2 + (3+4)x + 3 \times 4$
 $= x^2 + 7x + 12$

(2) $(x-5)(x-7) = x^2 + \{(-5) + (-7)\}x + (-5) \times (-7)$
 $= x^2 - 12x + 35$

(3) $(a-8)(a+6) = a^2 + \{(-8) + 6\}a + (-8) \times 6$
 $= a^2 - 2a - 48$

(4) $(y + \frac{1}{3})(y - \frac{1}{4})$
 $= y^2 + \{\frac{1}{3} + (-\frac{1}{4})\}y + \frac{1}{3} \times (-\frac{1}{4})$
 $= y^2 + \frac{1}{12}y - \frac{1}{12}$

- ④ (1) $x^2 + 4x + 4$ (2) $a^2 - 16a + 64$
 (3) $y^2 - \frac{1}{3}y + \frac{1}{36}$ (4) $a^2 + 0.2a + 0.01$

解き方 展開の公式 $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2, (x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ を使います。

(1) $(x+2)^2 = x^2 + 2 \times 2 \times x + 2^2$
 $= x^2 + 4x + 4$

(2) $(a-8)^2 = a^2 - 2 \times 8 \times a + 8^2$
 $= a^2 - 16a + 64$

(3) $(y - \frac{1}{6})^2 = y^2 - 2 \times \frac{1}{6} \times y + (\frac{1}{6})^2$
 $= y^2 - \frac{1}{3}y + \frac{1}{36}$

(4) $(a+0.1)^2 = a^2 + 2 \times 0.1 \times a + 0.1^2$
 $= a^2 + 0.2a + 0.01$

$$\textcircled{5} \quad (1) x^2 - 25 \qquad (2) a^2 - 0.09$$

$$(3) x^2 - \frac{1}{16} \qquad (4) 36 - x^2$$

解き方 展開の公式 $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$ を使います。

$$(1) (x+5)(x-5) = x^2 - 5^2 \\ = x^2 - 25$$

$$(2) (a-0.3)(a+0.3) = a^2 - 0.3^2 \\ = a^2 - 0.09$$

$$(3) \left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) = x^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 \\ = x^2 - \frac{1}{16}$$

$$(4) (6+x)(6-x) = 6^2 - x^2 \\ = 36 - x^2$$

$$\textcircled{6} \quad (1) 4x^2 - 8x - 5 \qquad (2) 25a^2 + 20a + 4$$

$$(3) 9x^2 - 24xy + 16y^2 \quad (4) a^2 - 49b^2$$

$$(5) x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y - 4$$

$$(6) a^2 - 2ab + b^2 - 6a + 6b + 9$$

解き方 (1) $2x$ を A と置くと、

$$(2x+1)(2x-5) = (A+1)(A-5) \\ = A^2 - 4A - 5 \\ = (2x)^2 - 4 \times 2x - 5 \\ = 4x^2 - 8x - 5$$

$$(2) (5a+2)^2 = (5a)^2 + 2 \times 2 \times 5a + 2^2 \\ = 25a^2 + 20a + 4$$

$$(3) (3x-4y)^2 = (3x)^2 - 2 \times 4y \times 3x + (4y)^2 \\ = 9x^2 - 24xy + 16y^2$$

$$(4) (-a+7b)(-a-7b) = (-a)^2 - (7b)^2 \\ = a^2 - 49b^2$$

(5) $x+y$ を A と置くと、

$$(x+y+4)(x+y-1) = \{(x+y)+4\}\{(x+y)-1\} \\ = (A+4)(A-1) \\ = A^2 + 3A - 4 \\ = (x+y)^2 + 3(x+y) - 4 \\ = x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y - 4$$

(6) $a-b$ を A と置くと、

$$(a-b-3)^2 = \{(a-b)-3\}^2 \\ = (A-3)^2 \\ = A^2 - 6A + 9 \\ = (a-b)^2 - 6(a-b) + 9 \\ = a^2 - 2ab + b^2 - 6a + 6b + 9$$

$$\textcircled{7} \quad (1) -x^2 + 3y^2 \qquad (2) 4a - 9$$

解き方 (1) $3(x+2y)^2 - (2x+3y)^2$

$$= 3(x^2 + 4xy + 4y^2) - (4x^2 + 12xy + 9y^2) \\ = 3x^2 + 12xy + 12y^2 - 4x^2 - 12xy - 9y^2 \\ = -x^2 + 3y^2$$

(2) $(a-5)(a+9) - (a+6)(a-6)$

$$= a^2 + 4a - 45 - (a^2 - 36) \\ = a^2 + 4a - 45 - a^2 + 36 \\ = 4a - 9$$

$$\textcircled{8} \quad (1) 2491 \qquad (2) 9604$$

解き方 (1) 53 を $50+3$, 47 を $50-3$ とみて、展開の公式 $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$ を利用して計算します。

$$53 \times 47 \\ = (50+3)(50-3) \\ = 50^2 - 3^2 \\ = 2500 - 9 \\ = 2491$$

(2) 98 を $100-2$ とみて、展開の公式

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2 \text{ を利用して計算します。}$$

$$98^2 \\ = (100-2)^2 \\ = 100^2 - 2 \times 2 \times 100 + 2^2 \\ = 10000 - 400 + 4 \\ = 9604$$

$$\textcircled{9} \quad 24$$

解き方 展開の公式を使って、式を簡単にしてから、 x, y の値を代入します。

$$(x-2y)(x+8y) - 6xy = x^2 + 6xy - 16y^2 - 6xy \\ = x^2 - 16y^2$$

この式に $x = -5$, $y = \frac{1}{4}$ を代入すると、

$$x^2 - 16y^2 = (-5)^2 - 16 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \\ = 25 - 1 \\ = 24$$

2 節 因数分解

3 節 式の利用

p.6-7

Step 2

① (1) 共通な因数 $2x$, 因数分解 $2x(2x+3)$

(2) 共通な因数 $4ab$, 因数分解 $4ab(2b-3)$

(3) 共通な因数 $3xy$, 因数分解 $3xy(3x+2y-5)$

解き方 各項に共通な因数がある多項式を因数分解するには、分配法則を使って共通な因数をくくり出します。

(1) 共通な因数は $2x$ だから、

$$4x^2+6x=2x \times 2x+2x \times 3=2x(2x+3)$$

(2) 共通な因数は $4ab$ だから、

$$8ab^2-12ab=4ab \times 2b-4ab \times 3=4ab(2b-3)$$

(3) 共通な因数は $3xy$ だから、

$$\begin{aligned} & 9x^2y+6xy^2-15xy \\ &=3xy \times 3x+3xy \times 2y+3xy \times (-5) \\ &=3xy(3x+2y-5) \end{aligned}$$

② (1) $(x+2)(x+3)$ (2) $(x-1)(x-8)$

(3) $(x+4)(x-2)$ (4) $(a-3)(a-5)$

(5) $(x+4)(x-7)$ (6) $(y+6)(y-15)$

解き方 (1) $x^2+5x+6=x^2+(2+3)x+2 \times 3$
 $= (x+2)(x+3)$

(2) $x^2-9x+8=x^2+((-1)+(-8))x+(-1) \times (-8)$
 $= (x-1)(x-8)$

(3) $x^2+2x-8=x^2+\{4+(-2)\}x+4 \times (-2)$
 $= (x+4)(x-2)$

(4) $a^2-8a+15=a^2+((-3)+(-5))a+(-3) \times (-5)$
 $= (a-3)(a-5)$

(5) $x^2-3x-28=x^2+\{4+(-7)\}x+4 \times (-7)$
 $= (x+4)(x-7)$

(6) $y^2-9y-90=y^2+\{6+(-15)\}y+6 \times (-15)$
 $= (y+6)(y-15)$

③ (1) $(x+2)^2$ (2) $(x-7)^2$

(3) $(x+6)(x-6)$ (4) $\left(a+\frac{3}{2}\right)^2$

(5) $(n-0.3)^2$ (6) $\left(y+\frac{1}{5}\right)\left(y-\frac{1}{5}\right)$

解き方 (1) $x^2+4x+4=x^2+2 \times 2 \times x+2^2$
 $= (x+2)^2$

(2) $x^2-14x+49=x^2-2 \times 7 \times x+7^2=(x-7)^2$

(3) $x^2-36=x^2-6^2=(x+6)(x-6)$

(4) $a^2+3a+\frac{9}{4}=a^2+2 \times \frac{3}{2} \times a+\left(\frac{3}{2}\right)^2$
 $= \left(a+\frac{3}{2}\right)^2$

(5) $n^2-0.6n+0.09=n^2-2 \times 0.3 \times n+0.3^2$
 $= (n-0.3)^2$

(6) $y^2-\frac{1}{25}=y^2-\left(\frac{1}{5}\right)^2$
 $= \left(y+\frac{1}{5}\right)\left(y-\frac{1}{5}\right)$

④ (1) $3(x+6)(x-4)$ (2) $-5a(b-3)^2$

(3) $(2x+9y)(2x-9y)$ (4) $(3x+5y)^2$

解き方 (1) 共通な因数は 3 です。

$3x^2+6x-72=3(x^2+2x-24)$
 $= 3(x+6)(x-4)$

(2) 共通な因数は $-5a$ です。

$-5ab^2+30ab-45a=-5a(b^2-6b+9)$
 $= -5a(b-3)^2$

(3) $4x^2-81y^2=(2x)^2-(9y)^2$
 $= (2x+9y)(2x-9y)$

(4) $9x^2+30xy+25y^2=(3x)^2+2 \times 5y \times 3x+(5y)^2$
 $= (3x+5y)^2$

⑤ (1) $(x-1)(x-6)$

(2) $(a+5b+2)(a-5b+2)$

(3) $(x+2)(y-3)$ (4) $(a+2)(x-1)$

解き方 (1) $x-5$ を A と置くと、

$(x-5)^2+3(x-5)-4=A^2+3A-4$
 $= (A+4)(A-1)$
 $= \{(x-5)+4\}\{(x-5)-1\}$
 $= (x-1)(x-6)$

(2) $a+2$ を A と置くと、

$(a+2)^2-25b^2=A^2-25b^2$
 $= (A+5b)(A-5b)$
 $= \{(a+2)+5b\}\{(a+2)-5b\}$
 $= (a+5b+2)(a-5b+2)$

(3) $xy-3x+2(y-3)=x(y-3)+2(y-3)$
 $= (x+2)(y-3)$

(4) $ax+2x-a-2=(a+2)x-(a+2)$
 $= (a+2)(x-1)$

6 18

解き方 代入する式を因数分解してから、 x, y の値を代入します。

$$9x^2 - 4y^2 = (3x + 2y)(3x - 2y)$$

この式に $x = \frac{3}{2}, y = \frac{3}{4}$ を代入すると、

$$\left(\frac{9}{2} + \frac{3}{2}\right)\left(\frac{9}{2} - \frac{3}{2}\right) = 6 \times 3 = 18$$

7 (例) 連続する 2 つの奇数は、整数 n を使って、 $2n - 1, 2n + 1$ と表される。

$$\begin{aligned} & (2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 \\ &= (4n^2 + 4n + 1) - (4n^2 - 4n + 1) \\ &= 4n^2 + 4n + 1 - 4n^2 + 4n - 1 \\ &= 8n \end{aligned}$$

n は整数だから、 $8n$ は 8 の倍数である。

よって、連続する 2 つの奇数の 2 乗の差は、8 の倍数になる。

解き方 連続する奇数の表し方

整数 n を使って、 $2n - 1, 2n + 1, 2n + 3, \dots$ と表されます。

別解 因数分解の公式 $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$ を利用して、次のように計算してもよいです。

$$\begin{aligned} & (2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 \\ &= \{(2n + 1) + (2n - 1)\}\{(2n + 1) - (2n - 1)\} \\ &= 4n \times 2 = 8n \end{aligned}$$

8 (例) 道の面積 S は、

$$\begin{aligned} S &= ah + bh + ch + \pi h^2 \\ &= h(a + b + c + \pi h) \dots\dots ① \end{aligned}$$

道の中央を通る線の長さ ℓ は、

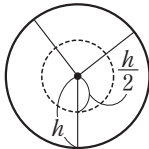
$$\begin{aligned} \ell &= a + b + c + 2\pi \times \frac{h}{2} \\ &= a + b + c + \pi h \dots\dots ② \end{aligned}$$

①, ②から、 $S = h\ell$

解き方 道の面積 S は、3 つの長方形の面積と 3 つのおうぎ形の面積の和とみることができます。

3 つの長方形の面積は、縦 hm で、横がそれぞれ am, bm, cm です。

また、3 つのおうぎ形を合わせると、右の図のような半径 hm の円になります。



p.8-9

Step 3

1 (1) $3ab - 15a$ (2) $-20x^2 - 5xy + 35x$
(3) $-2x - 3y$ (4) $27a - 9b$

2 (1) $ab - 4a - 2b + 8$
(2) $2x^2 - 5xy - 3x + 15y - 9$
(3) $x^2 + 18x + 81$ (4) $a^2 - 3a - 40$

(5) $a^2 - 0.25$ (6) $16x^2 - 4x + \frac{1}{4}$
(7) $9x^2 - 3xy - 20y^2$ (8) $-a^2 + 49b^2$

3 (1) x (2) $x^2 + 4x - 22$
(3) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 6x - 12y + 9$
(4) $a^2 - b^2 + 2b - 1$

4 (1) $(x + 4)(x - 9)$ (2) $(a + 6)^2$
(3) $(x + 6y)(x - 5y)$ (4) $\left(3a + \frac{1}{2}b\right)\left(3a - \frac{1}{2}b\right)$
(5) $2a(x - 3)(x - 7)$ (6) $(x + y - 5)(x - y + 5)$

