

1章 式と計算

1節 式と計算

p.3-5

Step 2

- ① (1) 多項式 (2) 単項式

解き方 数や文字をかけた形を単項式、単項式の和の形で表された式を多項式といいます。

- (1) 項が $2x$ と $-3y$ の2つなので、多項式です。
 (2) 項が $6p^2q^3$ の1つだけなので、単項式です。

- ② (1) 1次式 (2) 2次式
 (3) 3次式 (4) 2次式

解き方 多項式では、各項の次数のうちでもっとも大きいものを、その多項式の次数といいます。

- (2) $2y^2 = 2 \times y \times y \rightarrow 2$ 次式, $3x \rightarrow 1$ 次式,
 多項式 $3x + 2y^2 - 4$ は 2 次式。

- ③ (1) $5xy - 3$ (2) $4ab$
 (3) a^2 (4) $3x - 9y$
 (5) $x^2 - 5x + 2$ (6) $a - \frac{1}{6}b$

解き方 式の項の中で、文字の部分が同じ項は、分配法則 $ac + bc = (a+b)c$ を使ってまとめます。

- (1) $xy - 3 + 4xy = (1+4)xy - 3$
 $= 5xy - 3$
 (2) $-2ab + 6ab = (-2+6)ab$
 $= 4ab$
 (3) $-2a^2 + 3a^2 = (-2+3)a^2$
 $= a^2$
 (4) $2x - 5y + x - 4y = (2+1)x + (-5-4)y$
 $= 3x - 9y$
 (5) $2x^2 - 5x - x^2 + 2 = (2-1)x^2 - 5x + 2$
 $= x^2 - 5x + 2$
 (6) $-a + \frac{1}{6}b + 2a - \frac{1}{3}b = (-1+2)a + (\frac{1}{6} - \frac{1}{3})b$
 $= a - \frac{1}{6}b$

- ④ (1) $-a - 3b$ (2) $-7x + 5y$
 (3) $4a - 10b$ (4) $3y - 1$

解き方 同類項どうしをたします。

- (1) $3a + (-4a) = -a, -5b + (+2b) = -3b$
 (2) $-4x + (-3x) = -7x, 6y + (-y) = 5y$
 (3) $(9a - 8b) + (-5a - 2b) = 9a - 8b - 5a - 2b$
 $= (9-5)a + (-8-2)b$
 $= 4a - 10b$
 (4) $(3x - 2y + 1) + (-3x + 5y - 2)$
 $= 3x - 2y + 1 - 3x + 5y - 2$
 $= (3-3)x + (-2+5)y + 1-2$
 $= 3y - 1$

- ⑤ (1) $6a + 9b$ (2) $-2x + 6y$
 (3) $2x - 6y$ (4) $3x^2 - 5x + 7$

解き方 ひく式の各項の符号を変えて加えます。

- (1)
$$\begin{array}{r} 4a+6b \\ -) -2a-3b \\ \hline 6a+9b \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 4a+6b \\ +) 2a+3b \\ \hline 6a+9b \end{array}$$

 (2)
$$\begin{array}{r} 7x-2y \\ -) 9x-8y \\ \hline -2x+6y \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 7x-2y \\ +) -9x+8y \\ \hline -2x+6y \end{array}$$

 (3) $(3x - 2y) - (x + 4y) = 3x - 2y - x - 4y$
 $= (3-1)x + (-2-4)y$
 $= 2x - 6y$
 (4) $(2x^2 - x + 5) - (-x^2 + 4x - 2)$
 $= 2x^2 - x + 5 + x^2 - 4x + 2$
 $= (2+1)x^2 + (-1-4)x + 5+2$
 $= 3x^2 - 5x + 7$

- ⑥ (1) $-6xy$ (2) $-12x^3$ (3) $25a^2$
 (4) $8x^3$

解き方 単項式と単項式との乗法は、係数の積と文字の積をそれぞれ求めて、それらをかけます。

- (1) $-2y \times 3x = -2 \times y \times 3 \times x$
 $= -2 \times 3 \times x \times y$
 $= -6xy$

$$\begin{aligned} (2) -3x \times 4x^2 &= -3 \times x \times 4 \times x \times x \\ &= -3 \times 4 \times x \times x \times x \\ &= -12x^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) (-5a)^2 &= (-5a) \times (-5a) = (-5) \times a \times (-5) \times a \\ &= (-5) \times (-5) \times a \times a \\ &= 25a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) (-4x^2) \times (-2x) &= (-4) \times x \times x \times (-2) \times x \\ &= (-4) \times (-2) \times x \times x \times x \\ &= 8x^3 \end{aligned}$$

7 (1) $3y$ (2) $-6ab$ (3) $-3x$
 (4) $\frac{9}{2}xy$

解き方 除法は、分数の形にして、約分します。

$$\begin{aligned} (1) 6xy \div 2x &= 6xy \times \frac{1}{2x} \\ &= \frac{6xy}{2x} \\ &= 3y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) 18ab^2 \div (-3b) &= 18ab^2 \times \left(-\frac{1}{3b}\right) \\ &= -\frac{18ab^2}{3b} \\ &= -6ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) 12x^3 \div (-4x^2) &= 12x^3 \times \left(-\frac{1}{4x^2}\right) \\ &= -\frac{12x^3}{4x^2} \\ &= -3x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) -7xy^3 \div \left(-\frac{14}{9}y^2\right) &= -7xy^3 \times \left(-\frac{9}{14y^2}\right) \\ &= \frac{-7xy^3 \times (-9)}{14y^2} \\ &= \frac{9}{2}xy \end{aligned}$$

8 (1) $-2y$ (2) $-\frac{9}{2}y^2$ (3) $28b^2$
 (4) 9

解き方 乗除の混じった計算は、まず、全体が+か-かを考え、残りを分数の形にして計算します。係数が整数の場合、×の後ろの項は分子に、÷の後ろの項は分母にかけることになります。

$$\begin{aligned} (1) 10x^2 \times y \div (-5x^2) &= 10x^2 \times y \times \left(-\frac{1}{5x^2}\right) \\ &= -\frac{10x^2 \times y}{5x^2} \\ &= -2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) 3x^2y \div 2x^2 \times (-3y) &= 3x^2y \times \frac{1}{2x^2} \times (-3y) \\ &= -\frac{3x^2y \times 3y}{2x^2} \\ &= -\frac{9}{2}y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) 14ab \div \left(-\frac{2}{7}a\right) \times \left(-\frac{4}{7}b\right) &= 14ab \times \left(-\frac{7}{2a}\right) \times \left(-\frac{4b}{7}\right) \\ &= \frac{14ab \times 7 \times 4b}{2a \times 7} \\ &= 28b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) -\frac{3}{2}x^3 \div \left(-\frac{1}{2}x^2\right) \div \frac{1}{3}x &= -\frac{3}{2}x^3 \times \left(-\frac{2}{x^2}\right) \times \frac{3}{x} \\ &= \frac{3x^3 \times 2 \times 3}{2 \times x^2 \times x} \\ &= 9 \end{aligned}$$

9 (1) $8x + 16y$ (2) $-6a + 8b^2 + 1$
 (3) $-3ab + 2c^2$ (4) $15x^2 - 10y$
 (5) $5a - 13b$ (6) $18x - 34y$
 (7) $\frac{4x+y}{6}$ (8) $-\frac{1}{12}a$

解き方 多項式と数の乗法は、分配法則を使います。多項式と数の除法は、乗法の形に直します。

$$\begin{aligned} (1) 8(x+2y) &= 8 \times x + 8 \times 2y \\ &= 8x + 16y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) (27ab - 18c^2) \div (-9) &= (27ab - 18c^2) \times \left(-\frac{1}{9}\right) \\ &= -\frac{27ab}{9} + \frac{18c^2}{9} \\ &= -3ab + 2c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) (12x^2 - 8y) \div \frac{4}{5} &= (12x^2 - 8y) \times \frac{5}{4} \\ &= \frac{12x^2 \times 5}{4} - \frac{8y \times 5}{4} \\ &= 15x^2 - 10y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) 2(a-5b) + 3(a-b) &= 2a - 10b + 3a - 3b \\ &= 5a - 13b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) 6(x-3y) - 4(-3x+4y) &= 6x - 18y + 12x - 16y \\ &= 18x - 34y \end{aligned}$$

(7)(8) 通分してから計算します。

$$\begin{aligned} (7) \frac{2x-y}{2} + \frac{-x+2y}{3} &= \frac{3(2x-y) + 2(-x+2y)}{6} \\ &= \frac{6x-3y-2x+4y}{6} \\ &= \frac{4x+y}{6} \end{aligned}$$

参考 $\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y$ と答えてもよいです。

$$\begin{aligned} (8) \quad \frac{3a-2b}{4} - \frac{5a-3b}{6} &= \frac{3(3a-2b)-2(5a-3b)}{12} \\ &= \frac{9a-6b-10a+6b}{12} \\ &= -\frac{1}{12}a \end{aligned}$$

- 10 (1) 14 (2) -11
 (3) 40 (4) -8

解き方 × の記号を使って式を表します。

$$\begin{aligned} (1) \quad 3a+4b &= 3 \times 4 + 4 \times \frac{1}{2} \\ &= 12+2 \\ &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad -2a-6b &= -2 \times 4 - 6 \times \frac{1}{2} \\ &= -8-3 \\ &= -11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad 5a^2b &= 5 \times 4^2 \times \frac{1}{2} \\ &= 5 \times 16 \times \frac{1}{2} \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad -8ab^2 &= -8 \times 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= -8 \end{aligned}$$