5 (1) 480 (2) 10404

6 50

7 (例) 連続する 2 つの偶数は、整数 n を使って、 $2n, 2n + 2$ と表される。

$$2n(2n + 2) = 4n(n + 1)$$

n は整数だから、 $n(n + 1)$ も整数である。

よって、 $4n(n + 1)$ は 4 の倍数だから、連続する 2 つの偶数の積は 4 の倍数になる。

解き方

1 分配法則を使ってかっこをはずします。

$$\begin{aligned} (2) & -5x(4x + y - 7) \\ &= -5x \times 4x - 5x \times y - 5x \times (-7) \\ &= -20x^2 - 5xy + 35x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & (8xy + 12y^2) \div (-4y) = \frac{8xy}{-4y} + \frac{12y^2}{-4y} \\ &= -2x - 3y \end{aligned}$$

(4) $\frac{2}{3}a = \frac{2a}{3}$ であることに注意します。

$$\begin{aligned} (18a^2 - 6ab) \div \frac{2}{3}a &= (18a^2 - 6ab) \times \frac{3}{2a} \\ &= 18a^2 \times \frac{3}{2a} - 6ab \times \frac{3}{2a} \\ &= 27a - 9b \end{aligned}$$

② (2) $(x-3)(2x-5y+3)$
 $=x \times 2x + x \times (-5y) + x \times 3 - 3 \times 2x$
 $\qquad\qquad\qquad - 3 \times (-5y) - 3 \times 3$
 $=2x^2 - 5xy + 3x - 6x + 15y - 9$
 $=2x^2 - 5xy - 3x + 15y - 9$

(3) $(x+9)^2 = x^2 + 2 \times 9 \times x + 9^2$
 $=x^2 + 18x + 81$

(4) $(a+5)(a-8) = a^2 + \{5 + (-8)\}a + 5 \times (-8)$
 $=a^2 - 3a - 40$

(5) $(a+0.5)(a-0.5) = a^2 - 0.5^2$
 $=a^2 - 0.25$

(6) $\left(4x - \frac{1}{2}\right)^2 = (4x)^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times (4x) + \left(\frac{1}{2}\right)^2$
 $=16x^2 - 4x + \frac{1}{4}$

(7) $(3x+4y)(3x-5y)$
 $= (3x)^2 + \{4y + (-5y)\} \times 3x + 4y \times (-5y)$
 $= 9x^2 - 3xy - 20y^2$

(8) $(a+7b)(7b-a) = (7b+a)(7b-a)$
 $= (7b)^2 - a^2$
 $= -a^2 + 49b^2$

③ (1) $(x-6)^2 - (x-4)(x-9)$
 $= x^2 - 12x + 36 - (x^2 - 13x + 36)$
 $= x^2 - 12x + 36 - x^2 + 13x - 36$
 $= x$

(2) $2(x-3)(x+3) - (x-2)^2$
 $= 2(x^2 - 9) - (x^2 - 4x + 4)$
 $= 2x^2 - 18 - x^2 + 4x - 4$
 $= x^2 + 4x - 22$

(3) $x+2y$ を A と置くと,
 $(x+2y-3)^2 = (A-3)^2$
 $= A^2 - 6A + 9$
 $= (x+2y)^2 - 6(x+2y) + 9$
 $= x^2 + 4xy + 4y^2 - 6x - 12y + 9$

(4) $b-1$ を A と置くと,
 $(a+b-1)(a-b+1) = \{a+(b-1)\}\{a-(b-1)\}$
 $= (a+A)(a-A)$
 $= a^2 - A^2$
 $= a^2 - (b-1)^2$
 $= a^2 - (b^2 - 2b + 1)$
 $= a^2 - b^2 + 2b - 1$

④ (1) $x^2 - 5x - 36 = x^2 + \{4 + (-9)\}x + 4 \times (-9)$
 $= (x+4)(x-9)$

(2) $a^2 + 12a + 36 = a^2 + 2 \times 6 \times a + 6^2$
 $= (a+6)^2$

(3) $x^2 + xy - 30y^2$
 $= x^2 + \{6y + (-5y)\}x + 6y \times (-5y)$
 $= (x+6y)(x-5y)$

(4) $9a^2 - \frac{1}{4}b^2 = (3a)^2 - \left(\frac{1}{2}b\right)^2$
 $= \left(3a + \frac{1}{2}b\right)\left(3a - \frac{1}{2}b\right)$

(5) $2ax^2 - 20ax + 42a = 2a(x^2 - 10x + 21)$
 $= 2a(x-3)(x-7)$

(6) $x^2 - y^2 + 10y - 25 = x^2 - (y^2 - 10y + 25)$
 $= x^2 - (y-5)^2$
 $= \{x + (y-5)\}\{x - (y-5)\}$
 $= (x+y-5)(x-y+5)$

⑤ (1) $43^2 - 37^2 = (43+37)(43-37)$
 $= 80 \times 6$
 $= 480$

(2) $102^2 = (100+2)^2 = 100^2 + 2 \times 2 \times 100 + 2^2$
 $= 10000 + 400 + 4$
 $= 10404$

⑥ 代入する式を因数分解してから, x, y の値を代入します。

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

この式に $x=7.5, y=2.5$ を代入すると,

$$(7.5+2.5)(7.5-2.5) = 10 \times 5$$

$$= 50$$

⑦ 連続する偶数の表し方

整数 n を使って, $2n, 2n+2, 2n+4, \dots$ と表されます。

2章 平方根

1節 平方根

p.11-12

Step 2

① (1) 7, -7 (2) 0.4, -0.4 (3) $\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{5}$

解き方 正の数には平方根が2つあって、それらの絶対値は等しく、符号は異なります。

(1) $7^2=49$, $(-7)^2=49$ だから、49の平方根は7と-7です。この2つをまとめて ± 7 と表してもよいです。

② (1) 3 (2) -7 (3) $-\frac{2}{9}$

(4) 0.1 (5) 4 (6) 8

解き方 (1) $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

(2) $-\sqrt{49} = -\sqrt{7^2} = -7$

(3) $-\sqrt{\frac{4}{81}} = -\sqrt{\left(\frac{2}{9}\right)^2} = -\frac{2}{9}$

(4) $\sqrt{0.01} = \sqrt{0.1^2} = 0.1$

(5) $\sqrt{4^2} = 4$

(6) $\sqrt{(-8)^2} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$

注意 $\sqrt{(-8)^2} = -8$ とはなりません。

③ (1) 2 (2) 5 (3) 9

解き方 a を正の数とすると、

$$(\sqrt{a})^2 = a, \quad (-\sqrt{a})^2 = a$$

④ (1) $5 < \sqrt{26}$ (2) $1.5 > \sqrt{2.2}$

(3) $-3 > -\sqrt{10}$ (4) $-5 < -\sqrt{20} < -4$

解き方 a, b が正の数で、 $a < b$ ならば、 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

(1) $5^2=25$, $(\sqrt{26})^2=26$

$25 < 26$ だから、 $\sqrt{25} < \sqrt{26}$

よって、 $5 < \sqrt{26}$

(2) $1.5^2=2.25$, $(\sqrt{2.2})^2=2.2$

$2.25 > 2.2$ だから、 $\sqrt{2.25} > \sqrt{2.2}$

よって、 $1.5 > \sqrt{2.2}$

(3) $3^2=9$, $(\sqrt{10})^2=10$

$9 < 10$ だから、 $\sqrt{9} < \sqrt{10}$

よって、絶対値を比べると $3 < \sqrt{10}$

負の数は絶対値が大きいほど小さくなるから、

$-3 > -\sqrt{10}$

(4) $4^2=16$, $5^2=25$, $(\sqrt{20})^2=20$ で、

$16 < 20 < 25$ だから、 $\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$

よって、絶対値を比べると $4 < \sqrt{20} < 5$

負の数は絶対値が大きいほど小さくなるから、

$-5 < -\sqrt{20} < -4$

⑤ (1) $26.5 \leq a < 27.5$ (2) $5.75 \leq a < 5.85$

解き方 (1) 測定値の27cmを、1cm未満を四捨五入して得られた値とみます。27になる最小の数は26.5です。27.5は小数第1位を四捨五入すると、28になります。

(2) 測定値の5.8kgは、0.1kg未満を四捨五入して得られた値と考えられます。5.8になる最小の数は5.75です。5.85は小数第2位を四捨五入すると、5.9になります。

⑥ (1) 6.82×10^3 g (2) 3.500×10^4 m

解き方 整数部分が1桁の小数は、有効数字が3桁の場合は○.○○, 4桁の場合は○.○○○のように表します。

⑦ $\sqrt{11}$, $-\sqrt{5}$

解き方 $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

分数で表すことのできる数、つまり、整数 a と0でない整数 b を使って、 $\frac{a}{b}$ の形で表すことのできる数を有理数といいます。

また、有理数でない数を無理数といいます。整数の-8は、 $-8 = \frac{-8}{1}$ などのように $\frac{a}{b}$ の形で表すことができるので、有理数です。

$-\sqrt{5}$ は-2.2360679...と続く循環しない無限小数なので、無理数です。無理数は、小数で表すとすれば、有限小数でも循環小数でもない小数、つまり、循環しない無限小数になります。

⑧ A $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, B $\frac{1}{9}$, $\frac{7}{15}$, C π , $\sqrt{2}$

解き方 $\pi = 3.141592\dots$ より、循環しない無限小数です。 $\frac{1}{9} = 0.1111\dots$, $\frac{7}{15} = 0.4666\dots$ より循環小数です。

2節 根号をふくむ式の計算

3節 平方根の利用

p.14-15

Step 2

① (1) $\sqrt{14}$ (2) 6 (3) -5
 (4) $\sqrt{5}$ (5) -3 (6) $\sqrt{6}$

解き方 (1) $\sqrt{2} \times \sqrt{7} = \sqrt{2 \times 7} = \sqrt{14}$

(2) $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = 6$

(3) $-\sqrt{5} \times \sqrt{5} = -\sqrt{5 \times 5} = -\sqrt{25} = -5$

(4) $\sqrt{15} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{15}{3}} = \sqrt{5}$

(5) $\sqrt{45} \div (-\sqrt{5}) = -\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = -\sqrt{\frac{45}{5}}$
 $= -\sqrt{9} = -3$

(6) $\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{42}{7}} = \sqrt{6}$

② (1) $\sqrt{18}$ (2) $\sqrt{28}$ (3) $\sqrt{75}$

解き方 (1) $3\sqrt{2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{18}$

(2) $2\sqrt{7} = \sqrt{4} \times \sqrt{7} = \sqrt{4 \times 7} = \sqrt{28}$

(3) $5\sqrt{3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{75}$

③ (1) $2\sqrt{6}$ (2) $4\sqrt{5}$ (3) $10\sqrt{3}$

解き方 (1) $\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 6} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{80} = \sqrt{4^2 \times 5} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{300} = \sqrt{10^2 \times 3} = \sqrt{10^2} \times \sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

④ (1) $\frac{\sqrt{11}}{10}$ (2) $\frac{3}{5}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

解き方 (1) $\sqrt{\frac{11}{100}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{11}}{10}$

(2) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$

(3) $\sqrt{0.75} = \sqrt{\frac{75}{100}} = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{100}} = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ 7.07

解き方 $\frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
 $= \frac{10\sqrt{2}}{2}$
 $= 5\sqrt{2}$
 $= 5 \times 1.414$
 $= 7.07$

⑥ (1) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (2) $4\sqrt{2}$ (3) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

解き方 (1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

(2) $\frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

(3) $\frac{15}{2\sqrt{5}} = \frac{15 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{10} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

⑦ (1) 24.49 (2) 774.6 (3) 0.02449

解き方 根号の中の数の小数点が2桁ずれるごとに、平方根の値の小数点は同じ向きに1桁ずつずれます。

(1) $\sqrt{6\overline{.00}} = 2\overline{.4}9$

(2) $\sqrt{60\overline{.00.00}} = 7\overline{.7}4.6$

(3) $\sqrt{0.00\overline{.06.}} = 0.0\overline{2}449$

⑧ (1) $6\sqrt{10}$ (2) $-12\sqrt{3}$
 (3) $-3\sqrt{5}$ (4) 3

解き方 (1) $(-\sqrt{8}) \times (-3\sqrt{5}) = 3 \times \sqrt{8} \times \sqrt{5}$
 $= 3 \times \sqrt{40} = 3 \times 2\sqrt{10}$
 $= 6\sqrt{10}$

または、 $(-\sqrt{8}) \times (-3\sqrt{5}) = (-2\sqrt{2}) \times (-3\sqrt{5})$
 $= 2 \times 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5}$
 $= 6\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{18} \times (-\sqrt{24}) = -\sqrt{432} = -12\sqrt{3}$

または、 $\sqrt{18} \times (-\sqrt{24}) = 3\sqrt{2} \times (-2\sqrt{6})$
 $= -3 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$
 $= -12\sqrt{3}$

(3) $(-3\sqrt{30}) \div \sqrt{6} = -\frac{3\sqrt{30}}{\sqrt{6}}$
 $= -3 \times \sqrt{\frac{30}{6}}$
 $= -3\sqrt{5}$

または、 $(-3\sqrt{30}) \div \sqrt{6} = -\frac{3\sqrt{30}}{\sqrt{6}}$
 $= -\frac{3\sqrt{5} \times \sqrt{6}}{\sqrt{6}}$
 $= -3\sqrt{5}$

(4) $(-\sqrt{12}) \times \sqrt{15} \div (-\sqrt{20}) = \frac{\sqrt{12} \times \sqrt{15}}{\sqrt{20}}$
 $= \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{15}}{2\sqrt{5}}$
 $= 3$

9 (1) $5\sqrt{7}$ (2) $-3\sqrt{3}$
 (3) $7\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{5}-2\sqrt{6}$

解き方 (1) $\sqrt{7}+4\sqrt{7}=(1+4)\sqrt{7}=5\sqrt{7}$

(2) $2\sqrt{3}-\sqrt{75}=2\sqrt{3}-5\sqrt{3}$
 $=-3\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{72}-\sqrt{32}+\sqrt{50}=6\sqrt{2}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}$
 $=7\sqrt{2}$

(4) $6\sqrt{5}+\sqrt{24}-\sqrt{125}-4\sqrt{6}$
 $=6\sqrt{5}+2\sqrt{6}-5\sqrt{5}-4\sqrt{6}$
 $=\sqrt{5}-2\sqrt{6}$

10 (1) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (2) $10-5\sqrt{2}$
 (3) $9-2\sqrt{14}$ (4) $-1-8\sqrt{5}$

解き方 (1) $\sqrt{6}-\frac{3}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}-\frac{3\sqrt{6}}{6}$
 $=\sqrt{6}-\frac{\sqrt{6}}{2}$
 $=\frac{\sqrt{6}}{2}$

(2) $\sqrt{5}(\sqrt{20}-\sqrt{10})=\sqrt{5}\times\sqrt{20}-\sqrt{5}\times\sqrt{10}$
 $=\sqrt{5}\times2\sqrt{5}-\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}$
 $=10-5\sqrt{2}$

(3) $(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2=(\sqrt{7})^2-2\times\sqrt{2}\times\sqrt{7}+(\sqrt{2})^2$
 $=7-2\sqrt{14}+2$
 $=9-2\sqrt{14}$

(4) $(\sqrt{20}+3)(\sqrt{20}-7)$
 $=(\sqrt{20})^2+(3-7)\sqrt{20}+3\times(-7)$
 $=20-4\sqrt{20}-21$
 $=-1-4\times2\sqrt{5}$
 $=-1-8\sqrt{5}$

11 18

解き方 $x^2-8x+16$ を因数分解すると、 $(x-4)^2$

この式に $x=4-3\sqrt{2}$ を代入すると、
 $\{(4-3\sqrt{2})-4\}^2=(-3\sqrt{2})^2=18$

12 $15\sqrt{2}$ cm

解き方 切り口の正方形の面積は、

$30\times30\times\frac{1}{2}=450$ (cm²)

だから、1辺の長さは、この値の平方根のうち、正の方で、 $\sqrt{450}=15\sqrt{2}$ (cm)

p.16-17

Step 3

1 (1) ①6, -6 (2) -6 (3) 6 (4) 6

(2) $\sqrt{7}$, 2.6, $\frac{5}{2}$, $\sqrt{6}$

2 (1) ① $8.295\leq a < 8.305$ (2) $55.85\leq a < 55.95$

③ $130.5\leq a < 131.5$

(2) ① 9.58×10^3 km (2) 3.780×10^5 km²

3 (1) $5\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

4 (1) 3.464 (2) 10.392 (3) 0.433

5 (1) $-10\sqrt{6}$ (2) 48 (3) $-6\sqrt{2}$

(4) $-3\sqrt{3}$ (5) $-\sqrt{3}$ (6) $3\sqrt{5}$

(7) $4-2\sqrt{3}$ (8) $9+6\sqrt{2}$ (9) 17

6 (1) 1 (2) $4\sqrt{6}$

7 $6\sqrt{2}$ cm

解き方

1 (1) ① 正の数には平方根は2つあって、それらの絶対値は等しく、符号は異なるから、36の平方根は6と-6です。±の記号を用いて、±6としてもよいです。

② $-\sqrt{36}=-\sqrt{6^2}=-6$

③ $\sqrt{(-6)^2}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$

④ $(-\sqrt{6})^2=(-\sqrt{6})\times(-\sqrt{6})=6$

(2) $2.6^2=6.76$, $(\frac{5}{2})^2=\frac{25}{4}=6.25$, $(\sqrt{6})^2=6$,

$(\sqrt{7})^2=7$

$7 > 6.76 > 6.25 > 6$ だから、

$\sqrt{7} > \sqrt{6.76} > \sqrt{6.25} > \sqrt{6}$

よって、 $\sqrt{7} > 2.6 > \frac{5}{2} > \sqrt{6}$

2 (1) それぞれの測定値の一番右の数字を、四捨五入して得られた値と考えます。

(2) (整数部分が1桁の小数) × (10の累乗)

の形で表します。有効数字の桁数と累乗の指数をまちがえないように注意します。

3 (1) $\sqrt{3}$ を分母、分子にかけます。

$\frac{15}{\sqrt{3}} = \frac{15 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

$= \frac{15\sqrt{3}}{3}$

$= 5\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{2}$ を分母, 分子にかけます。

$$\begin{aligned} \frac{8}{4\sqrt{2}} &= \frac{8 \times \sqrt{2}}{4\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{8\sqrt{2}}{8} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

(3) $\sqrt{\quad}$ の中を, なるべく小さな自然数に変形してから, $\sqrt{6}$ を分母, 分子にかけて有理化します。

$$\begin{aligned} \frac{24}{\sqrt{54}} &= \frac{24}{3\sqrt{6}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{8 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} \\ &= \frac{8 \times \sqrt{6}}{6} \\ &= \frac{4\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

④ $\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にしたり, 分母を有理化したりしてから計算します。

(1) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3} = 2 \times 1.732 = 3.464$

(2) $\sqrt{108} = 6\sqrt{3} = 6 \times 1.732 = 10.392$

(3)
$$\begin{aligned} \frac{3}{4\sqrt{3}} &= \frac{3 \times \sqrt{3}}{4\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{12} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \\ &= 1.732 \div 4 \\ &= 0.433 \end{aligned}$$

⑤ (1)
$$\begin{aligned} -\sqrt{12} \times \sqrt{50} &= -2\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} \\ &= -2 \times 5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \\ &= -10\sqrt{6} \end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned} (-\sqrt{32}) \times (-\sqrt{72}) &= (-4\sqrt{2}) \times (-6\sqrt{2}) \\ &= 4 \times 6 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \\ &= 48 \end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned} (-3\sqrt{40}) \div \sqrt{5} &= -\frac{3\sqrt{40}}{\sqrt{5}} \\ &= -3 \times \sqrt{\frac{40}{5}} \\ &= -3 \times \sqrt{8} \\ &= -3 \times 2\sqrt{2} \\ &= -6\sqrt{2} \end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned} \sqrt{18} \div (-\sqrt{28}) \times \sqrt{42} &= -\frac{\sqrt{18} \times \sqrt{42}}{\sqrt{28}} \\ &= -\frac{\sqrt{18 \times 42}}{\sqrt{28}} \\ &= -\sqrt{\frac{18 \times 42}{28}} \\ &= -\sqrt{27} \\ &= -3\sqrt{3} \end{aligned}$$

(5)
$$\begin{aligned} \sqrt{108} - \sqrt{27} - \sqrt{48} &= 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3} \end{aligned}$$

(6)
$$\begin{aligned} \sqrt{125} - \frac{10}{\sqrt{5}} &= 5\sqrt{5} - \frac{10\sqrt{5}}{5} \\ &= 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

(7)
$$\begin{aligned} \sqrt{2}(\sqrt{8} - \sqrt{6}) &= \sqrt{16} - \sqrt{12} \\ &= 4 - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

(8)
$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 &= (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} + (\sqrt{6})^2 \\ &= 3 + 2\sqrt{18} + 6 \\ &= 9 + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

(9)
$$\begin{aligned} (7\sqrt{2} + 9)(\sqrt{98} - 9) &= (7\sqrt{2} + 9)(7\sqrt{2} - 9) \\ &= (7\sqrt{2})^2 - 9^2 \\ &= 98 - 81 \\ &= 17 \end{aligned}$$

⑥ (1) $x^2 + 2x - 1 = x^2 + 2x + 1 - 2 = (x+1)^2 - 2$
この式に $x = \sqrt{3} - 1$ を代入すると,
$$\begin{aligned} (x+1)^2 - 2 &= \{(\sqrt{3} - 1) + 1\}^2 - 2 \\ &= (\sqrt{3})^2 - 2 \\ &= 3 - 2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

(2) $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$
この式に $x = \sqrt{6} + 1$, $y = \sqrt{6} - 1$ を代入すると,
$$\begin{aligned} (x+y)(x-y) &= \{(\sqrt{6} + 1) + (\sqrt{6} - 1)\} \{(\sqrt{6} + 1) - (\sqrt{6} - 1)\} \\ &= 2\sqrt{6} \times 2 \\ &= 4\sqrt{6} \end{aligned}$$

⑦ 底面の1辺の長さを a cm とすると, 体積が 720cm^3 だから,
$$\begin{aligned} a \times a \times 10 &= 720 \\ a^2 &= 72 \\ a &= \pm 6\sqrt{2} \\ a > 0 \text{ より, } a &= 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