- 11 (1) -34 (2) $-\frac{6}{7}$

解き方 はじめに式を簡単にしてから、 x, y の値を代入します。負の数は、かっこをつけて代入します。

$$\begin{aligned} (1) \quad 5(2x+3y) - (-5x+7y) &= 10x+15y+5x-7y \\ &= 15x+8y \end{aligned}$$

式を簡単にしておく。

この式に、 $x=-6, y=7$ を代入して、

$$\begin{aligned} 15x+8y &= 15 \times (-6) + 8 \times 7 \\ &= -90+56 \\ &= -34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad -x^3 \div (-x^2y) &= -x^3 \times \left(-\frac{1}{x^2y}\right) \\ &= \frac{x}{y} \end{aligned}$$

式を簡単にしておく。

この式に、 $x=-6, y=7$ を代入して、

$$\frac{x}{y} = \frac{-6}{7} = -\frac{6}{7}$$

2 節 式の利用

3 節 関係を表す式

p.7

Step 2

- ① (1) 立体㉞ $4\pi a^3 \text{ cm}^3$, 立体㉟ $6\pi a^3 \text{ cm}^3$
 (2) 立体㉟のほうが $2\pi a^3 \text{ cm}^3$ 大きい。

解き方 立体㉞, ㉟は、円錐になります。

円錐の体積は、 $\frac{1}{3} \times \pi \times (\text{底面の半径})^2 \times (\text{高さ})$ で求められます。

(1) 立体㉞の底面の半径は $2a \text{ cm}$ 、高さは $3a \text{ cm}$ ので、

$$\begin{aligned} (\text{立体㉞の体積}) &= \frac{1}{3} \times \pi \times (2a)^2 \times 3a \\ &= 4\pi a^3 (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

立体㉟の底面の半径は $3a \text{ cm}$ 、高さは $2a \text{ cm}$ なので、

$$\begin{aligned} (\text{立体㉟の体積}) &= \frac{1}{3} \times \pi \times (3a)^2 \times 2a \\ &= 6\pi a^3 (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

(2) 立体㉟の体積から立体㉞の体積をひくと、
 $6\pi a^3 - 4\pi a^3 = 2\pi a^3 (\text{cm}^3)$

② (例) 2 つの奇数を、それぞれ $2m+1, 2n+1$ と表す。ただし、 m, n は整数とする。

$$\begin{aligned} (2m+1) - (2n+1) &= 2m+1-2n-1 \\ &= 2m-2n \\ &= 2(m-n) \end{aligned}$$

ここで、 $m-n$ は整数だから、 $2(m-n)$ は偶数である。

したがって、奇数から奇数をひいた差は偶数である。

解き方 2 つの奇数を、異なる文字 m と n を使って表します。2 つの奇数を $2m-1, 2m+1$ とすると、連続する 2 つの奇数を表すことに注意しましょう。奇数と奇数の差が、 $2 \times (\text{整数})$ の形になっていれば偶数(2 の倍数)といえます。

- ③ (例) A の百の位の数 x 、十の位の数 y 、一の位の数 z とすると、

$$A = 100x + 10y + z, \quad B = 100y + 10x + z$$

と表せる。ただし、 x, y は 1 から 9 までの整数である。

$$\begin{aligned} A - B &= (100x + 10y + z) - (100y + 10x + z) \\ &= 100x + 10y + z - 100y - 10x - z \\ &= 90x - 90y \\ &= 90(x - y) \end{aligned}$$

ここで、 $x - y$ は整数だから、 $90(x - y)$ は 90 の倍数である。

したがって、 $A - B$ は 90 の倍数である。

解き方 $90 \times (\text{整数})$ の形になっていれば 90 の倍数といえます。

$$\textcircled{4} \quad (1) y = \frac{x-1}{2} \quad (2) a = \frac{\ell}{2} - b$$

解き方 等式の性質を使って、() 内に指定された文字の項だけが左辺に残るように変形していきます。

$$\begin{aligned} (1) \quad x - 2y &= 1 \\ -2y &= -x + 1 \\ 2y &= x - 1 \\ y &= \frac{x-1}{2} \end{aligned}$$

(2) 両辺を入れかえ、方程式を解くように、式を変形します。

$$\begin{aligned} 2(a+b) &= \ell \\ a+b &= \frac{\ell}{2} \\ a &= \frac{\ell}{2} - b \end{aligned}$$

別解 $2(a+b) = \ell$

$$\begin{aligned} 2a + 2b &= \ell \\ 2a &= \ell - 2b \\ a &= \frac{\ell}{2} - b \end{aligned}$$

p.8-9

Step 3

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad (1) & 3 \text{ 次式} \quad (2) 5 \text{ 次式} \\ \textcircled{2} \quad (1) & 3x + y \quad (2) -3b^2 + 2b \quad (3) -x^2 - 3x \\ & (4) 4a + 3b \quad (5) -3x \quad (6) -5a - \frac{1}{2}b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad (1) & 6ab \quad (2) -6y \quad (3) -3x^2 \quad (4) -2xy^2 \\ \textcircled{4} \quad (1) & 6x - 3y \quad (2) 5x^2 - 3x + 4 \quad (3) a + b \\ & (4) \frac{13a+b}{6} \end{aligned}$$

$$\textcircled{5} \quad (1) -\frac{9}{2} \quad (2) \frac{43}{2}$$

⑥ (例) 連続する 2 つの奇数を、それぞれ $2m-1$ 、 $2m+1$ と表す。ただし、 m は整数とする。

$$\begin{aligned} (2m-1) + (2m+1) &= 2m-1 + 2m+1 \\ &= 4m \end{aligned}$$

m は整数だから、 $4m$ は 4 の倍数である。

したがって、連続する 2 つの奇数の和は 4 の倍数である。

$$\textcircled{7} \quad \frac{3}{2} \text{ 倍}$$

$$\textcircled{8} \quad (1) S = \frac{1}{2}ah \quad (2) h = \frac{2S}{a} \quad (3) 9 \text{ cm}$$

解き方

① (1) 多項式では、各項の次数のうちでもっとも大きいものを、その多項式の次数といいます。
 a^2 の次数は 2、 abc の次数は 3 なので、3 次式です。

$$(2) -xy^4 = -1 \times x \times y \times y \times y \times y \rightarrow 5 \text{ 次式}$$

$$\textcircled{2} \quad (1) 5x - 3y - 2x + 4y = (5-2)x + (-3+4)y = 3x + y$$

$$(2) b^2 - 3b + 5b - 4b^2 = (1-4)b^2 + (-3+5)b = -3b^2 + 2b$$

$$(3) (4x^2 + 3x) + (-5x^2 - 6x) = (4-5)x^2 + (3-6)x = -x^2 - 3x$$

$$\begin{aligned} (4) (2.8a - b) + (1.2a + 4b) \\ &= (2.8 + 1.2)a + (-1 + 4)b \\ &= 4a + 3b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) (2x - 3y) - (-3y + 5x) \\ &= (2-5)x + (-3+3)y \\ &= -3x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) & \left(2a - \frac{1}{3}b\right) - \left(7a + \frac{1}{6}b\right) \\
 &= (2-7)a + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)b \\
 &= -5a + \left(-\frac{2}{6} - \frac{1}{6}\right)b \\
 &= -5a - \frac{1}{2}b
 \end{aligned}$$

- ③ 単項式と単項式との乗法は、係数の積と文字の積をそれぞれ求めて、それらをかけます。

除法は、分数の形にしたり、わる式の逆数をかける形にしたりして計算します。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 2a \times 3b &= (2 \times a) \times (3 \times b) \\
 &= 2 \times 3 \times a \times b \\
 &= 6ab
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad 24xy \div (-4x) &= 24xy \times \left(-\frac{1}{4x}\right) \\
 &= -\frac{24xy}{4x} \\
 &= -6y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad -5x^3 \div \frac{5}{3}x &= -5x^3 \times \frac{3}{5x} \\
 &= -\frac{5x^3 \times 3}{5x} \\
 &= -3x^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad \frac{1}{3}x^2y \div (-2x) \times 12y \\
 &= \frac{1}{3}x^2y \times \left(-\frac{1}{2x}\right) \times 12y \\
 &= -\frac{x^2y \times 12y}{3 \times 2x} \\
 &= -2xy^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 3(2x-y) &= 3 \times 2x + 3 \times (-y) \\
 &= 6x - 3y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (15x^2 - 9x + 12) \div 3 \\
 &= (15x^2 - 9x + 12) \times \frac{1}{3} \\
 &= 15x^2 \times \frac{1}{3} - 9x \times \frac{1}{3} + 12 \times \frac{1}{3} \\
 &= 5x^2 - 3x + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad 4(a-2b) - 3(a-3b) &= 4a - 8b - 3a + 9b \\
 &= a + b
 \end{aligned}$$

(4) 通分してから計算します。

$$\begin{aligned}
 \frac{5a-b}{3} + \frac{a+b}{2} &= \frac{2(5a-b) + 3(a+b)}{6} \\
 &= \frac{10a - 2b + 3a + 3b}{6} \\
 &= \frac{13a + b}{6}
 \end{aligned}$$

参考 $\frac{13}{6}a + \frac{1}{6}b$ と答えてもよいです。

- ⑤ (1) \times の記号を使って式を表します。負の数は () をつけて代入します。

$$\begin{aligned}
 6x^2y &= 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (-3) \\
 &= -6 \times \frac{1}{4} \times 3 \\
 &= -\frac{9}{2}
 \end{aligned}$$