3章 2次方程式

1節 2次方程式

p.19-21

Step 2

① ㉠, ㉡, ㉢

解き方 すべての項を左辺に移項して簡単にしたとき、左辺が x の2次式になる方程式を、 x についての2次方程式といいます。

㉠ $x^2 - 5x + 6 = 0$

㉡ $x^2 - 2x - x^2 - 8 = 0$
 $-2x - 8 = 0$

㉢ $x^2 - 3x - 4 = 0$

㉣ $x^3 - 2x = 0$

② ㉣

解き方 それぞれの方程式の左辺に $x = -2$ を代入すると、

㉠ (左辺) $= (-2)^2 + 7 \times (-2) + 10 = 0$

㉡ (左辺) $= (-2)^2 - 7 \times (-2) + 10 = 28$

㉢ (左辺) $= (-2)^2 + 3 \times (-2) - 10 = -12$

㉣ (左辺) $= (-2)^2 - 3 \times (-2) - 10 = 0$

それぞれの方程式の左辺に $x = 5$ を代入すると、

㉠ (左辺) $= 5^2 + 7 \times 5 + 10 = 70$

㉡ (左辺) $= 5^2 - 7 \times 5 + 10 = 0$

㉢ (左辺) $= 5^2 + 3 \times 5 - 10 = 30$

㉣ (左辺) $= 5^2 - 3 \times 5 - 10 = 0$

どちらも方程式が成り立つのは㉣

③ (1) $x = 3, x = -6$ (2) $x = -1, x = -\frac{2}{3}$

(3) $x = 3, x = 6$ (4) $x = -5, x = 1$

(5) $x = -6, x = -8$ (6) $x = -4, x = 7$

(7) $x = 2$ (8) $x = -8$

(9) $x = 0, x = 4$ (10) $x = 0, x = -\frac{5}{2}$

(11) $x = 5, x = -5$ (12) $x = -3, x = 3$

解き方 「2つの数や式を A, B とするとき、 $AB = 0$ ならば、 $A = 0$ または $B = 0$ 」の考え方を使います。

(1) $(x-3)(x+6) = 0$

$x-3 = 0$ または $x+6 = 0$

だから、 $x = 3, x = -6$

(2) $(x+1)(3x+2) = 0$

$x+1 = 0$ または $3x+2 = 0$

だから、 $x = -1, x = -\frac{2}{3}$

(3) $x^2 - 9x + 18 = 0$

$(x-3)(x-6) = 0$

$x = 3, x = 6$

(4) $x^2 + 4x - 5 = 0$

$(x+5)(x-1) = 0$

$x = -5, x = 1$

(5) $x^2 + 14x + 48 = 0$

$(x+6)(x+8) = 0$

$x = -6, x = -8$

(6) $x^2 - 3x - 28 = 0$

$(x+4)(x-7) = 0$

$x = -4, x = 7$

(7) $x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$

$x = 2$

(8) $x^2 + 16x + 64 = 0$

$(x+8)^2 = 0$

$x = -8$

(9) $x^2 = 4x$

$x(x-4) = 0$

$x = 0, x = 4$

(10) $2x^2 + 5x = 0$

$x(2x+5) = 0$

$x = 0, x = -\frac{5}{2}$

(11) $x^2 - 25 = 0$

$(x+5)(x-5) = 0$

$x = 5, x = -5$

(12) $-x^2 + 9 = 0$

$(3+x)(3-x) = 0$

$x = -3, x = 3$

④ (1) $x = -5, x = 2$

(2) $x = 3$

(3) $x = 4, x = 6$

(4) $x = -1, x = -3$

(5) $x = -2, x = 9$

(6) $x = 1, x = 2$

(7) $x = -2$

(8) $x = 3, x = 12$

解き方 (1) $4x^2+12x-40=0$

両辺を4でわると, $x^2+3x-10=0$

$$(x+5)(x-2)=0$$

$$x=-5, x=2$$

(2) $18x=3x^2+27$

移項すると, $-3x^2+18x-27=0$

両辺を-3でわると, $x^2-6x+9=0$

$$(x-3)^2=0$$

$$x=3$$

(3) $5x^2=50x-120$

移項すると, $5x^2-50x+120=0$

両辺を5でわると, $x^2-10x+24=0$

$$(x-4)(x-6)=0$$

$$x=4, x=6$$

(4) $2x^2+4x+7=1-4x$

移項して整理すると, $2x^2+8x+6=0$

両辺を2でわると, $x^2+4x+3=0$

$$(x+1)(x+3)=0$$

$$x=-1, x=-3$$

(5) $x(x-7)=18$

左辺を展開すると, $x^2-7x=18$

移項すると, $x^2-7x-18=0$

$$(x+2)(x-9)=0$$

$$x=-2, x=9$$

(6) $(x+3)(x-6)=-20$

左辺を展開すると, $x^2-3x-18=-20$

移項すると, $x^2-3x+2=0$

$$(x-1)(x-2)=0$$

$$x=1, x=2$$

(7) $(x+3)^2=2x+5$

左辺を展開すると, $x^2+6x+9=2x+5$

移項すると, $x^2+4x+4=0$

$$(x+2)^2=0$$

$$x=-2$$

(8) $(x+6)^2=9(x-6)^2$

両辺を展開すると,

$$x^2+12x+36=9x^2-108x+324$$

$$-8x^2+120x-288=0$$

両辺を-8でわると, $x^2-15x+36=0$

$$(x-3)(x-12)=0$$

$$x=3, x=12$$

⑤ (1) $x=\pm\sqrt{6}$ (2) $x=\pm 4$

(3) $x=\pm 2\sqrt{3}$ (4) $x=\pm \frac{3}{4}$

(5) $x=-2\pm\sqrt{5}$ (6) $x=1\pm 3\sqrt{2}$

(7) $x=9, x=1$ (8) $x=\frac{1}{2}, x=-\frac{5}{2}$

解き方 (1) $x^2-6=0$

$$x^2=6$$

$$x=\pm\sqrt{6}$$

(2) $5x^2-80=0$ -80を移項して, 両辺を5でわると,

$$x^2=16$$

$$x=\pm 4$$

(3) $3x^2-36=0$ -36を移項して, 両辺を3でわると,

$$x^2=12$$

$$x=\pm 2\sqrt{3}$$

(4) $16x^2-9=0$ -9を移項して, 両辺を16でわると,

$$x^2=\frac{9}{16}$$

$$x=\pm \frac{3}{4}$$

(5) $(x+2)^2=5$

$$x+2=\pm\sqrt{5}$$

$$x=-2\pm\sqrt{5}$$

(6) $(x-1)^2=18$

$$x-1=\pm\sqrt{18}$$

$$x=1\pm 3\sqrt{2}$$

(7) $(x-5)^2=16$

$$x-5=\pm 4$$

$$x=5+4=9, x=5-4=1$$

(8) $4(x+1)^2=9$ 両辺を4でわると,

$$(x+1)^2=\frac{9}{4}$$

$$x+1=\pm \frac{3}{2}$$

$$x=-1+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}, x=-1-\frac{3}{2}=-\frac{5}{2}$$

⑥ (1) $x=-2\pm\sqrt{3}$ (2) $x=3\pm 2\sqrt{3}$

解き方 (1) $x^2+4x=-1$

両辺に $(\frac{4}{2})^2=2^2$ を加えると,

$$x^2+4x+2^2=-1+2^2$$

$$(x+2)^2=3$$

$$x+2=\pm\sqrt{3}$$

$$x=-2\pm\sqrt{3}$$

(2) $x^2 - 6x = 3$

両辺に $\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3^2$ を加えると、

$$x^2 - 6x + 3^2 = 3 + 3^2$$

$$(x-3)^2 = 12$$

$$x-3 = \pm\sqrt{12}$$

$$x = 3 \pm 2\sqrt{3}$$

- | | | | | | |
|-----|----|---|----|---|----|
| 7 ア | 2 | イ | 5 | ウ | 1 |
| エ | -5 | オ | 5 | カ | 2 |
| キ | 1 | ク | 2 | ケ | -5 |
| コ | 25 | サ | 8 | シ | 4 |
| ス | -5 | セ | 17 | ソ | 4 |

解き方 解の公式に代入する a, b, c の値を確認します。解の公式を正確に覚えて使いこなせるようにしておきましょう。

- 8 (1) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ (2) $x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$
 (3) $x = \frac{2 \pm \sqrt{6}}{2}$ (4) $x = \frac{3}{2}, x = -\frac{1}{3}$
 (5) $x = -2 \pm 2\sqrt{3}$ (6) $x = \frac{3}{2}, x = 1$
 (7) $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (8) $x = \frac{5}{2}, x = -1$

解き方 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- (1) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1}$
 $= \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$
 (2) $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$
 $= \frac{2 \pm \sqrt{28}}{6}$
 $= \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{6}$
 $= \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$
 (3) $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$
 $= \frac{4 \pm \sqrt{24}}{4}$
 $= \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{4}$
 $= \frac{2 \pm \sqrt{6}}{2}$

(4) $x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 6 \times (-3)}}{2 \times 6}$
 $= \frac{7 \pm \sqrt{121}}{12} = \frac{7 \pm 11}{12}$

$x = \frac{7+11}{12}$ または $x = \frac{7-11}{12}$

よって、 $x = \frac{3}{2}, x = -\frac{1}{3}$

(5) $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2 \times 1}$
 $= \frac{-4 \pm \sqrt{48}}{2} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{3}}{2}$
 $= -2 \pm 2\sqrt{3}$

(6) $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2}$
 $= \frac{5 \pm 1}{4}$

$x = \frac{5+1}{4}$ または $x = \frac{5-1}{4}$

よって、 $x = \frac{3}{2}, x = 1$

(7) $x^2 - 1 = x$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

(8) $2x^2 - 3x - 2 = 3$

$$2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-5)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{3 \pm 7}{4}$$

$x = \frac{3+7}{4}$ または $x = \frac{3-7}{4}$

よって、 $x = \frac{5}{2}, x = -1$

9 (1) $x = 4, x = -10$ (2) $x = \frac{1}{3}$

解き方 (1) $(x+3)^2 - 49 = 0$ -49 を移項すると、

$$(x+3)^2 = 49$$

$$x+3 = \pm 7$$

$$x = -3+7=4, x = -3-7=-10$$

(2) $18x^2 = 12x - 2$

$$18x^2 - 12x + 2 = 0$$

両辺を 2 でわると、

$$9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$(3x-1)^2 = 0$$

$$x = \frac{1}{3}$$

2節 2次方程式の利用

p.23

Step 2

① 3, 4, 5

解き方 連続する3つの自然数は、 x , $x+1$, $x+2$ と表せるから、

$$x^2 = (x+1) + (x+2)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$x = -1, x = 3$$

x は自然数なので、 -1 は問題の答えとすることはできない。

$x=3$ のとき、残りの自然数は4と5で、3, 4, 5は問題の答えとしてよい。

別解 連続する3つの自然数を、 $x-1$, x , $x+1$ としても求められる。

$$(x-1)^2 = x + (x+1)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x = 0, 4$$

x は自然数なので、 0 は問題の答えとすることはできない。

$x=4$ のとき、連続する3つの数は3, 4, 5で、問題の答えとしてよい。

② 15, 17

解き方 連続する2つの正の奇数は、 n を整数として、 $2n-1$, $2n+1$ と表せるから、

$$(2n+1)(2n-1) = 255$$

$$4n^2 - 1 = 255$$

$$4n^2 = 256$$

$$n^2 = 64$$

$$n = \pm 8$$

$n=-8$ のとき、連続する2つの奇数は -15 と -17 で、負の数となり、問題の答えとすることはできない。

$n=8$ のとき、連続する2つの奇数は15と17で、問題の答えとしてよい。

③ 4秒後, 8秒後

解き方 x 秒後のPCとCQの長さは、
PC = $24 - 2x$ (cm), CQ = x cm と表せるから、

$$\begin{aligned} \Delta PCQ &= \frac{1}{2} \times PC \times CQ \\ &= \frac{1}{2} \times (24 - 2x) \times x \\ &= x(12 - x) \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

ΔPCQ の面積が 32cm^2 となるのは、

$$x(12 - x) = 32$$

$$12x - x^2 - 32 = 0$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$(x-4)(x-8) = 0$$

$$x = 4, 8$$

x の変域は $0 < x < 12$ なので、2つの解は、どちらも問題の答えとしてよい。

④ (1) $(30-2x)(36-2x)=720$ (2) 3m

解き方 (1) 花壇の縦の長さは $(30-2x)$ m、横の長さは $(36-2x)$ mと表せるから、

$$(30-2x)(36-2x) = 720$$

(2) $(30-2x)(36-2x) = 720$

$$1080 - 132x + 4x^2 = 720$$

$$4x^2 - 132x + 360 = 0$$

$$x^2 - 33x + 90 = 0$$

$$(x-3)(x-30) = 0$$

$$x = 3, x = 30$$

$x=3$ のとき、花壇の縦の長さは24m、横の長さは30mで、問題の答えとしてよい。

$x=30$ のとき、花壇はできないので、問題の答えとすることはできない。

p.24-25

Step 3

① ㉞

② (1) $x = -1$, $x = -7$ (2) $x = -8$, $x = 3$

(3) $x = -6$ (4) $x = -4$, $x = 5$ (5) $x = 10$

(6) $x = 7$, $x = 9$ (7) $x = \pm 2\sqrt{6}$ (8) $x = \pm \frac{2}{9}$

(9) $x = -4 \pm 2\sqrt{5}$ (10) $x = 10$, $x = -4$

(11) $x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$ (12) $x = -2$, $x = \frac{4}{3}$

③ (1) $x = -2$, $x = 6$ (2) $x = -3$, $x = 2$

(3) $x = -1$ (4) $x = -1$, $x = 8$

(5) $x = -2 \pm \sqrt{10}$ (6) $x = -\frac{1}{4}$, $x = 2$

④ (1) $a = -32$ (2) $x = -8$

⑤ (1) 8, 12 (2) 2, 3, 4

⑥ 10 cm

解き方

① それぞれの式の x に -2 , 1 を代入し、左辺と右辺が等しくなるか調べます。

② (2) $(x+8)(x-3)=0$ より, $x = -8$, $x = 3$

(5) $x^2 - 20x + 100 = 0$

$(x-10)^2 = 0$ より, $x = 10$

(6) $x^2 - 16x + 63 = 0$

$(x-7)(x-9) = 0$ より, $x = 7$, $x = 9$

(8) $81x^2 = 4$

$x^2 = \frac{4}{81}$ より, $x = \pm \frac{2}{9}$

(9) $(x+4)^2 = 20$

$x+4 = \pm \sqrt{20}$ よって, $x = -4 \pm 2\sqrt{5}$

(10) $(x-3)^2 = 49$

$x-3 = \pm 7$ よって, $x = 10$, $x = -4$

(12) $(x+2)(3x-4) = 0$ より, $x = -2$, $x = \frac{4}{3}$

③ (1) 移項して整理し、両辺を 4 でわると、

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x+2)(x-6) = 0$ より, $x = -2$, $x = 6$

(4) 展開して整理すると, $x^2 - 7x - 8 = 0$

$(x+1)(x-8) = 0$ より, $x = -1$, $x = 8$

(5) 展開して整理すると, $x^2 + 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{2} = -2 \pm \sqrt{10}$$

④ (1) $x^2 + 4x + a = 0$ に $x = 4$ を代入すると、

$4^2 + 4 \times 4 + a = 0$

$16 + 16 + a = 0$

$a = -32$

(2) $x^2 + 4x + a = 0$ に $a = -32$ を代入すると、

$x^2 + 4x - 32 = 0$

$(x-4)(x+8) = 0$,

$x = 4$, $x = -8$

よって、ほかの解は、 $x = -8$ ⑤ (1) 一方の自然数を x とすると、もう一方の自然数は $20 - x$ と表せるから、

$x(20-x) = 96$

$20x - x^2 = 96$

$x^2 - 20x + 96 = 0$

$(x-8)(x-12) = 0$

$x = 8$, $x = 12$

 $x = 8$ のとき、もう一方の自然数は 12 で、問題の答えとしてよい。 $x = 12$ のとき、もう一方の自然

数は 8 で、問題の答えとしてよい。

(2) 連続する 3 つの自然数を x , $x+1$, $x+2$ とす

ると、

$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 6(x+2) + 5$

$x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 6x + 12 + 5$

$3x^2 = 12$

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$

 x は自然数なので、 -2 は問題の答えとすることはできない。 $x = 2$ のとき、残りの自然数は 3 と 4

で、2, 3, 4 は問題の答えとしてよい。

⑥ もとの長方形の紙の縦の長さを x cm とすると、横の長さは $(x+5)$ cm と表せるから、

$(x-3 \times 2)\{(x+5) - 3 \times 2\} \times 3 = 108$

$(x-6)(x-1) = 36$

$x^2 - 7x + 6 = 36$

$x^2 - 7x - 30 = 0$

$(x+3)(x-10) = 0$

$x = -3$, $x = 10$

縦の長さは 6 cm より長くなければならないので、

 $x = -3$ は問題の答えとすることはできない。 $x = 10$ のとき、縦の長さは 10 cm、横の長さは

15 cm で、問題の答えとしてよい。

4章 関数

1節 関数 $y=ax^2$

p.27

Step 2

$$\textcircled{1} (1) y=6x^2 \quad (2) y=\frac{1}{16}x^2$$

解き方 (1) 立方体は6つの正方形の面できているので、立方体の表面積は、 $y=x^2 \times 6=6x^2$

(2) 正方形の1辺の長さは $\frac{x}{4}$ cm だから、面積は、

$$\frac{x}{4} \times \frac{x}{4} = \frac{1}{16}x^2$$

$$\textcircled{2} (1) 3 \quad (2) -5$$

解き方 (1) x の増加量は、 $5-1=4$

$$y \text{ の増加量は、} \frac{1}{2} \times 5^2 - \frac{1}{2} \times 1^2 = 12$$

$$\text{よって、変化の割合は、} \frac{12}{4} = 3$$

または、次のように1つの式に表して計算してもよいです。

$$\begin{aligned} (\text{変化の割合}) &= \frac{\left(\frac{1}{2} \times 5^2\right) - \left(\frac{1}{2} \times 1^2\right)}{5-1} \\ &= \frac{12}{4} \\ &= 3 \end{aligned}$$