(2) はじめに式を簡単にしてから、 x 、 y の値を代入します。負の数は () をつけて代入します。

$$\begin{aligned}
 4(2x-y) - (x+2y) &= 8x - 4y - x - 2y \\
 &= 7x - 6y \quad \leftarrow \boxed{\text{式を簡単にしておく。}}
 \end{aligned}$$

この式に、 $x = \frac{1}{2}$ 、 $y = -3$ を代入して、

$$\begin{aligned}
 7x - 6y &= 7 \times \frac{1}{2} - 6 \times (-3) \\
 &= \frac{7}{2} + 18 \\
 &= \frac{43}{2}
 \end{aligned}$$

- ⑥ 連続する2つの奇数の場合は、同じ文字を使って、 $2m-1$ 、 $2m+1$ と表します。 $4 \times$ (整数) の形が導ければ、4の倍数であるといえます。

参考 連続する2つの奇数を $2m+1$ と $2m+3$ としても説明できます。

- ⑦ もとの三角形の面積は $\frac{1}{2} \times 6x \times 4y = 12xy$ (cm²)

底辺を $\frac{1}{2}$ にすると、底辺は $6x \times \frac{1}{2} = 3x$ (cm)

高さを3倍にすると、高さは $4y \times 3 = 12y$ (cm)

このとき、面積は、 $\frac{1}{2} \times 3x \times 12y = 18xy$ (cm²)

よって、 $18xy \div 12xy = \frac{18xy}{12xy} = \frac{3}{2}$ (倍)

- ⑧ (1) 底辺が a cm、高さが h cm なので、

$$S = \frac{1}{2} \times a \times h = \frac{1}{2}ah$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}ah = S$$

$$ah = 2S$$

$$h = \frac{2S}{a}$$

(3) $h = \frac{2S}{a}$ に、 $S=18$ 、 $a=4$ を代入して、

$$h = \frac{2 \times 18}{4} = 9 \text{ (cm)}$$

2章 連立方程式

1節 連立方程式

2節 連立方程式の解き方

p.11-13

Step 2

① (1) $4x+3y=28$ (2) 2個

解き方 (1) 4本組 x 個で $4x$ 本, 3本組 y 個で $3y$ 本なので, 合わせて $4x+3y$ (本)。これが 28 本なので, $4x+3y=28$

(2) $4x+3y=28$ に $x=1, 2, \dots$ と, 順に代入して自然数となる y の値を調べます。 x も y も自然数になれば, この方程式の解です。

$x=1$ のとき,

$4+3y=28$ より, $y=8 \rightarrow y$ は自然数。

$x=2$ のとき,

$8+3y=28$ より, $y=\frac{20}{3} \rightarrow y$ は自然数ではない。

$x=3$ のとき,

$12+3y=28$ より, $y=\frac{16}{3} \rightarrow y$ は自然数ではない。

$x=4$ のとき,

$16+3y=28$ より, $y=4 \rightarrow y$ は自然数。

$x=5$ のとき,

$20+3y=28$ より, $y=\frac{8}{3} \rightarrow y$ は自然数ではない。

$x=6$ のとき,

$24+3y=28$ より, $y=\frac{4}{3} \rightarrow y$ は自然数ではない。

$x=7$ のとき,

$28+3y=28$ より, $y=0 \rightarrow y$ は自然数ではない。

x が 8 以上のとき, $4x$ は 28 より大きくなるので, y は負の数になり, 適しません。

以上より, x, y が両方とも自然数になる組は,

(1, 8), (4, 4) の 2 個。

② (エ)

解き方 x, y の値を 2 つの式に代入して, 2 つの式を同時に成り立たせるかどうかを調べます。

㉞ $x=12, y=8$ を代入すると,

(上の式) $=12+8=20$, (下の式) $=12-8=4$ ($\neq 8$)

㉟ $x=15, y=5$ を代入すると,

(上の式) $=15+5=20$, (下の式) $=15-5=10$ ($\neq 8$)

㊱ $x=16, y=4$ を代入すると,

(上の式) $=16+4=20$, (下の式) $=16-4=12$ ($\neq 8$)

㊲ $x=14, y=6$ を代入すると,

(上の式) $=14+6=20$, (下の式) $=14-6=8$

$$\textcircled{3} \begin{cases} \text{(1)} & \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases} \\ \text{(2)} & \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{(3)} & \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases} \\ \text{(4)} & \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases} \end{cases}$$

解き方 どちらかの文字の係数の絶対値をそろえ, 左辺どうし, 右辺どうしを加えたりひいたりして, その文字を消去して解きます。

(1) 2 つの式をひいて, y の項を消します。

$$\begin{cases} x+y=9 & \dots\dots\textcircled{1} \\ -x+y=1 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

①-② より, $x+y=9$

$$\begin{array}{r} -) -x+y=1 \\ \hline 2x \quad = 8 \end{array}$$

$$x=4$$

$x=4$ を ① に代入すると, $4+y=9$ より, $y=5$

(3) 2 つの式をそれぞれ整数倍して, x または y の係数の絶対値が等しくなるようにします。

$$\begin{cases} 4x-3y=9 & \dots\dots\textcircled{1} \\ 3x-5y=4 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 3 \quad 12x - 9y = 27$$

$$\textcircled{2} \times 4 \quad -) 12x - 20y = 16$$

$$11y = 11$$

$$y = 1$$

$y=1$ を ① に代入すると, $4x-3=9$ より, $x=3$

$$\textcircled{4} \begin{cases} \text{(1)} & \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases} \\ \text{(2)} & \begin{cases} x=6 \\ y=-2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{(3)} & \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases} \\ \text{(4)} & \begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases} \end{cases}$$

解き方 一方の式を他方の式に代入することによって, 1 つの文字を消去して解きます。

$$\text{(1)} \begin{cases} 2x+y=8 & \dots\dots\textcircled{1} \\ y=2x & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases} \quad \text{(3)} \begin{cases} y=1-2x & \dots\dots\textcircled{1} \\ 3x-2y=12 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入すると,

$$2x+2x=8$$

$$4x=8$$

$$x=2$$

$x=2$ を ② に代入すると,

$$y=4$$

①を②に代入すると,

$$3x-2(1-2x)=12$$

$$3x-2+4x=12$$

$$7x=14$$

$$x=2$$

$x=2$ を ① に代入すると,

$$y=-3$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} (1) \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} & (2) \begin{cases} x = 12 \\ y = 3 \end{cases} \\ (3) \begin{cases} x = 8 \\ y = 17 \end{cases} & (4) \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases} \end{cases}$$

解き方 かっこをはずして、式を整理してから、加減法または代入法で解きます。

$$(1) \begin{cases} 3x+2y=0 & \dots\dots\textcircled{1} \\ 2(x-y)+3y=1 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \text{より, } 2x-2y+3y=1$$

$$y=-2x+1 \dots\dots\textcircled{2}'$$

$\textcircled{2}'$ を $\textcircled{1}$ に代入すると、

$$3x+2(-2x+1)=0$$

$$3x-4x+2=0$$

$$-x=-2$$

$$x=2$$

$x=2$ を $\textcircled{2}'$ に代入すると、 $y=-3$

$$(3) \begin{cases} 3(x-y)+2y=7 & \dots\dots\textcircled{1} \\ 2x-(5x-2y)=10 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{より, } 3x-3y+2y=7$$

$$y=3x-7 \dots\dots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \text{より, } 2x-5x+2y=10$$

$$-3x+2y=10 \dots\dots\textcircled{2}'$$

$\textcircled{1}'$ を $\textcircled{2}'$ に代入すると、

$$-3x+2(3x-7)=10$$

$$-3x+6x-14=10$$

$$3x=24$$

$$x=8$$

$x=8$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると、 $y=17$

$$\textcircled{6} \begin{cases} (1) \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} & (2) \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases} \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x = 8 \\ y = 6 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$$

解き方 係数に分数をふくむ方程式は、係数がすべて整数になるように変形します。

(1) 下の式の両辺に 6 をかけます。

$$\begin{cases} x+2y=7 \\ 4x+3y=18 \end{cases}$$

(2) 上の式の両辺に 12 をかけます。

$$\begin{cases} -4x+3y=12 \\ 5x-3y=-6 \end{cases}$$

(3) 上の式の両辺に 3、下の式の両辺に 4 をかけます。

$$\begin{cases} 3x-y=18 \\ 3x+8y=72 \end{cases}$$

(4) 上の式の両辺に 5 をかけます。下の式の両辺に 12 をかけ、式の整理をします。

$$\begin{cases} x-3y=10 \\ 13x+6y=-5 \end{cases}$$

$$\textcircled{7} \begin{cases} (1) \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} & (2) \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases} \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}$$

解き方 係数に小数をふくむ方程式は、10、100、…などを両辺にかけて、係数を整数にします。

(1) 上の式の両辺に 10 をかけます。

$$\begin{cases} x+3y=15 \\ 3x-5y=-11 \end{cases}$$

(2) 下の式の両辺に 10 をかけます。

$$\begin{cases} 2x-y=9 \\ 12x+9y=39 \end{cases}$$

(3) 下の式の両辺に 100 をかけます。

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 15x+8y=84 \end{cases}$$

(4) 上の式の両辺に 100、下の式の両辺に 15 をかけます。

$$\begin{cases} 4x-3y=2 \\ 3x+5y=45 \end{cases}$$

$$\textcircled{8} \begin{cases} (1) \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} & (2) \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \end{cases}$$