(2) x の増加量は、 $-2-(-8)=6$

$$y \text{ の増加量は、} \frac{1}{2} \times (-2)^2 - \frac{1}{2} \times (-8)^2 = -30$$

$$\text{よって、変化の割合は、} \frac{-30}{6} = -5$$

$$\textcircled{3} (1) y=2x^2 \quad (2) y=-\frac{1}{3}x^2$$

解き方 (1) y は x の2乗に比例するから、比例定数を a とすると、 $y=ax^2$ と表される。

$y=ax^2$ に $x=-3$ 、 $y=18$ を代入すると、

$$18=a \times (-3)^2$$

$$a=2$$

だから、 $y=2x^2$

(2) $y=ax^2$ に $x=6$ 、 $y=-12$ を代入すると、
 $-12=a \times 6^2$

$$a=-\frac{1}{3}$$

だから、 $y=-\frac{1}{3}x^2$

$$\textcircled{4} (1) y=\frac{2}{3}x^2 \quad (2) y=-3x^2$$

$$(3) y=-\frac{1}{4}x^2$$

解き方 頂点が原点である放物線の式は $y=ax^2$ で表されるから、 a の値を求めれば式を求めることができます。グラフ上で、 x と y の値が整数になる点を読み取り、 $y=ax^2$ に x と y の値を代入して a の値を求めます。

(1) グラフは点 (3, 6) を通るから、式 $y=ax^2$ に $x=3$ 、 $y=6$ を代入すると、

$$6=a \times 3^2$$

$$a=\frac{2}{3}$$

だから、 $y=\frac{2}{3}x^2$

(2) グラフは点 (1, -3) を通るから、式 $y=ax^2$ に $x=1$ 、 $y=-3$ を代入すると、

$$-3=a \times 1^2$$

$$a=-3$$

だから、 $y=-3x^2$

(3) グラフは点 (2, -1) を通るから、式 $y=ax^2$ に $x=2$ 、 $y=-1$ を代入すると、

$$-1=a \times 2^2$$

$$a=-\frac{1}{4}$$

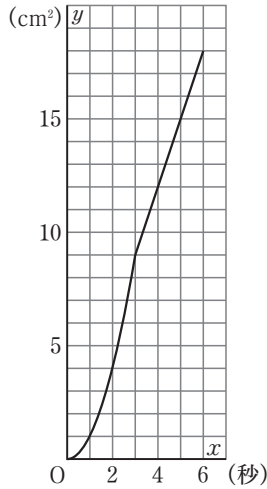
だから、 $y=-\frac{1}{4}x^2$

2 節 関数の利用

p.29

Step 2

- ① (1) $y=x^2$
- (2) $y=3x$
- (3) 右の図
- (4) 5 秒後



解き方 P は 6 秒後に B に到着します。Q は 3 秒後に D に到着し、6 秒後に C に到着します。

(1) $0 \leq x \leq 3$ のとき、

P は辺 AB 上、Q は辺 AD 上にあります。

$\triangle APQ$ で、

底辺は AP で、 x cm

高さは AQ で、 $2x$ cm

だから、 $\triangle APQ$ の面積は、

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 2x$$

よって、 $y=x^2$

(2) $3 \leq x \leq 6$ のとき、

P は辺 AB 上、Q は辺 DC 上にあります。

$\triangle APQ$ で、

底辺は AP で、 x cm

高さは点 Q の位置に関係なく、

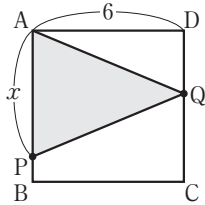
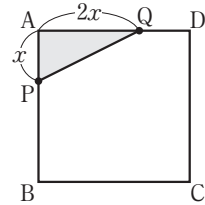
一定になり $AD=6$ cm

だから、 $\triangle APQ$ の面積は、

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 6$$

よって、 $y=3x$

(3) (1) より、 $0 \leq x \leq 3$ のとき、グラフは放物線 $y=x^2$ になり、(2) より、 $3 \leq x \leq 6$ のとき、グラフは直線 $y=3x$ になります。



(4) (3) のグラフから、 $y=15$ になるのは、 $3 \leq x \leq 6$ のときです。

よって、 $y=3x$ に $y=15$ を代入すると、

$$15=3x$$

$$x=5$$

したがって、 $\triangle APQ$ の面積が 15cm^2 になるのは 5 秒後です。

別解 (3) のグラフから、 $y=15$ になるのは、 $x=5$ と求めてもよいです。

② (1) y は x の関数であるといえる。

x は y の関数であるといえない。

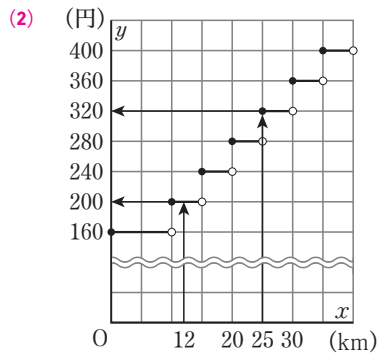
(2) ① 200 円

② 320 円

(3) 30 km 以上 35 km 未満

解き方 (1) ともなって変わる 2 つの数量 x, y があって x の値を決めると、それともなって y の値がただ 1 つに決まるとき、 y は x の関数であるといえます。乗車距離 x を決めると、運賃 y が 1 つに決まるので、 y は x の関数であるといえます。

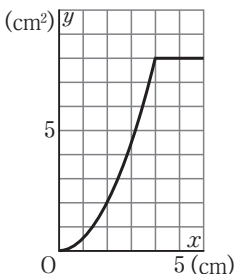
例えば、運賃を 160 円に決めても、この運賃に対応する乗車距離はいくつもあります。このように、運賃 y を決めても、乗車距離 x が 1 つに決まらないので、 x は y の関数であるといえません。



「●」はその点をふくむことを、「○」はその点をふくまないことを表しているの、乗車距離が 25 km のときの運賃は 320 円です。280 円としないように注意しましょう。

p.30-31 Step 3

- ① (1) $a = -\frac{1}{8}$ (2) $y = -2$ (3) $-\frac{3}{2}$
 (4) $-8 \leq y \leq 0$
- ② (1) ア (2) オ (3) ㊦
- ③ (1) ア, ㊦ (2) イ, ㊦ (3) ア, ウ, オ (4) ウ
- ④ (1) 20 m (2) 4 秒
 (3) 秒速 40 m
- ⑤ (1) $y = \frac{1}{2}x^2$
 (2) $x = 2\sqrt{2}$
 (3) $y = 8$
 (4) 右の図



解き方

- ① (1) $y = ax^2$ に $x = 2$, $y = -\frac{1}{2}$ を代入すると,

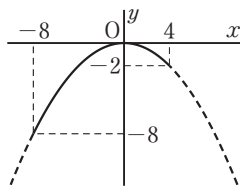
$$-\frac{1}{2} = a \times 2^2$$

$$a = -\frac{1}{8}$$
- (2) $y = -\frac{1}{8}x^2$ に $x = -4$ を代入すると,

$$y = -\frac{1}{8} \times (-4)^2 = -2$$
- (3) (変化の割合) $= \frac{(-\frac{1}{8} \times 8^2) - (-\frac{1}{8} \times 4^2)}{8 - 4}$

$$= \frac{-6}{4}$$

$$= -\frac{3}{2}$$
- (4) 関数 $y = -\frac{1}{8}x^2$ で,
 x の変域が $-8 \leq x \leq 4$
 のとき, グラフは右の図
 の実線部分になります。
 $x = 0$ のとき, y は最大値 0
 $x = -8$ のとき, y は最小値 -8
 したがって, y の変域は, $-8 \leq y \leq 0$
- ② (1) $x = 1$ のとき $y = 1$ だから, $y = ax^2$ に代入して,
 $1 = a \times 1^2$, $a = 1$ より $y = x^2$ だから ア。
- (2) $x = 3$ のとき $y = 3$ だから, $y = ax^2$ に代入して,
 $3 = a \times 3^2$, $a = \frac{1}{3}$ より $y = \frac{1}{3}x^2$ だから オ。
- (3) $x = 2$ のとき $y = -2$ だから, $y = ax^2$ に代入して,
 $-2 = a \times 2^2$, $a = -\frac{1}{2}$ より $y = -\frac{1}{2}x^2$ だから ㊦。



- ③ (1) それぞれの関数の式に $x = -4$, $y = 8$ を代入して, 方程式が成り立つものなので, ア, オです。
- (2) 関数 $y = ax^2$ のグラフは, $a > 0$ のとき, 上に開くので, イ, オです。
- (3) $y = ax^2$ で, $x > 0$ の範囲で, x の値が増加すると y の値が減少するのは $a < 0$ のときです。よって, ウ, オです。また, アも右下がりの直線です。
- (4) 関数 $y = ax^2$ と $y = -ax^2$ のグラフは, x 軸について対称です。よって, $y = 2x^2$ と x 軸について対称になるのは, オです。
- ④ (1) 物体を落としてから 2 秒後なので, $y = 5x^2$ に $x = 2$ を代入して, $y = 5 \times 2^2 = 20$ (m)
- (2) 80 m の高さから落とすので, $y = 80$ を代入して,
 $80 = 5x^2$, $x^2 = 16$
 よって, $x = \pm 4$
 $x > 0$ より, $x = 4$ (秒)
- (3) $x = 3$ のとき $y = 45$, $x = 5$ のとき $y = 125$
 よって, 2 秒間で 80 m 落下しているのだから, 平均の速さは $80 \div 2 = 40$ となり, 秒速 40 m となります。
- ⑤ (1) 重なった部分の図形は,
 直角をはさむ 2 辺が x cm
 の直角二等辺三角形になる
 から,

$$y = \frac{1}{2}x^2$$
- (2) $\triangle ABC$ の面積の半分は,

$$\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4\right) \times \frac{1}{2} = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$$
 だから,

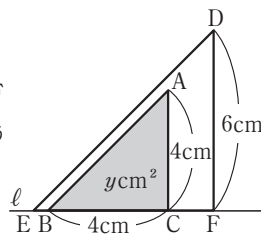
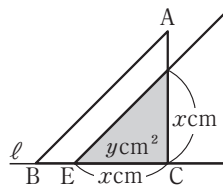
$$\frac{1}{2}x^2 = 4$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

 $x > 0$ だから, $x = 2\sqrt{2}$
- (3) $4 \leq x \leq 6$ のとき,
 $\triangle ABC$ はすべて $\triangle DEF$
 の中にふくまれてしまう
 から,

$$y = \triangle ABC = 8$$
- (4) $0 \leq x \leq 4$ のとき, $y = \frac{1}{2}x^2$
 $4 \leq x \leq 6$ のとき, $y = 8$
 のグラフをかきます。



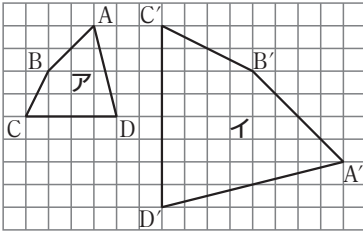
5章 相似と比

1節 相似な図形

p.33-34

Step 2

① (1)



(2) $\frac{1}{2}$ 倍に縮小

解き方 (1) 相似な図形では、対応する角はそれぞれ等しいことから、頂点を決めます。

② 相似比 2 : 3, $x = 25$, $y = 6$

解き方 相似比は、 $AB : DE = 8 : 12 = 2 : 3$

相似な図形の対応する角は等しいから、

$$\angle C = \angle F = 125^\circ$$

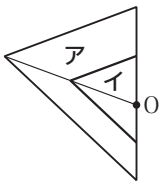
$$\text{よって、} x^\circ = 180^\circ - (30^\circ + 125^\circ) = 25^\circ$$

$$4 : y = 2 : 3$$

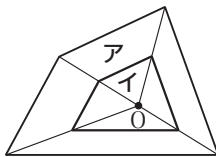
$$2y = 12$$

$$y = 6$$

③ (1)



(2)



解き方 (1) 図形アの頂点を A, B, C とすると、点 O と $\triangle ABC$ の各頂点を通る直線 OA, OB, OC 上に、 $OA : OA' = OB : OB' = OC : OC' = 2 : 1$ となるような 3 点 A', B', C' をとって $\triangle A'B'C'$ をかきます。

④ $OB : OE = 3 : 5$ $OC : CF = 3 : 8$

解き方 相似の位置にある 2 つの図形では、相似の中心から対応する点までの距離の比はすべて等しいから、 $OB : OE = OA : OD = 3 : 5$

また、 $OC : OF = 3 : 5$ だから、

$$OC : CF = OC : (OC + OF) = 3 : (3 + 5) = 3 : 8$$

- ⑤ **アとク**, 相似条件 2 組の角がそれぞれ等しい。
イとキ, 相似条件 3 組の辺の比がすべて等しい。
ウとカ, 相似条件 2 組の辺の比が等しく、その間の角が等しい。

解き方 クの三角形の残りの角の大きさは、 $180^\circ - (85^\circ + 45^\circ) = 50^\circ$ だから、アとクは 2 組の角がそれぞれ等しいです。

イとキの 3 組の辺の比は、すべて 2 : 1 で等しくなります。

ウとカの 50° の角をはさむ 2 組の辺の比は、2 : 3 で等しくなります。

⑥ (1) (例) $\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ で、

仮定から、

$$\angle BAC = \angle ADC (= 90^\circ) \dots\dots ①$$

共通な角だから、

$$\angle ACB = \angle DCA \dots\dots ②$$

①, ② から、2 組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABC \sim \triangle DAC$$