解き方 $A=B=C$ の形の連立方程式は、

$$\begin{cases} A=B & \begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases} & \begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases} & \begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases} \end{cases}$$

の、どの組み合わせをつくって解いてもよいです。

$$(1) \begin{cases} 3x-y=7 & \dots\dots\textcircled{1} \\ -x+5y=7 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{より, } y=3x-7 \dots\dots\textcircled{1}'$$

$\textcircled{1}'$ を $\textcircled{2}$ に代入すると、

$$-x+5(3x-7)=7$$

$$-x+15x-35=7$$

$$14x=42$$

$$x=3$$

$x=3$ を $\textcircled{1}'$ に代入すると、 $y=2$

$$(2) \begin{cases} 2x+3y=3x+7 \\ 3x+7=6-y \end{cases} \text{の組み合わせをつくります。}$$

3節 連立方程式の利用

p.15-17

Step 2

① 鉛筆 1 本 60 円, ノート 1 冊 150 円

解き方 鉛筆 1 本を x 円, ノート 1 冊を y 円として, 連立方程式をつくり, 加減法で解きます。

$$\begin{cases} 6x+2y=660 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 4x+3y=690 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 2 \quad 12x+4y=1320 \\ \textcircled{2} \times 3 \quad -) 12x+9y=2070 \\ \hline \quad \quad \quad -5y=-750 \\ \quad \quad \quad y=150 \end{array}$$

$y=150$ を①に代入すると,
 $6x+300=660$ より, $x=60$

② 商品 A 20 個, 商品 B 10 個

解き方 商品 A を x 個, 商品 B を y 個つめるとして, 連立方程式をつくり, 加減法で解きます。

$$\begin{cases} x+y=30 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 50x+30y+200=1500 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

②を整理すると, $50x+30y=1300$

$$5x+3y=130 \cdots\cdots\textcircled{3}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 3 \quad 3x+3y=90 \\ \textcircled{3} \quad -) 5x+3y=130 \\ \hline \quad -2x \quad = -40 \\ \quad \quad \quad x=20 \end{array}$$

$x=20$ を①に代入すると, $20+y=30$ より, $y=10$

③ 平地 2km, 下り坂 6km

解き方 時間が関係する問題では, 単位を分か時間のどちらかに統一することに注意しましょう。

平地を x km, 下り坂を y km とすると, 家から海岸まで 8km 離れているので, $x+y=8$

(時間) = $\frac{\text{道のり}}{\text{速さ}}$ より, 平地を走った(時速 12km で進んだ)時間は $\frac{x}{12}$ 時間, 下り坂を走った(時速 18km で進んだ)時間は $\frac{y}{18}$ 時間です。

家を出発してから海岸に着くまでにかかった時間は,

30分 = $\frac{30}{60}$ 時間だから,

$$\frac{x}{12} + \frac{y}{18} = \frac{30}{60}$$

よって, 次の連立方程式がつくれます。

$$\begin{cases} x+y=8 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{18} = \frac{30}{60} & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

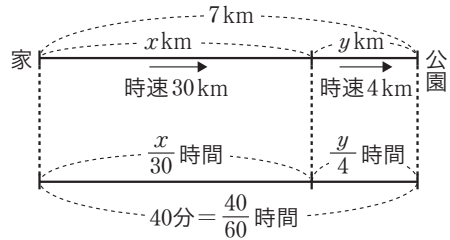
$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \times 36 \text{ より, } 3x+2y=18 \cdots\cdots\textcircled{2}' \\ \textcircled{2}' \quad \quad \quad 3x+2y=18 \\ \textcircled{1} \times 2 \quad -) 2x+2y=16 \\ \hline \quad \quad \quad x \quad = 2 \end{array}$$

$x=2$ を①に代入すると, $2+y=8$ より, $y=6$

④ 自転車で進んだ道のり 5km,

歩いた道のり 2km

解き方 道のりと時間の関係で連立方程式をつくり ます。時間の単位に注意しましょう。下のような線分図をかくと, よりわかりやすくなります。



自転車で進んだ道のりを x km, 歩いた道のりを y km とすると, 家から公園まで 7km 離れているので, $x+y=7$

(時間) = $\frac{\text{道のり}}{\text{速さ}}$ だから, 自転車で進んだ時間は $\frac{x}{30}$ 時間, 歩いた時間は $\frac{y}{4}$ 時間です。

家を出発してから公園に着くまでにかかった時間は,

40分 = $\frac{40}{60}$ 時間だから,

$$\frac{x}{30} + \frac{y}{4} = \frac{40}{60}$$

よって, 次の連立方程式がつくれます。

$$\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ \frac{x}{30} + \frac{y}{4} = \frac{40}{60} & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \times 60 \text{ より, } 2x+15y=40 \cdots\cdots\textcircled{2}' \\ \textcircled{2}' \quad \quad \quad 2x+15y=40 \\ \textcircled{1} \times 2 \quad -) 2x+2y=14 \\ \hline \quad \quad \quad 13y=26 \\ \quad \quad \quad y=2 \end{array}$$

$y=2$ を①に代入すると, $x+2=7$ より, $x=5$

⑤ 20%の食塩水 150g, 12%の食塩水 250g

解き方 20%の食塩水を x g, 12%の食塩水を y g 混ぜたとして連立方程式をつくります。

できた食塩水の重さから, $x+y=400$

20%の食塩水にふくまれる食塩の重さと, 12%の食塩水にふくまれる食塩の重さの合計は, 15%の食塩水にふくまれる食塩の重さと等しいから,

$$\frac{20}{100}x + \frac{12}{100}y = 400 \times \frac{15}{100}$$

よって, 次の連立方程式がつけれます。

$$\begin{cases} x+y=400 & \dots\dots① \\ \frac{20}{100}x + \frac{12}{100}y = 400 \times \frac{15}{100} & \dots\dots② \end{cases}$$

$$② \times 100 \text{ より, } 20x + 12y = 6000$$

$$\text{両辺を4でわると, } 5x + 3y = 1500 \dots\dots②'$$

$$① \times 5 \quad 5x + 3y = 2000$$

$$②' \quad \underline{-) 5x + 3y = 1500}$$

$$2y = 500$$

$$y = 250$$

$y=250$ を①に代入すると,

$$x + 250 = 400 \text{ より, } x = 150$$

⑥ 4%の合金 100g, 7%の合金 200g

解き方 4%の合金を x g, 7%の合金を y g 混ぜたとして連立方程式をつくります。

できた合金の重さから, $x+y=300$

4%の合金にふくまれる金と, 7%の合金にふくまれる金の量は, 6%の合金にふくまれる金の量と等しいから,

$$\frac{4}{100}x + \frac{7}{100}y = 300 \times \frac{6}{100}$$

よって, 次の連立方程式がつけれます。

$$\begin{cases} x+y=300 & \dots\dots① \\ \frac{4}{100}x + \frac{7}{100}y = 300 \times \frac{6}{100} & \dots\dots② \end{cases}$$

$$② \times 100 \text{ より, } 4x + 7y = 1800 \dots\dots②'$$

$$②' \quad 4x + 7y = 1800$$

$$① \times 4 \quad \underline{-) 4x + 4y = 1200}$$

$$3y = 600$$

$$y = 200$$

$y=200$ を①に代入すると,

$$x + 200 = 300 \text{ より, } x = 100$$

⑦ Aの仕入値 5000円, Bの仕入値 5500円

解き方 Aの仕入値を x 円, Bの仕入値を y 円として連立方程式をつくります。

Aの仕入値はBの仕入値より500円安いので,

$$y-x=500$$

つまり,

$$x=y-500$$

Aに4割の利益を見込んだときの定価は $(1+\frac{4}{10})x$ 円,

Bに3割の利益を見込んだときの定価は $(1+\frac{3}{10})y$ 円

です。Bの定価は, Aの定価より150円高いので,

$$(1+\frac{3}{10})y - (1+\frac{4}{10})x = 150$$

よって, 次の連立方程式がつけれます。

$$\begin{cases} x=y-500 & \dots\dots① \\ (1+\frac{3}{10})y - (1+\frac{4}{10})x = 150 & \dots\dots② \end{cases}$$

$$② \times 10 \text{ より, } 13y - 14x = 1500 \dots\dots②'$$

①を②'に代入すると,

$$13y - 14(y-500) = 1500$$

$$13y - 14y + 7000 = 1500$$

$$-y = -5500$$

$$y = 5500$$

$y=5500$ を①に代入すると, $x=5000$

⑧ 3人乗り 8艇, 2人乗り 7艇

解き方 ボートの艇数とクラスの人数で連立方程式をつくります。

3人乗りのボートを x 艇, 2人乗りのボートを y 艇とすると, ボートの合計が15艇だから,

$$x+y=15$$

クラスの人数が38人だから,

$$3x+2y=38$$

よって, 次の連立方程式がつけれます。

$$\begin{cases} x+y=15 & \dots\dots① \\ 3x+2y=38 & \dots\dots② \end{cases}$$

$$② \quad 3x + 2y = 38$$

$$① \times 2 \quad \underline{-) 2x + 2y = 30}$$

$$x = 8$$

$x=8$ を①に代入すると,

$$8+y=15 \text{ より, } y=7$$

9 大きい数7, 小さい数5

解き方 大きい数を x , 小さい数を y として連立方程式をつくり, 代入法で解きます。

$$\begin{cases} x = 2y - 3 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2x + 3y = 29 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