(2) AC 20 cm, BD 9 cm

解き方 (2) $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ だから、

$$AC : DC = AB : DA$$

$$AC : 16 = 15 : 12$$

$$AC \times 12 = 16 \times 15$$

$$AC = \frac{16 \times 15}{12} = 20(\text{cm})$$

$$AC : DC = BC : AC$$

$$20 : 16 = BC : 20$$

$$20 \times 20 = 16 \times BC$$

$$BC = \frac{20 \times 20}{16} = 25(\text{cm})$$

$$\text{よって、} BD = 25 - 16 = 9(\text{cm})$$

⑦ (例) $\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において、

$$AB : AE = 20 : 10 = 2 : 1 \dots\dots ①$$

$$AC : AD = 16 : 8 = 2 : 1 \dots\dots ②$$

$\angle A$ は共通 $\dots\dots ③$

①, ②, ③ より、2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABC \sim \triangle AED$

解き方 相似な三角形を取り出し、向きをそろえます。1 つの角が共通であることから、その角をはさむ辺について比をとることを考えます。

2節 図形と比

p.36-37

Step 2

$$\textcircled{1} (1) x = \frac{7}{3}, y = 6 \quad (2) x = 6, y = 16$$

解き方 (1) AD : AB = DE : BC だから、

$$x : 7 = 3 : 9$$

$$\text{よって、} x = \frac{7 \times 3}{9} = \frac{7}{3}$$

また、AD : DB = AE : EC だから、

$$\frac{7}{3} : \left(7 - \frac{7}{3}\right) = 3 : y$$

$$1 : 2 = 3 : y$$

よって、 $y = 6$

(2) AD : AB = AE : AC だから、

$$9 : 12 = x : 8$$

$$\text{よって、} x = \frac{9 \times 8}{12} = 6$$

AD : AB = DE : BC だから、

$$9 : 12 = 12 : y$$

$$\text{よって、} y = \frac{12 \times 12}{9} = 16$$

$\textcircled{2}$ 12cm

解き方 AD // BC だから、

$$AO : OC = AD : BC = 10 : 15 = 2 : 3$$

EO // BC だから、

$$EO : BC = 2 : (2+3)$$

$$EO : 15 = 2 : 5$$

$$\text{よって、} EO = \frac{15 \times 2}{5} = 6(\text{cm})$$

AD // OF だから、

$$OF : AD = 3 : (2+3)$$

$$OF : 10 = 3 : 5$$

$$OF = \frac{10 \times 3}{5} = 6(\text{cm})$$

よって、 $EF = 6 + 6 = 12(\text{cm})$

$\textcircled{3}$ DF と BC

理由 AD : DB = 9 : 21 = 3 : 7

$$AF : FC = 7.5 : 17.5 = 3 : 7$$

よって、三角形と比の定理の逆より、DF // BC

解き方 平行になる可能性のある2本の直線について、三角形と比の定理の逆が成り立つかを調べます。

$$\textcircled{4} (1) x = \frac{28}{5}, y = 10 \quad (2) x = \frac{15}{2}, y = \frac{25}{2}$$

解き方 (1) $4 : x = 5 : 7$ これを解くと、 $x = \frac{28}{5}$

また、 $x : 8 = 7 : y$

$$\frac{28}{5} : 8 = 7 : y \quad \text{これを解くと、} y = 10$$

(2) $x : 5 = 6 : 4$ これを解くと、 $x = \frac{15}{2}$

また、 $x : y = 6 : 10$

$$\frac{15}{2} : y = 3 : 5 \quad \text{これを解くと、} y = \frac{25}{2}$$

$\textcircled{5}$ (1) (例) $\triangle ABC$ で、P、Q はそれぞれ辺 AB、BC の中点だから、中点連結定理より、

$$PQ \parallel AC, PQ = \frac{1}{2} AC \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

同様に、 $\triangle ACD$ で、R、S はそれぞれ辺 CD、DA の中点だから、中点連結定理より、

$$SR \parallel AC, SR = \frac{1}{2} AC \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ から、 $PQ \parallel SR, PQ = SR$

したがって、1組の対辺が平行でその長さが等しいから、四角形 PQRS は平行四辺形である。

(2) $\textcircled{1}$ ひし形

$\textcircled{2}$ 長方形

解き方 (2) $\textcircled{1}$ $PQ = SR = \frac{1}{2} AC, QR = PS = \frac{1}{2} BD$ だから、 $AC = BD$ のとき、 $PQ = SR = QR = PS$

$\textcircled{2}$ $AC \perp BD$ のとき、 $PQ \perp QR$

平行四辺形で、1つの角が直角になるから、長方形。

$\textcircled{6}$ $x = 6, y = 3$

解き方 $\triangle ABC$ で、 $AM = MB, AN = NC$ より、中点連結定理から、 $MN = \frac{1}{2} BC$

$$\text{よって、} x = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$\triangle DMN$ で、 $DP = PM, DQ = QN$ より、中点連結定理から、 $PQ = \frac{1}{2} MN$

$$\text{よって、} y = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$\textcircled{7}$ (1) 5 : 3

(2) $\frac{27}{4}$ cm

解き方 (1) $BD : CD = AB : AC = 15 : 9 = 5 : 3$

(2) $DC = x$ とすると、 $BD : DC = 5 : 3$ より、

$$(18 - x) : x = 5 : 3$$

$$3(18 - x) = 5x$$

$$\text{これを解くと、} x = \frac{27}{4}(\text{cm})$$

3 節 相似な図形の面積と体積

4 節 相似な図形の利用

p.39

Step 2

① (1) 4 : 9

(2) 25 : 9

解き方 相似比が $m : n$ である 2 つの図形の面積の比は、 $m^2 : n^2$ です。

(1) 正三角形はすべて相似な図形だから、アとイの相似比は、

$$4 : 6 = 2 : 3$$

よって、面積の比は、

$$2^2 : 3^2 = 4 : 9$$

(2) 円はすべて相似な図形だから、円 O と O' の相似比は、

$$15 : 9 = 5 : 3$$

よって、面積の比は、

$$5^2 : 3^2 = 25 : 9$$

② (1) 9 : 16

(2) 27 : 64

解き方 (1) 相似比が $m : n$ である 2 つの立体の表面積の比は、 $m^2 : n^2$ です。

アとイの相似比は、

$$6 : 8 = 3 : 4$$

よって、表面積の比は、

$$3^2 : 4^2 = 9 : 16$$

(2) 相似比が $m : n$ である 2 つの立体の体積の比は、 $m^3 : n^3$ です。

アとイの体積の比は、

$$3^3 : 4^3 = 27 : 64$$

③ (1) 4 : 5

(2) 256 cm^3

解き方 (1) 表面積の比が $16 : 25$ だから、相似比は、 $\sqrt{16} : \sqrt{25} = 4 : 5$

(2) アとイの体積の比は、

$$4^3 : 5^3 = 64 : 125$$

アの体積を $x \text{ cm}^3$ とすると、

$$x : 500 = 64 : 125$$

$$125x = 32000$$

$$x = 256$$

④ 約 29 m

解き方 直接には測ることが困難な 2 地点間の距離や高さを、相似な図形の性質を使って求めることができます。

$\frac{1}{500}$ の縮図では、

$$AC = 2500 \div 500$$

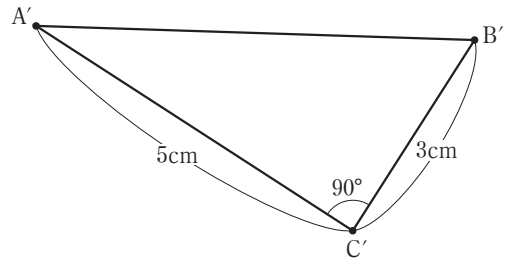
$$= 5 \text{ (cm)}$$

$$BC = 1500 \div 500$$

$$= 3 \text{ (cm)}$$

になります。

これより、 $\triangle ABC$ の $\frac{1}{500}$ の縮図 $\triangle A'B'C'$ をかくと、下のようになります。



この縮図で、 $A'B'$ の長さを測ると、約 5.8 cm だから、

実際の A, B 間の距離は、

$$5.8 \times 500 = 2900 \text{ (cm)}$$

よって、約 29 m

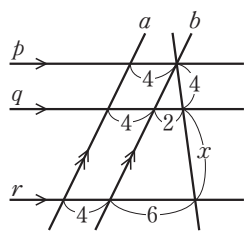
p.40-41 **Step 3**

- ① (1) $x = \frac{36}{5}$ (2) $x = 14$
- ② (1) $x = 6$ (2) $x = 21$
- ③ (1) $x = \frac{54}{5}$ (2) $x = 8$
- ④ (例) $\triangle EBF$ と $\triangle CBD$ で、
 四角形 EBCD は平行四辺形だから、
 $\angle FEB = \angle DCB$ ……①
 $EB = DC = AB - AE = 8 - 2 = 6 \text{ cm}$ だから、
 $EB : CB = 6 : 12 = 1 : 2$ ……②
 $EF \parallel BC$ だから、
 $AE : AB = EF : BC$ より、
 $2 : 8 = EF : 12$
 $24 = 8EF$
 $EF = 3 \text{ cm}$ だから、
 $EF : CD = 3 : 6 = 1 : 2$ ……③
 ①, ②, ③ から、2組の辺の比が等しく、その間の角が等しいので、
 $\triangle EBF \sim \triangle CBD$
- ⑤ (1) 12m (2) 16m
- ⑥ (1) 1 : 7 : 19 (2) $48\pi \text{ cm}^3$

解き方

- ① (1) $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ だから、
 $AB : CB = AC : CD$
 $15 : 12 = 9 : x$
 よって、 $x = \frac{12 \times 9}{15} = \frac{36}{5}$
- (2) $\triangle ABD \sim \triangle ACB$ だから、
 $AB : AC = AD : AB$
 $24 : AC = 18 : 24$
 よって、 $AC = \frac{24 \times 24}{18} = 32$
 したがって、 $x = 32 - 18 = 14$
- ② (1) $AC : FC = AB : FE = 15 : 10 = 3 : 2$
 $AF : CF = AB : CD$
 $(3+2) : 2 = 15 : x$
 $5 : 2 = 15 : x$
 よって、 $x = \frac{2 \times 15}{5} = 6$

- (2) $BD : DC = AB : AC = 16 : 12 = 4 : 3$
 $BD : 9 = 4 : 3$
 よって、 $BD = \frac{9 \times 4}{3} = 12$
 したがって、 $x = 12 + 9 = 21$
- ③ (1) $5 : 9 = 6 : x$
 よって、 $x = \frac{9 \times 6}{5} = \frac{54}{5}$
- (2) 右の図のように、
 a に平行な直線 b をひく。
 $4 : (4+x) = 2 : 6$
 $24 = 8 + 2x$
 $x = 8$



- ④ 平行四辺形の対角は等しいことから、1組の角が等しいことがわかります。辺の長さがわかっているので、等しい角をはさむ辺について比をとることを考えます。
- ⑤ (1) 木の高さを $x \text{ m}$ とすると、
 $x : 1.5 = 14.4 : 1.8$
 $1.8x = 21.6$
 $x = 12$
- (2) 木の影の長さを $y \text{ m}$ とすると、
 $12 : 1.5 = y : 2$
 $1.5y = 24$
 $y = 16$
- ⑥ (1) 立体ア、アとイを合わせた立体、アとイとウを合わせた立体は、どれも相似な円錐であり、相似比は、 $1 : 2 : 3$ だから、体積の比は、
 $1^3 : 2^3 : 3^3 = 1 : 8 : 27$
 よって、アの体積を 1 とすると、
 立体イの体積は、 $8 - 1 = 7$
 立体ウの体積は、 $27 - 8 = 19$
 したがって、立体ア、イ、ウの体積の比は、
 $1 : 7 : 19$
- (2) 立体イ、ウの体積を、それぞれ $x \text{ cm}^3$ 、 $y \text{ cm}^3$ とすると、
 $x : 108\pi = 7 : 27$
 よって、 $x = \frac{108\pi \times 7}{27} = 28\pi (\text{cm}^3)$
 $y : 108\pi = 19 : 27$
 よって、 $y = \frac{108\pi \times 19}{27} = 76\pi (\text{cm}^3)$
 したがって、その差は、 $76\pi - 28\pi = 48\pi (\text{cm}^3)$

6 章 円

1 節 円周角の定理

2 節 円の性質の利用

p.43-45

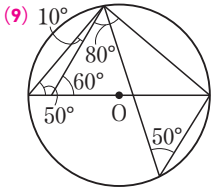
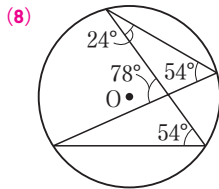
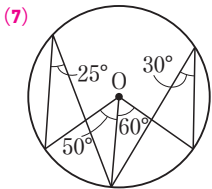
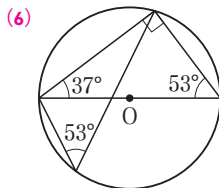
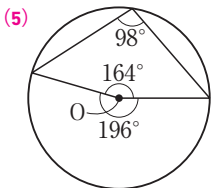
Step 2

- ① (1) 45 (2) 84 (3) 38
 (4) 68 (5) 98 (6) 53
 (7) 25 (8) 54 (9) 60

解き方 (2) 1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分だから、
 $x = 42 \times 2 = 84$

(3) 半円の弧に対する円周角は直角です。また、三角形の内角の和は 180° だから、
 $x = 180 - (90 + 52) = 38$

(4) 1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分だから、
 $x = \frac{1}{2} \times 136 = 68$



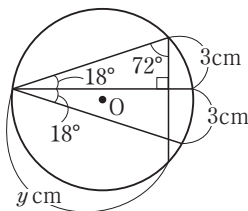
- ② (1) $x = 3$ $y = 12$ (2) $x = 18$

解き方 (1) 1つの円で、弧の長さは、それに対する円周角の大きさに比例するので、
 $y : 3 = 72 : 18$

これを解くと、 $y = 12$

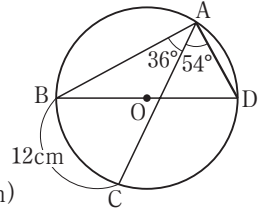
(2) $x : 6 = 60 : 20$

これを解くと、 $x = 18$



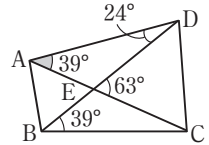
③ 18 cm

解き方 半円の弧に対する円周角は直角だから、
 $\angle CAD = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$
 $12 : \widehat{CD} = 36 : 54$
 これを解くと、 $\widehat{CD} = 18(\text{cm})$



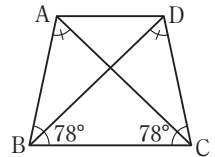
④ ア、イ

解き方 ア $\triangle AED$ で、三角形の内角、外角の性質より、
 $\angle CAD = 63^\circ - 24^\circ = 39^\circ$
 $\angle CBD = \angle CAD = 39^\circ$



だから、4点 A, B, C, D は1つの円周上にあります。

イ $AB = DC$, BC は共通、
 $\angle ABC = \angle DCB = 78^\circ$
 より、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいから、
 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$



よって、 $\angle CAB = \angle BDC$ だから、4点 A, B, C, D は1つの円周上にあります。

ウ $\angle BAC = 54^\circ$, $\angle BDC = 53^\circ$ で等しくないから、4点 A, B, C, D は1つの円周上にありません。

- ⑤ (1) 35 (2) 43

解き方 (1) $\angle BAC = \angle BDC = 70^\circ$ だから、4点 A, B, C, D は1つの円周上にあります。よって、 $x = 35$

(2) $\angle ADB = \angle ACB = 35^\circ$ だから、4点 A, B, C, D は1つの円周上にあります。

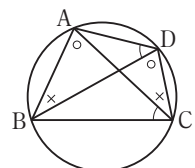
よって、 $\angle BAC = \angle BDC = 56^\circ$

$\triangle ABC$ において、三角形の内角和は 180° だから、
 $56 + (x + 46) + 35 = 180$ これを解くと、 $x = 43$

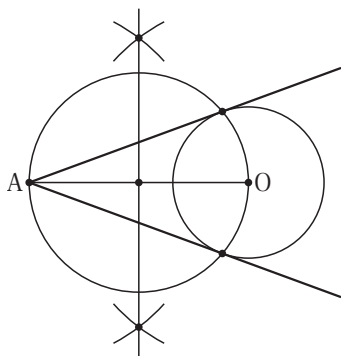
⑥ (例) $\angle ACB = \angle ADB$ だから、4点 A, B, C, D は1つの円周上にある。

\widehat{BC} , \widehat{AD} において、円周角の定理よりそれぞれ、 $\angle BAC = \angle BDC$, $\angle ABD = \angle ACD$ が成り立つ。

解き方 まず、4点 A, B, C, D が1つの円周上にあることを示し、 \widehat{BC} , \widehat{AD} に対して、円周角の定理を使って証明します。



7

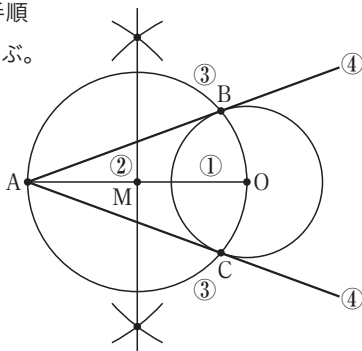


解き方 作図の手順

① 2点 A, O を結ぶ。

② 線分 AO の垂直二等分線をひき、AO の中点 M を求める。
③ M を中心とする半径 MA の円をかき、円 O との交点をそれぞれ B, C とする。

④ A と B, A と C を結ぶ。



8 (1) $\angle ABC$

(2) (例) $\triangle PAD$ と $\triangle PCB$ において

\widehat{AC} に対する円周角だから、

$\angle ADP = \angle CBP$ ……①

共通な角だから、 $\angle APD = \angle CPB$ ……②

①, ② より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle PAD \sim \triangle PCB$

解き方 (2) 円周角の定理を使い、2組の角がそれぞれ等しいことを示します。

9 (例) $\triangle ABE$ と $\triangle BDE$ で、

\widehat{EC} に対する円周角だから、 $\angle CAE = \angle EBD$

仮定より、 $\angle CAE = \angle EAB$

よって、 $\angle EAB = \angle EBD$ ……①

共通な角だから、

$\angle AEB = \angle BED$ ……②

①, ② より、2組の角が、それぞれ等しいから、

$\triangle ABE \sim \triangle BDE$

解き方 円周角の定理を使い、2組の角がそれぞれ等しいことを示します。

p.46-47

Step 3

1 (1) 29 (2) 37 (3) 96 (4) 100 (5) 3 (6) 63

2 x 20 y 40 z 60

3 (1) ○ (2) × (3) ○

4 (例) $\triangle ABD$ と $\triangle AEC$ で、

$\widehat{BD} = \widehat{CD}$ により、1つの円で、等しい弧に対する円周角は等しいから、

$\angle BAD = \angle EAC$ ……①

\widehat{AB} に対する円周角だから、

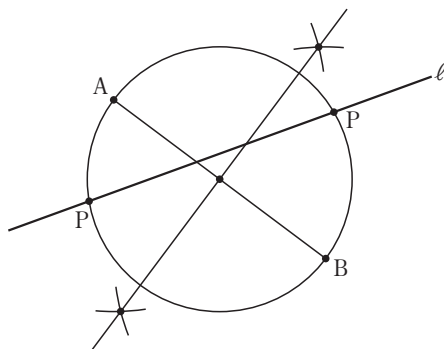
$\angle ADB = \angle ACE$ ……②

①, ② から、2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABD \sim \triangle AEC$

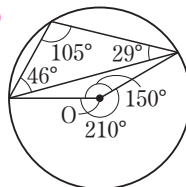
5 (1) $\triangle PAC \sim \triangle PDB$ (2) $\frac{20}{3}$ cm

6

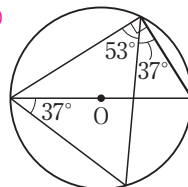


解き方

1 (1)



(2)



(3) 右の図のように円周上の点を A, B, C として、O と B を結びます。円 O の半径だから、

$OA = OB = OC$

よって、 $\triangle OAB$ と $\triangle OBC$

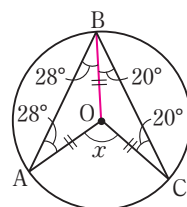
は二等辺三角形だから、

$\angle OBA = \angle OAB = 28^\circ$, $\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$

したがって、

$x = 2 \times \angle ABC = 2 \times (28 + 20)$

$= 96$



(4) $x : 25 = 8 : 2$

これを解くと、 $x = 100$

(5) $18 : 54 = x : 9$

これを解くと、 $x = 3$

(6) A と O, B と O をそれぞれ結びます。円の接線は、その接点を通る半径に垂直だから、

$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$$

よって、

$$\angle AOB = 360^\circ - (54^\circ + 90^\circ + 90^\circ)$$

$$= 126^\circ$$

\widehat{AB} に対する円周角と中心角の関係から、

$$x = \frac{1}{2} \times 126 = 63$$

② 円周を 9 等分した 1 つの弧に対する中心角は、

$360^\circ \div 9 = 40^\circ$ だから、その弧に対する円周角は、

$$\frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

よって、 $x = 20$

1 つの円で、弧の長さは、それに対する円周角の大きさに比例するから、

$$y = 20 \times 2 = 40$$

$$z = 20 \times 3 = 60$$

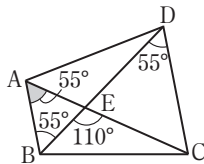
③ (1) $\triangle ABE$ において、三角形の内角、外角の性質より、

$$\angle BAC = 110^\circ - 55^\circ = 55^\circ$$

$$\angle BDC = \angle BAC = 55^\circ$$

だから、4 点 A, B, C, D

は 1 つの円周上にあります。

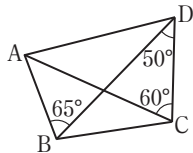


(2) $\angle ABD = 65^\circ$, $\angle ACD = 60^\circ$

で等しくないから、4 点 A,

B, C, D は 1 つの円周上に

ありません。

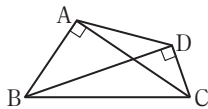


(3) 円周角の定理の逆より、

$$\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$$

だから、4 点 A, B, C, D

は 1 つの円周上にあります。



④ 辺の比がわからないので、角に注目します。

1 つの円で弧の長さが等しいので、弧と円周角の定理を使って、証明します。相似を証明する $\triangle ABD$ と $\triangle AEC$ にふくまれる 2 組の角に着目し、それらが等しいことを述べましょう。

⑤ (1) 円周角の定理より、

$$\angle PAC = \angle PDB$$

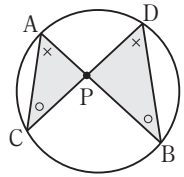
$$\angle ACP = \angle DBP$$

よって、2 組の角が、

それぞれ等しいから、

$$\triangle PAC \sim \triangle PDB$$

別解 対頂角の性質より、 $\angle CPA = \angle BPD$ を使ってもよいです。



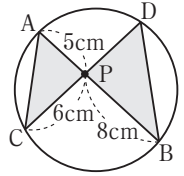
(2) $\triangle PAC \sim \triangle PDB$ より、

$$PA : PD = PC : PB$$

$$5 : PD = 6 : 8$$

$$6PD = 40$$

$$PD = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} \text{ (cm)}$$

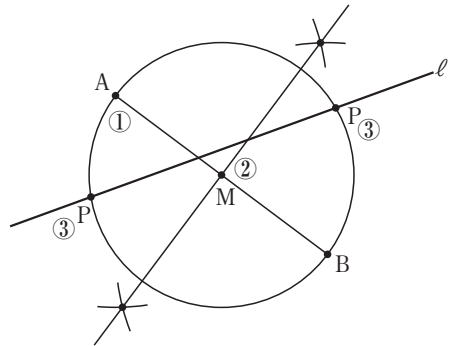


⑥ AB を直径とする円をかき、その円と直線 l との交点を P とします。半円の弧に対する円周角は 90° だから、 $\angle APB = 90^\circ$ になります。点 P は 2 つあることに注意しましょう。

① 2 点 A, B を結ぶ。

② 線分 AB の垂直二等分線をひき、AB の中点 M を求める。

③ M を中心とする半径 MA の円をかき、 l との交点を P とする。



7章 三平方の定理

1節 三平方の定理

p.49

Step 2

- ① (1) 15 (2) 8
(3) 5 (4) $\sqrt{6}$

解き方 (1) 斜辺が x cm であるから、三平方の定理を使うと、

$$9^2 + 12^2 = x^2$$

$$x^2 = 225$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{225} = 15$$

(2) 斜辺が 17 cm であるから、三平方の定理を使うと、

$$x^2 + 15^2 = 17^2$$

$$x^2 = 289 - 225$$

$$x^2 = 64$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{64} = 8$$

(3) 斜辺が 13 cm であるから、三平方の定理を使うと、

$$12^2 + x^2 = 13^2$$

$$x^2 = 169 - 144$$

$$x^2 = 25$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{25} = 5$$

(4) 斜辺が $\sqrt{15}$ cm であるから、三平方の定理を使うと、

$$3^2 + x^2 = (\sqrt{15})^2$$

$$x^2 = 15 - 9$$

$$x^2 = 6$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{6}$$

- ② (1) $5\sqrt{2}$ (2) 6

解き方 (1) 残りの1つの角の大きさは、

$180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$ だから、直角三角形になります。三平方の定理を使うと、

$$x^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

(2) 残りの1つの角の大きさは、

$180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 90^\circ$ だから、直角三角形になります。三平方の定理を使うと、

$$x^2 + (2\sqrt{3})^2 = (4\sqrt{3})^2$$

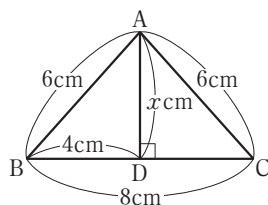
$$x^2 = 36$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{36} = 6$$

- ③ (1) $2\sqrt{5}$ (2) 7

解き方 (1) 二等辺三角形の頂点から底辺にひいた垂線は、底辺を2等分するから、

$$BD = 8 \div 2 = 4 \text{ (cm)}$$



$\triangle ABD$ で、三平方の定理から、

$$x^2 = 6^2 - 4^2 = 20$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(2) $\triangle ABD$ で、三平方

の定理から、

$$AD^2 = 30^2 - 18^2 = 576$$

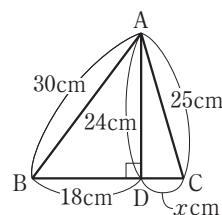
$AD > 0$ であるから、

$$AD = \sqrt{576} = 24$$

$\triangle ADC$ で、三平方の定理から、

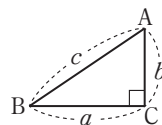
$$x^2 = 25^2 - 24^2 = 49$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{49} = 7$$



④ ア, イ

解き方 3辺の長さ a , b , c の間に、 $a^2 + b^2 = c^2$ の関係が成り立つかどうかを調べればよいです。このとき、最も長い辺を c とします。



ア $a = 8$, $b = 15$, $c = 17$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 8^2 + 15^2 = 289, \quad c^2 = 17^2 = 289$$

$a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つので、直角三角形です。

イ $a = 9$, $b = 12$, $c = 16$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 9^2 + 12^2 = 225, \quad c^2 = 16^2 = 256$$