①を②に代入すると,

$$2(2y - 3) + 3y = 29$$

$$4y - 6 + 3y = 29$$

$$y = 5$$

$y = 5$ を①に代入すると, $x = 7$

10 27

解き方 もとの整数の十の位の数を x , 一の位の数を y とすると, もとの整数は $10x + y$, 十の位の数と一の位の数を入れかえてできる2けたの整数は $10y + x$ と表せます。

もとの2けたの整数は, 各位の数の和の3倍と等しいので, $10x + y = 3(x + y)$

また, 十の位の数と一の位の数を入れかえてできる2けたの整数は, もとの整数の3倍よりも9小さいので, $10y + x = 3(10x + y) - 9$

よって, 次の連立方程式がつけられます。

$$\begin{cases} 10x + y = 3(x + y) & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 10y + x = 3(10x + y) - 9 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{ より, } 7x - 2y = 0 \cdots\cdots\textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \text{ より, } -29x + 7y = -9 \cdots\cdots\textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' \times 7 \quad 49x - 14y = 0$$

$$\textcircled{2}' \times 2 \quad +) -58x + 14y = -18$$

$$\quad - 9x \quad = -18$$

$$x = 2$$

$x = 2$ を①'に代入すると, $14 - 2y = 0$ より, $y = 7$

もとの整数は $10x + y$ だから, 27

p.18-19

Step 3

$$\textcircled{1} \text{ (1) } \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}, \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{(2) } \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{(3) } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \text{ (1) } \begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases} \quad \text{(2) } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \quad \text{(3) } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{(4) } \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{(5) } \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{(6) } \begin{cases} x = 1 \\ y = -5 \end{cases}$$

$$\text{(7) } \begin{cases} x = 5 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{(8) } \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \quad \text{(9) } \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x = 3 \\ y = 7 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \text{ (1) } \begin{cases} 2x + y = 3200 \\ x + 3y = 3600 \end{cases}$$

(2) 大人1人1200円, 子ども1人800円

⑤ りんご11個, みかん19個

⑥ 食塩水A 8%, 食塩水B 3%

⑦ A地から峠2km, 峠からB地3km

解き方

① (1) x に, 順に1, 2, 3, ...を代入して, 自然数となる y の値を求めます。

$x = 1$ のとき, $y = 3 \rightarrow y$ は自然数。

$x = 2$ のとき, $y = \frac{5}{2} \rightarrow y$ は自然数ではない。

$x = 3$ のとき, $y = 2 \rightarrow y$ は自然数。

$x = 4$ のとき, $y = \frac{3}{2} \rightarrow y$ は自然数ではない。

$x = 5$ のとき, $y = 1 \rightarrow y$ は自然数。

x が6以上のとき, $2y$ は1以下になるので, y は自然数にならず, 適しません。

(2) x に, 順に1, 2, 3, ...を代入して, 自然数となる y の値を求めます。

$x = 1$ のとき, $y = 8 \rightarrow y$ は自然数。

$x = 2$ のとき, $y = 5 \rightarrow y$ は自然数。

$x = 3$ のとき, $y = 2 \rightarrow y$ は自然数。

x が4以上のとき, y は負の数になり, 適しません。

(3) (1), (2) の方程式を両方とも成り立たせる x, y の値の組が連立方程式の解となります。

2 (1)(2) 一方の式を他方の式に代入することによって、

1つの文字を消去して解きます。

$$(1) \begin{cases} y = -2x & \dots\dots\textcircled{1} \\ 3x + 4y = 10 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

①を②に代入すると、

$$3x + 4 \times (-2x) = 10$$

$$-5x = 10$$

$$x = -2$$

$x = -2$ を①に代入すると、 $y = 4$

(3) どちらかの文字の係数の絶対値をそろえ、左辺どうし、右辺どうしを加えたりひいたりして、その文字を消去して解きます。

2つの式をたして、 y の項を消します。

$$\begin{cases} x + 2y = 5 & \dots\dots\textcircled{1} \\ 3x - 2y = 7 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 5 & \dots\dots\textcircled{1} \\ 3x - 2y = 7 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

①+②より、 $x + 2y = 5$

$$+) \quad 3x - 2y = 7$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

$x = 3$ を①に代入すると、 $3 + 2y = 5$ より、 $y = 1$

(4) 2つの式をそれぞれ整数倍して、 x または y の係数の絶対値が等しくなるようにします。

$$\begin{cases} 3x + 7y = -2 & \dots\dots\textcircled{1} \\ 2x + 5y = -1 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 7y = -2 & \dots\dots\textcircled{1} \\ 2x + 5y = -1 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 2 \quad 6x + 14y = -4$$

$$\textcircled{2} \times 3 \quad -) \quad 6x + 15y = -3$$

$$- \quad y = -1$$

$$y = 1$$

$y = 1$ を②に代入すると、 $2x + 5 = -1$ より、

$$x = -3$$

3 $A = B = C$ の形の連立方程式は、

$$\begin{cases} A = B & \begin{cases} A = B \\ A = C \end{cases} & \begin{cases} A = C \\ B = C \end{cases} \\ A = C & \begin{cases} A = B \\ B = C \end{cases} & \begin{cases} A = C \\ B = C \end{cases} \end{cases}$$

の、どの組み合わせをつくって解いてもよいです。

$$\begin{cases} -x + y = 4 \\ 6x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x + y = 4 \\ 6x - 2y = 4 \end{cases}$$

として、これを解きます。

4 (1) 大人2人と子ども1人では3200円なので、

$$2x + y = 3200$$

大人1人と子ども3人では3600円なので、

$$x + 3y = 3600$$

$$(2) \begin{cases} 2x + y = 3200 & \dots\dots\textcircled{1} \\ x + 3y = 3600 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 3200 & \dots\dots\textcircled{1} \\ x + 3y = 3600 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{より、} y = 3200 - 2x \dots\dots\textcircled{1}'$$

①'を②に代入すると、

$$x + 3(3200 - 2x) = 3600$$

$$x + 9600 - 6x = 3600$$

$$-5x = -6000$$

$$x = 1200$$

$x = 1200$ を①'に代入すると、 $y = 800$

5 りんごを x 個、みかんを y 個買ったとして連立方程式をつくりま。

$$\begin{cases} x + y = 30 & \dots\dots\textcircled{1} \\ 120x + 50y = 2270 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 30 & \dots\dots\textcircled{1} \\ 120x + 50y = 2270 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad 120x + 50y = 2270$$

$$\textcircled{1} \times 50 \quad -) \quad 50x + 50y = 1500$$

$$70x = 770$$

$$x = 11$$

$x = 11$ を①に代入すると、 $y = 19$

6 食塩水Aの濃度を $x\%$ 、食塩水Bの濃度を $y\%$ として連立方程式をつくりま。

200gの食塩水Aと300gの食塩水Bを混ぜると5%の食塩水になることから、

$$200 \times \frac{x}{100} + 300 \times \frac{y}{100} = 500 \times \frac{5}{100}$$

300gの食塩水Aと200gの食塩水Bを混ぜると6%の食塩水になることから、

$$300 \times \frac{x}{100} + 200 \times \frac{y}{100} = 500 \times \frac{6}{100}$$

それぞれ式を整理すると、次の連立方程式がつけられます。

$$\begin{cases} 2x + 3y = 25 \\ 3x + 2y = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 25 \\ 3x + 2y = 30 \end{cases}$$

7 A地から峠までを x km、峠からB地までを y kmとして連立方程式をつくりま。

行きはA地から峠までを時速2km、峠からB地までを時速4kmで歩いたら、1時間45分、すな

$$\text{わち、} 1 \frac{45}{60} \text{時間かかったので、} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1 \frac{45}{60}$$

帰りはB地から峠までを時速2km、峠からA地までを時速4kmで歩いたら、2時間かかったので、

$$\frac{y}{2} + \frac{x}{4} = 2$$

それぞれ式を整理すると、次の連立方程式がつけられます。

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

3章 1次関数

1節 1次関数

p.21-23

Step 2

① ㊦

解き方 $y=ax+b$ の形 (y が x の1次式) で表される式が1次関数です。㊦は、 $y=50x+70$ なので、1次関数です。㊧は、 $xy=36$ より、 $y=\frac{36}{x}$ なので、1次関数ではありません。㊨は進む速度によって、かかる時間 y はちがうので1次関数といえません。

② (1) ㊦ -14 ㊧ -11 ㊨ -8

㊩ -5 ㊪ -2 ㊫ 1

㊬ 5

(2) 3

解き方 (1) ㊬ $y=10$ を $y=3x-5$ に代入して、 x の値を求めます。

(2) $y=ax+b$ では、 x の値が1ずつ増加すると、対応する y の値は a ずつ増加するので、 $y=3x-5$ では、3となります。

③ (1) $-\frac{2}{3}$ (2) -12

解き方 (1) 変化の割合は一定で、 $y=ax+b$ の a に等しいです。

(2) (変化の割合) = $\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})}$ より、

(y の増加量) = (x の増加量) \times (変化の割合)

よって、 $18 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -12$

④ (1) -5 (2) $\frac{2}{3}$ (3) -3

解き方 (1) x の値が1増加するときの y の増加量は、変化の割合に等しいです。

(2) (変化の割合) = $\frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})}$ より、

(変化の割合) = $\frac{8}{3} \div 4 = \frac{2}{3}$

(3) x の増加量は $3 - (-2) = 5$

y の増加量は $-31 - (-16) = -15$ なので、

(変化の割合) = $\frac{-15}{5} = -3$

⑤ (1) y 軸の正の向きに、6だけ平行移動させたもの

(2) 傾き $-\frac{3}{5}$ ，切片 6

解き方 (1) 1次関数 $y=ax+b$ のグラフは、 $y=ax$ のグラフを、 y 軸の正の向きに、 b だけ平行移動させたものです。

(2) 1次関数 $y=ax+b$ のグラフは直線であり、 a はその直線の傾きを表しています。 b はこの直線と y 軸の交点の y 座標ですので、この直線の切片は b の値です。

⑥ (1) ㊩ (2) ㊦

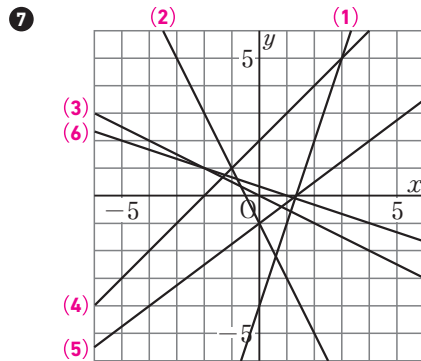
(3) ㊦ (4) ㊧, ㊨

解き方 (1) 1次関数 $y=ax+b$ のグラフの傾きは a の値です。

(2) 1次関数 $y=ax+b$ で $a>0$ のとき、 x の値が増加すると、対応する y の値も増加します。また、 $a<0$ のとき、 x の値が増加すると、対応する y の値は減少します。

(3) x の値が増加すると、対応する y の値も増加するとき、グラフは右上がりになります。

(4) x の値が増加すると、対応する y の値が減少するとき、グラフは右下がりになります。



解き方 切片や傾きなどをもとにして、グラフが通る2点を求めます。次の2通りのかき方があります。

① 傾きと切片を求めてかく。

(例) (1) は、傾き 3，切片 -4

(2) は、傾き -2，切片 -1

(4) は、傾き 1，切片 2

② y が整数となるような適当な整数を x に選び、2 点を求めてかく。

(例)(3) は、2 点 $(0, 0)$, $(2, -1)$ を通る。

(5) は、2 点 $(0, -1)$, $(4, 2)$ を通る。

(6) は、2 点 $(4, -1)$, $(1, 0)$ を通る。

⑧ (1) $y = -4x - 4$ (2) $y = -2x + 4$

(3) $y = \frac{1}{2}x + 1$ (4) $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

解き方 傾きと切片を読み取ります。

(1) 直線は y 軸上の点 $(0, -4)$ を通るから、切片は -4 であり、右へ 1 進むと下へ 4 進むから、傾きは -4 です。

よって、求める式は、 $y = -4x - 4$

(2) 直線は y 軸上の点 $(0, 4)$ を通るから、切片は 4 であり、右へ 1 進むと下へ 2 進むから、傾きは -2 です。

よって、求める式は、 $y = -2x + 4$

(3) 直線は y 軸上の点 $(0, 1)$ を通るから、切片は 1 であり、右へ 2 進むと上へ 1 進むから、傾きは $\frac{1}{2}$ です。

よって、求める式は、 $y = \frac{1}{2}x + 1$

(4) 求める直線の式を $y = ax + b$ とします。切片 b が読み取れないので、直線上の点の座標が整数である 2 点を見つけて、傾きを求めます。

直線は右へ 3 進むと上へ 2 進むから、傾きは $\frac{2}{3}$ より

$$a = \frac{2}{3} \text{ だから、} y = \frac{2}{3}x + b$$

また、 $(1, -1)$ を通るので、 $x = 1$, $y = -1$ を代入すると、 $b = -\frac{5}{3}$

よって、求める式は、 $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

⑨ (1) $y = -2x + 5$ (2) $y = 4x - 3$

(3) $y = -2x + 15$ (4) $y = -\frac{3}{4}x + 3$

解き方 求める直線の式を $y = ax + b$ とします。

(1) 変化の割合が -2 であるから、 $a = -2$ で、 $y = -2x + b$

$x = 1$, $y = 3$ を代入すると、 $b = 5$

したがって、求める式は、 $y = -2x + 5$

(2) 変化の割合が 4 であるから、 $a = 4$ で、 $y = 4x + b$

$x = 1$, $y = 1$ を代入すると、 $b = -3$

したがって、求める式は、 $y = 4x - 3$

(3) (変化の割合) $= \frac{-1-3}{8-6} = -2$

だから、 $y = -2x + b$

$x = 6$, $y = 3$ を代入すると、 $b = 15$

したがって、求める式は、 $y = -2x + 15$

別解

$x = 6$ のとき $y = 3$ だから、 $3 = 6a + b \cdots \cdots \textcircled{1}$

$x = 8$ のとき $y = -1$ だから、 $-1 = 8a + b \cdots \cdots \textcircled{2}$

① と ② を連立方程式として解くと、

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 15 \end{cases}$$

したがって、求める式は、 $y = -2x + 15$

(4) x の増加量が 4 のときの y の増加量が -3 だから、

$$\text{(変化の割合)} = \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = -\frac{3}{4}$$

だから、 $y = -\frac{3}{4}x + b$

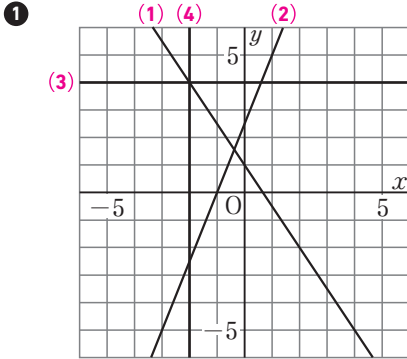
$x = 8$, $y = -3$ を代入すると、 $b = 3$

したがって、求める式は、 $y = -\frac{3}{4}x + 3$

2 節 方程式とグラフ

p.25

Step 2



解き方 y について解き、傾きと切片からグラフをかきます。

(1) $3x+2y=2$
 $2y=-3x+2$
 $y=-\frac{3}{2}x+1 \rightarrow$ 切片は 1, 傾きは $-\frac{3}{2}$

(2) $5x-2y=-5$
 $2y=5x+5$
 $y=\frac{5}{2}x+\frac{5}{2} \rightarrow$ 切片は $\frac{5}{2}$, 傾きは $\frac{5}{2}$

$x=-1$ のとき $y=0$ だから, 点 $(-1, 0)$ を通り, 傾き $\frac{5}{2}$ の直線をかく。

(3) $4y=16$ より, $y=4$
 したがって, $4y=16$ のグラフは, 点 $(0, 4)$ を通り, x 軸に平行な直線となります。

(4) $-5x=10$ より, $x=-2$
 したがって, $-5x=10$ のグラフは, 点 $(-2, 0)$ を通り, y 軸に平行な直線となります。

② (1) $y=x+2$ (2) $y=3x-1$ (3) $(\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$

解き方 傾きと切片を読み取ります。

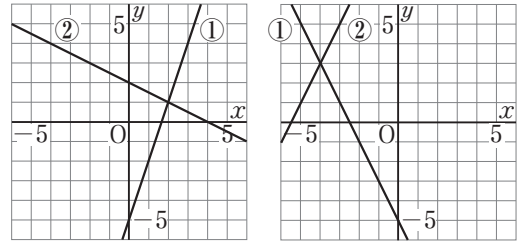
(1) 直線は y 軸上の点 $(0, 2)$ を通るから, 切片は 2 であり, 右へ 1 進むと上へ 1 進むから, 傾きは 1 です。よって, 求める式は, $y=x+2$

(2) 直線は y 軸上の点 $(0, -1)$ を通るから, 切片は -1 であり, 右へ 1 進むと上へ 3 進むから, 傾きは 3 です。

よって, 求める式は, $y=3x-1$

(3) 連立方程式 $\begin{cases} y=x+2 \\ y=3x-1 \end{cases}$ を解くと, $x=\frac{3}{2}$, $y=\frac{7}{2}$ となるから, 交点の座標は, $(\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$ です。

③ (1) $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=-4 \\ y=3 \end{cases}$



解き方 連立方程式の解は, それぞれの方程式のグラフの交点の座標, つまり, 2 直線の交点の座標として求めることができます。2 つの方程式のグラフを正しくかき, 交点の座標を調べましょう。

(1) 直線①は, $3x-y=5$ より, $y=3x-5$ よって, 傾き 3, 切片 -5 の直線をかきます。

また, 直線②は, $x+2y=4$ より, $y=-\frac{1}{2}x+2$ 傾き $-\frac{1}{2}$, 切片 2 の直線をかきます。

この 2 直線のグラフの交点は, $(2, 1)$ になります。

(2) 直線①は, $4x+2y=-10$ より, $y=-2x-5$ 傾き -2 , 切片 -5 の直線をかきます。

また, 直線②は, $2x-y=-11$ より, $y=2x+11$ $x=-5$ のとき $y=1$ だから, 点 $(-5, 1)$ を通り, 傾き 2 の直線をかきます。

この 2 直線のグラフの交点は, $(-4, 3)$ となる。

参考(2) で求めた x 座標, y 座標を連立方程式に代入して, 連立方程式の解が, グラフの交点の座標と一致することを確認します。

$4x+2y=-10$ に, $x=-4$, $y=3$ を代入すると,
 (左辺) $=4 \times (-4) + 2 \times 3$

$=-16+6$
 $=-10 =$ (右辺)