$a^2 + b^2 = c^2$ が成り立たないので、直角三角形ではありません。

ウ $a = 2$, $b = \sqrt{3}$, $c = \sqrt{5}$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 2^2 + (\sqrt{3})^2 = 7$$

$$c^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$$

$a^2 + b^2 = c^2$ が成り立たないので、直角三角形ではありません。

エ $a = 1$, $b = 2\sqrt{2}$, $c = 3$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 1^2 + (2\sqrt{2})^2 = 9, \quad c^2 = 3^2 = 9$$

$a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つので、直角三角形です。

2節 三平方の定理と図形の計量

3節 三平方の定理の利用

p.51 Step 2

① (1) $x = 4\sqrt{3}$ 面積 $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$

(2) $x = 6$ 面積 18 cm^2

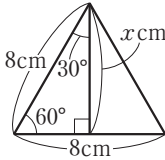
解き方 (1) 直角以外の角が 30° ,

60° の直角三角形の3辺の比から、

$$8 : x = 2 : \sqrt{3}$$

これを解くと、 $x = 4\sqrt{3}$

よって、面積は、 $\frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3} (\text{cm}^2)$

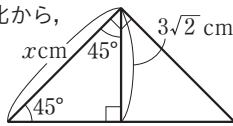


(2) 直角二等辺三角形の3辺の比から、

$$3\sqrt{2} : x = 1 : \sqrt{2}$$

これを解くと、 $x = 6$

よって、面積は、 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18 (\text{cm}^2)$



② 弦 $AB = 2\sqrt{5} \text{ cm}$, 線分 $PA = 2\sqrt{10} \text{ cm}$

解き方 O と A を結びます。△OAH で三平方の定理から、

$$AH^2 + OH^2 = OA^2$$

$$AH^2 + 2^2 = 3^2$$

$$AH^2 = 9 - 4 = 5$$

$AH > 0$ だから、 $AH = \sqrt{5}$

円の中心から弦にひいた垂線は、その弦を2等分するから、 $AB = 2AH = 2\sqrt{5} (\text{cm})$

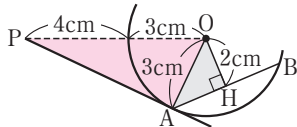
$OA \perp AP$ だから、△OPA で三平方の定理から、

$$PA^2 + OA^2 = OP^2$$

$$PA^2 + 3^2 = 7^2$$

$$PA^2 = 49 - 9 = 40$$

$PA > 0$ だから、 $PA = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} (\text{cm})$



③ (1) $3\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{65}$

解き方 (1) 右の図のように、座標軸に平行な2つの直線をかいて、その交点をCとします。

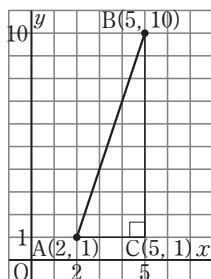
$$AC = 5 - 2 = 3$$

$$BC = 10 - 1 = 9$$

$$AB^2 = 3^2 + 9^2 = 90$$

$AB > 0$ だから、

$$AB = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$



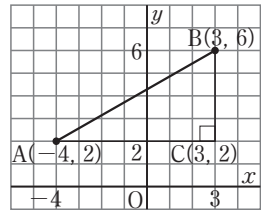
(2) 右の図のように、座標軸に平行な2つの直線をかいて、その交点をCとします。

$$AC = 3 - (-4) = 7$$

$$BC = 6 - 2 = 4$$

$$AB^2 = 7^2 + 4^2 = 65$$

$AB > 0$ だから、 $AB = \sqrt{65}$



④ (1) $3\sqrt{14} \text{ cm}$

(2) $36\sqrt{14} \text{ cm}^3$

(3) $36\sqrt{15} \text{ cm}^2$

解き方 (1) 頂点Oから底面に垂線OHをひく。

四角形ABCDは1辺が6cmの正方形だから、

$$AC = 6 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2} (\text{cm})$$

点HはACの中点だから、

$$AH = 6\sqrt{2} \div 2 = 3\sqrt{2} (\text{cm})$$

直角三角形OAHで、三平方の定理から、

$$OH^2 = 12^2 - (3\sqrt{2})^2 = 126$$

$OH > 0$ だから、 $OH = \sqrt{126} = 3\sqrt{14} (\text{cm})$

(2) 正四角錐の体積は、

$$\frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3\sqrt{14} = 36\sqrt{14} (\text{cm}^3)$$

(3) 側面の1つの△OABは、右の図のような二等辺三角形である。

OからABに垂線OKをひくと、KはABの中点だから、

$$AK = 6 \div 2 = 3 (\text{cm})$$

直角三角形OAKで、三平方の定理から、

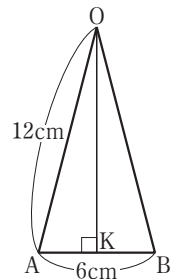
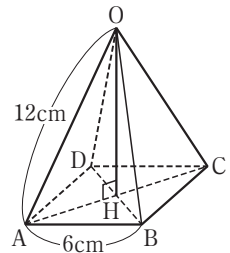
$$OK^2 = 12^2 - 3^2 = 135$$

$OK > 0$ だから、 $OK = \sqrt{135} = 3\sqrt{15} (\text{cm})$

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{15} = 9\sqrt{15} (\text{cm}^2)$$

したがって、四角錐の側面積は、

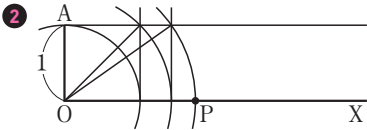
$$9\sqrt{15} \times 4 = 36\sqrt{15} (\text{cm}^2)$$



p.52-53

Step 3

- ① (1) 25 (2) 15 (3) $2\sqrt{6}$



- ③ (1) × (2) ○ (3) × (4) ○
 ④ (1) $3\sqrt{5}$ cm (2) $4\sqrt{2}$ cm (3) $12\sqrt{3}$ cm²
 ⑤ BC=CA, ∠C=90°の直角二等辺三角形
 ⑥ 12 cm
 ⑦ 5 cm
 ⑧ (1) $\sqrt{29}$ cm (2) $\sqrt{41}$ cm

解き方

- ① (1) 三平方の定理から、

$$x^2 = 20^2 + 15^2 = 625$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{625} = 25$$

- (2) 三平方の定理から、

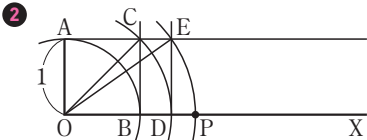
$$x^2 = 17^2 - 8^2 = 225$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{225} = 15$$

- (3) 三平方の定理から、

$$x^2 = (4\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{6})^2 = 24$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$



上の図で、OA=OB=1 だから、OC = $\sqrt{2}$

$$OC = OD = \sqrt{2} \text{ だから, } OE = \sqrt{3}$$

$$\text{よって, } OE = OP = \sqrt{3}$$

- ③ 最も長い辺を c とし、3 辺の長さ a , b , c の間に、 $a^2 + b^2 = c^2$ の関係が成り立つかを調べます。

(1) $a=6$, $b=9$, $c=12$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 6^2 + 9^2 = 117, c^2 = 12^2 = 144$$

(2) $a=7$, $b=24$, $c=25$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 7^2 + 24^2 = 625, c^2 = 25^2 = 625$$

(3) $a=2$, $b=\sqrt{6}$, $c=4$ とすると、

$$a^2 + b^2 = 2^2 + (\sqrt{6})^2 = 10, c^2 = 4^2 = 16$$

(4) $10 = \sqrt{100}$, $2\sqrt{7} = \sqrt{28}$, $6\sqrt{2} = \sqrt{72}$ だから、

$$a = 2\sqrt{7}, b = 6\sqrt{2}, c = 10 \text{ とすると、}$$

$$a^2 + b^2 = (2\sqrt{7})^2 + (6\sqrt{2})^2 = 100, c^2 = 10^2 = 100$$

- ④ (1) 対角線の長さを x cm とすると、

$$x^2 = 3^2 + 6^2 = 45$$

$$x > 0 \text{ であるから, } x = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

- (2) 正方形の 1 辺の長さを x cm とすると、

$$x : 8 = 1 : \sqrt{2} \text{ これを解くと, } x = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

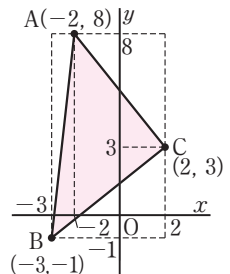
- (3) 正三角形の高さを h cm とすると、

$$4\sqrt{3} : h = 2 : \sqrt{3} \text{ これを解くと, } h = 6$$

よって、正三角形の面積は、

$$\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- ⑤ 3 点 A, B, C は、右の図のようになる。



$$AB^2 = 9^2 + 1^2 = 82$$

$$BC^2 = 4^2 + 5^2 = 41$$

$$CA^2 = 5^2 + 4^2 = 41$$

よって、

$$BC^2 = CA^2 \text{ より, } BC = CA \text{ (-3, -1) | (-2, 8)}$$

また、 $AB^2 = BC^2 + CA^2$ より、 $\angle C = 90^\circ$

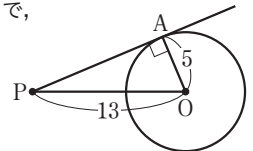
したがって、 $\triangle ABC$ は直角二等辺三角形になる。

- ⑥ OA ⊥ AP だから、 $\triangle POA$ で、

三平方の定理から、

$$PA^2 = PO^2 - OA^2 = 13^2 - 5^2 = 144$$

$$PA > 0 \text{ だから, } PA = \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)}$$



- ⑦ DF = x cm とすると、CF = $(18 - x)$ cm

MF は CF を折り返した線分だから、

$$MF = CF = (18 - x) \text{ cm}$$

また、M は AD の中点だから、MD = 12 cm

$\triangle MFD$ で、三平方の定理から、

$$x^2 + 12^2 = (18 - x)^2 \text{ これを解くと, } x = 5$$

- ⑧ (1) 対角線の長さを x cm とすると、

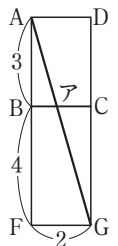
$$x^2 = 2^2 + 3^2 + 4^2 = 29$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = \sqrt{29} \text{ (cm)}$$

- (2) アのひもの長さは、右の図の線分 AG の長さになる。

$$AG^2 = (3 + 4)^2 + 2^2 = 53$$

$$AG > 0 \text{ だから, } AG = \sqrt{53} \text{ (cm)}$$

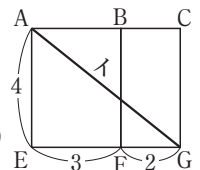


イのひもの長さは、右の図

の線分 AG の長さになる。

$$AG^2 = 4^2 + (3 + 2)^2 = 41$$

$$AG > 0 \text{ だから, } AG = \sqrt{41} \text{ (cm)}$$



8章 標本調査

1節 標本調査

2節 標本調査の利用

p.55

Step 2

- ① (1) 標本調査 (2) 全数調査
(3) 全数調査

解き方 多くの手間や時間、費用などがかる場合や、製品の良否を調べたり、製品をこわすおそれのある場合などに、標本調査を行います。③のように台数が多くても全数調査が必要な場合もあります。
(3) どの自動車のブレーキも効かなくてはならないので全数調査が必要です。

② ①

解き方 標本の大きさが大きいほど、標本平均は母集団の平均値に近づくので、㉞より①のほうが実際の平均値に近くなると考えられます。また、㉞の標本は運動部という偏りがあるので、無作為に抽出しているとはいえません。

③ およそ 4300 匹

解き方 森にいるカブトムシの数を x 匹とすると、

$$7 : 150 = 200 : x$$

$$7x = 30000$$

$$x = 4285. \dots$$

よって、十の位を四捨五入して、百の位までの概数にすると、

$$x = 4300$$

④ およそ 0.38

解き方 標本の赤玉の割合は、母集団の赤玉の割合と等しいと考えられます。

取り出した玉の数は、全部で、

$$25 + 15 = 40 (\text{個})$$

このうち、赤玉は 15 個だから、赤玉の割合は、

$$15 \div 40 = 0.375$$

小数第 3 位を四捨五入して、小数第 2 位までの概数にすると、およそ 0.38

p.56

Step 3

- ① (1) 全数調査 (2) 標本調査 (3) 全数調査
(4) 標本調査
② およそ 0.63
③ およそ 270 個
④ (1) 0.008 (2) およそ 2900 個 (3) およそ 40400 個

解き方

- ① (1) ある中学校 3 年生の進路調査は、3 年生全員にそれぞれ行う調査なので、全数調査です。
(2) 検査をすると商品がなくなるので、全数調査はできません。
(3) ある高校で行う入学試験は、受験者全員の点数を知るためなので、全数調査です。
(4) ある湖にいる魚の数の調査を全数調査で行うことは、時間も費用もかかりすぎるので、標本調査となります。
- ② 取り出したビーズの数は、全部で、
 $45 + 75 = 120 (\text{個})$
このうち、青いビーズは 75 個だから、青いビーズの割合は、 $75 \div 120 = 0.625$
小数第 3 位を四捨五入して、小数第 2 位までの概数にすると、0.63
- ③ 箱の中にある赤玉を x 個とすると、
 $x : 2000 = 8 : 60$
これを解くと、 $x = 266. \dots$
よって、一の位を四捨五入して、十の位までの概数にすると、 $x = 270$
- ④ (1) $4 \div 500 = 0.008$
(2) 1 年間に生産される製品の 0.008 にあたる個数が不良品と考えられるから、
 $30000 \times 12 \times 0.008 = 2880$
よって、十の位を四捨五入して、百の位までの概数にすると、2900 個。
(3) A 社に納品するために生産する数を x 個とすると、
 $500 : (500 - 4) = x : 40000$
 $500 : 496 = x : 40000$
これを解くと、 $x = 40322. \dots$
よって、十の位を切り上げて、百の位までの概数にすると、40400 個。