$2x-y=-11$ に, $x=-4$, $y=3$ を代入すると,
 (左辺) $=2 \times (-4) - 3$

$=-8-3$
 $=-11 =$ (右辺)

連立方程式の解が, グラフの交点の座標と一致しました。

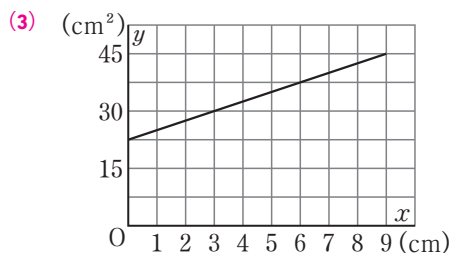
3 節 1 次関数の利用

p.27

Step 2

$$\textcircled{1} (1) y = \frac{5}{2}x + \frac{45}{2}$$

(2) x の変域 $0 \leq x \leq 9$, y の変域 $\frac{45}{2} \leq y \leq 45$



(4) 3

解き方 (1) PC = 9 - x (cm) です。

四角形 ABPD = 四角形 ABCD - △DPC より、

$$\begin{aligned} y &= 5 \times 9 - \frac{1}{2} \times 5 \times (9 - x) \\ &= \frac{5}{2}x + \frac{45}{2} \end{aligned}$$

別解 台形 ABPD とみて、

$$\begin{aligned} y &= (9 + x) \times 5 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{5}{2}x + \frac{45}{2} \end{aligned}$$

(2) 点 P は辺上を B から C まで動くので、 x の変域は、 $0 \leq x \leq 9$ です。

y の値の最小値は、点 P が B にあるときの面積となり、

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 9 = \frac{45}{2}$$

また、 y の値の最大値は、点 P が C にあるときの面積となり、縦は AB で 5 cm、横は AD で 9 cm の長方形だから、

$$5 \times 9 = 45$$

よって、 y の変域は、 $\frac{45}{2} \leq y \leq 45$

(3) 変域に注意して、(1) で求めた式のグラフをかく。

(4) (1) で求めた式に、 $y = 30$ を代入すると、

$$30 = \frac{5}{2}x + \frac{45}{2}$$

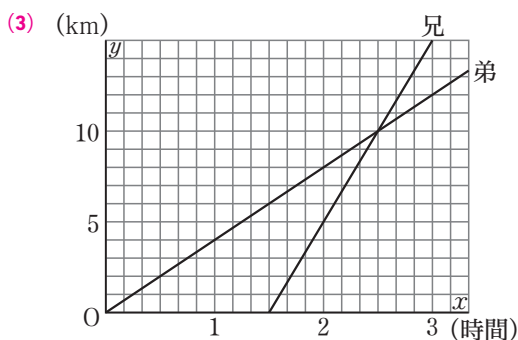
$$60 = 5x + 45$$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

$$\textcircled{2} (1) y = 4x$$

$$(2) y = 10x - 15$$



(4) 2.5 時間後

解き方 (1) 原点を通って、傾きは 4 の直線なので、 $y = 4x$ です。

(2) 傾きは 10 なので、 $y = 10x + b$ とします。

点 (1.5, 0) を通るので、 $x = 1.5$, $y = 0$ を代入して、 $0 = 10 \times 1.5 + b$ より、 $b = -15$

よって、 $y = 10x - 15$

(3) 弟のグラフは、式 $y = 4x$ に $x = 1$ を代入して、 $y = 4$ なので、2 点 (0, 0), (1, 4) を通るグラフをかきます。

兄のグラフは、式 $y = 10x - 15$ に $x = 2$ を代入して $y = 5$ 、また、 $x = 3$ を代入して $y = 15$ なので、2 点 (2, 5), (3, 15) を通るグラフになります。

(4) (3) でかいたグラフより、2 つの直線が交わるところで、兄は弟に追いつきます。

点 (2.5, 10) で交わっているので、兄は弟が出発して 2.5 時間後に、家から 10 km のところで追いつきます。

別解 2 つの直線の交わりがグラフから読み取れない場合は、(1) と (2) の式の連立方程式から求めることができます。

$$\begin{cases} y = 4x & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y = 10x - 15 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① を ② に代入すると、

$$4x = 10x - 15$$

$$-6x = -15$$

$$x = 2.5$$

$x = 2.5$ を ① に代入すると、 $y = 10$

よって、兄は弟が出発して 2.5 時間後に、家から 10 km のところで追いつくことがわかります。

p.28-29

Step 3

1 ア

2 (1) -3 (2) -15

3 (右の図)

4 (1) ① $y = -\frac{2}{3}x - 3$

② $y = 2$

③ $x = -4$

④ $y = 3x + 1$

(2) $(-\frac{12}{11}, -\frac{25}{11})$ (3) $(\frac{1}{3}, 2)$

5 (1) $y = \frac{1}{3}x + 3$ (2) $y = \frac{1}{2}x + 2$

6 (1) $(\frac{3}{11}, \frac{18}{11})$ (2) $y = \frac{1}{2}x - 1$

7 (1) $y = 4x (0 \leq x \leq 4)$ (2) $y = 16 (4 \leq x \leq 12)$

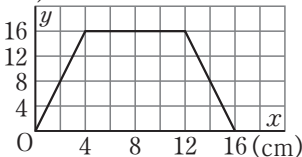
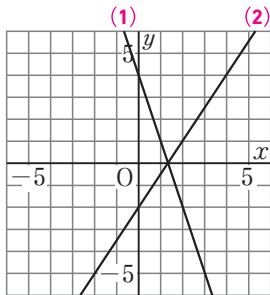
(3) $y = -4x + 64 (12 \leq x \leq 16)$

(4) (右の図) (cm²)

(5) 2, 14

8 (1) 5 cm

(2) 140g



解き方

1 1次関数は、 $y = ax + b$ の形で表されます。

㊦ $y = 100 + 30 \times x$ より、 $y = 30x + 100$

㊧ $y = x \times x \times \pi$ より、 $y = \pi x^2$

㊨ $y = 20 \div x$ より、 $y = \frac{20}{x}$

2 (1) (xの増加量) = $6 - 2 = 4$

(yの増加量) = $-14 - (-2) = -12$ より、

(変化の割合) = $\frac{-12}{4} = -3$

(2) (変化の割合) = $\frac{(yの増加量)}{(xの増加量)}$ より、

(yの増加量) = (xの増加量) × (変化の割合)

よって、 $5 \times (-3) = -15$

3 (1) 傾き -3, 切片 4 の直線をかきます。

(2) 傾き $\frac{3}{2}$, 切片 -2 の直線をかきます。

4 (1) 直線①は y 軸上の点 (0, -3) を通るから、切

片は -3 で、傾きは $-\frac{2}{3}$ です。求める式は、

$y = -\frac{2}{3}x - 3$ です。

直線②は y 軸上の点 (0, 2) を通り、x 軸に平行だから、求める式は、 $y = 2$ です。

直線③は x 軸上の点 (-4, 0) を通り、y 軸に平行だから、求める式は、 $x = -4$ です。

直線④は y 軸上の点 (0, 1) を通るから、切片は 1 で、傾きは 3 です。求める式は、 $y = 3x + 1$ です。

(2) 連立方程式 $\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x - 3 \\ y = 3x + 1 \end{cases}$ を解きます。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} y = 2 \\ y = 3x + 1 \end{cases}$ を解きます。

5 切片を b とします。

(1) 変化の割合が $\frac{1}{3}$ であるから、 $y = \frac{1}{3}x + b$
 $x = 6, y = 5$ を代入すると、 $b = 3$

(2) (変化の割合) = $\frac{4 - 1}{4 - (-2)} = \frac{1}{2}$ であるから、
 $y = \frac{1}{2}x + b$ $x = 4, y = 4$ を代入すると、 $b = 2$

6 (1) 連立方程式 $\begin{cases} 4x + 3y - 6 = 0 \\ 6x - y = 0 \end{cases}$ を解きます。

(2) 直線 $y = -x + 2$ と直線 $y = 0$ (x 軸) との交点の座標は、 $y = 0$ を $y = -x + 2$ に代入して、 $(2, 0)$ です。よって、2 点 $(8, 3), (2, 0)$ を通る直線の式を求めます。

7 (1) $y = \frac{1}{2} \times 8 \times x$ より、 $y = 4x (0 \leq x \leq 4)$

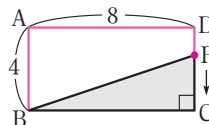
(2) $y = \frac{1}{2} \times 8 \times 4$ より、 $y = 16 (4 \leq x \leq 12)$

(3) $CP = (4 + 8 + 4) - x = 16 - x$ (cm) だから、

$y = \frac{1}{2} \times 8 \times (16 - x)$ より、

$y = -4x + 64 (12 \leq x \leq 16)$

(5) グラフで、 $y = 8$ になる
 ときの x の値を読み取ります。



8 (1) おもり 1g をつるしたときのばねののびを a cm、

おもりをつるさないときのばねの長さを b cm とすると、xg のおもりをつるしたときのばねの長さ y cm は、 $y = ax + b$ で表されます。

$x = 60$ のとき $y = 14$ だから、 $14 = 60a + b \dots\dots ①$

$x = 220$ のとき $y = 38$ だから、 $38 = 220a + b \dots\dots ②$

①と②を連立方程式として解いて a, b の値を求めると、 $a = \frac{3}{20}, b = 5$ よって、 $y = \frac{3}{20}x + 5$

おもりをつるさないので、 $x = 0$ のときの y の値 (切片) を求めます。

(2) $y = 26$ のときの x の値を求めます。

4章 平行と合同

1節 角と平行線

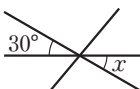
p.31-34

Step 2

① $\angle x = 30^\circ$, $\angle y = 100^\circ$

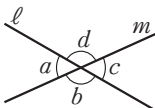
解き方 $\angle x$ は 30° の対頂角です。

$$\begin{aligned} \angle y &= 180^\circ - (\angle x + 50^\circ) && \text{参考 } \angle x \\ &= 180^\circ - (30^\circ + 50^\circ) \\ &= 100^\circ \end{aligned}$$

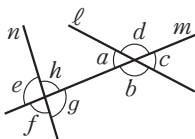


② (1) $\angle c$ (2) $\angle e$ (3) $\angle f$
 (4) $\angle h$ (5) $\angle a$

解き方 (1) 右の図のように、2直線 ℓ と m が交わっているの、 $\angle a$ と $\angle c$ は対頂角になります。



(2)(3) 右の図のように、2直線 ℓ , n に1つの直線 m が交わっているの、 $\angle a$ と $\angle e$ は同位角、 $\angle b$ と $\angle f$, $\angle c$ と $\angle g$, $\angle d$ と $\angle h$ もそれぞれ同位角です。



(4)(5) $\angle b$ と $\angle h$, $\angle g$ と $\angle a$ がそれぞれ錯角です。

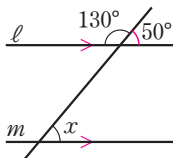
③ (1) 100° (2) 60° (3) 108°
 (4) 50°

解き方 (1) 平行線の同位角は等しいから、 $\angle x = 100^\circ$

(2) 平行線の錯角は等しいから、 $\angle x = 60^\circ$

(3) 平行線の錯角は等しいから、 $\angle x = 108^\circ$

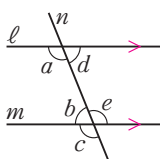
(4) 平行線の同位角は等しいから、 $\angle x = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$



④ (1) $\angle b + \angle c$ (2) $\angle a$ (3) $\angle a + \angle b$

解き方 (1) $\angle a + \angle d$, $\angle b + \angle e$ も 180° になりますが、これらは直線 n を表していません。

(3) $\angle b + \angle c = 180^\circ$ に $\angle c = \angle a$ を代入します。



⑤ (1) 117° (2) 113° (3) 38°
 (4) 75° (5) 48°
 (6) $\angle x = 108^\circ$ $\angle y = 138^\circ$

解き方 (1) 三角形の1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから、

$$\angle x = 57^\circ + 60^\circ = 117^\circ$$

(2) 三角形の1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから、

$$\angle x = 55^\circ + (180^\circ - 122^\circ) = 113^\circ$$

(3) $\triangle DEC$ で、1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから、

$$\angle ECD + 30^\circ = 118^\circ$$

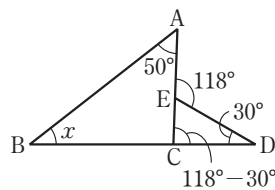
$$\angle ECD = 118^\circ - 30^\circ = 88^\circ$$

$\triangle ABC$ で同様に、

$$\angle x + 50^\circ = \angle ECD$$

$$\angle x = \angle ECD - 50^\circ$$

$$= 88^\circ - 50^\circ = 38^\circ$$



(4) $\triangle CED$ で、1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから、

$$\angle CED + 35^\circ = 130^\circ$$

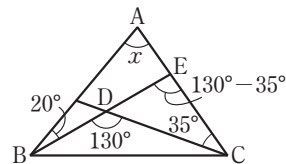
$$\angle CED = 130^\circ - 35^\circ = 95^\circ$$

$\triangle BEA$ で同様に、

$$\angle x + 20^\circ = \angle CED$$

$$\angle x = \angle CED - 20^\circ$$

$$= 95^\circ - 20^\circ = 75^\circ$$

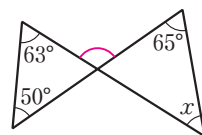


(5) 2つの三角形に共通な外角

の大きさを考えます。

$$\angle x + 65^\circ = 63^\circ + 50^\circ$$

$$\angle x = 48^\circ$$



(6) $\triangle AIE$ で、1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから、

$$\angle AIB = 64^\circ + 28^\circ = 92^\circ$$

$\triangle BEF$ で同様に、 $\angle BED = 16^\circ + 30^\circ = 46^\circ$

$\triangle BIH$ で同様に、

$$\angle x = 16^\circ + \angle BIH$$

$$= 16^\circ + \angle AIB$$

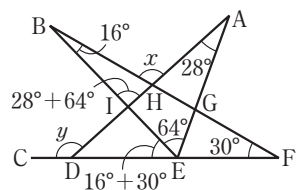
$$= 16^\circ + 92^\circ = 108^\circ$$

$\triangle ADE$ で同様に、

$$\angle y = 28^\circ + \angle AED$$

$$= 28^\circ + \angle AEI + \angle BED$$

$$= 28^\circ + 64^\circ + 46^\circ = 138^\circ$$

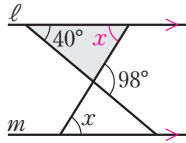


- ⑥ (1) 58° (2) 50° (3) 87°
 (4) 78° (5) 50° (6) 35°

解き方 (1) 平行線の錯角は等しいことと、三角形の1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいことから、

$$40^\circ + \angle x = 98^\circ$$

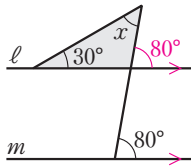
$$\angle x = 58^\circ$$



(2) 平行線の同位角は等しいことと、三角形の1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいことから、

$$30^\circ + \angle x = 80^\circ$$

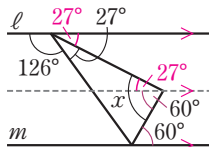
$$\angle x = 50^\circ$$



(3) 三角形の角を通り、直線 l , m に平行な直線をひくと、平行線の錯角が等しいことが利用できます。

$$180^\circ - (126^\circ + 27^\circ) = 27^\circ$$

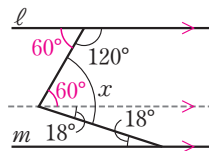
$$\angle x = 27^\circ + 60^\circ = 87^\circ$$



(4) 折れ線の頂点を通り、直線 l , m に平行な直線をひくと、平行線の錯角が等しいことが利用できます。

$$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

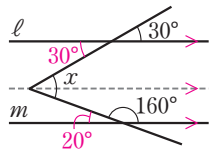
$$\angle x = 18^\circ + 60^\circ = 78^\circ$$



(5) 折れ線の頂点を通り、直線 l , m に平行な直線をひき、対頂角が等しいことと、平行線の錯角が等しいことを利用します。

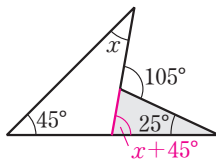
$$180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

$$\angle x = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$$



(6) 右の図のように補助線をひいて考えます。

三角形の1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいことより、
 $(\angle x + 45^\circ) + 25^\circ = 105^\circ$
 $\angle x = 35^\circ$



- ⑦ (1) 900° (2) 144° (3) 72°

解き方 (1) $180^\circ \times (7-2) = 900^\circ$

- (2) $180^\circ \times (10-2) = 1440^\circ$, $1440^\circ \div 10 = 144^\circ$
 (3) n 角形の外角の和は 360° だから、 $360^\circ \div 5 = 72^\circ$

- ⑧ (1) 115° (2) 110° (3) 101°
 (4) 113°

解き方 (1) n 角形の外角の和は 360° だから、
 $\angle x = 360^\circ - (110^\circ + 135^\circ) = 115^\circ$

(2) 五角形の内角の和は、
 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$

$$\angle x = 540^\circ - (95^\circ + 120^\circ + 130^\circ + 85^\circ) = 110^\circ$$

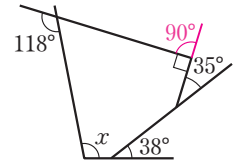
(3) n 角形の外角の和は 360° だから、

$$(\angle x \text{ の外角}) + 38^\circ + 35^\circ + 90^\circ + 118^\circ = 360^\circ$$

$$(\angle x \text{ の外角}) = 79^\circ$$

よって、

$$\angle x = 180^\circ - 79^\circ = 101^\circ$$

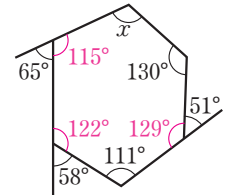


(4) 六角形の内角の和は、

$$180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$$

$$\angle x + 115^\circ + 122^\circ + 111^\circ + 129^\circ + 130^\circ = 720^\circ$$

よって、 $\angle x = 113^\circ$



別解 n 角形の外角の和から求めてもよいです。

⑨ (例) $\triangle AHE$ で、 $\angle a + \angle e = \angle IHC$

$\triangle BIF$ で、 $\angle b + \angle f = \angle DIH$

$$\text{よって、} \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f = (\angle a + \angle e) + (\angle b + \angle f) + \angle c + \angle d = \angle IHC + \angle DIH + \angle c + \angle d$$

これは、四角形 $CDIH$ の4つの内角の和に等しいから、 360° である。

(別解) 頂点 B と C を直線で結ぶ。

$\triangle BCH$ と $\triangle AHE$ で、

対頂角は等しいから、 $\angle BHC = \angle AHE$

よって、 $\angle HBC + \angle HCB = \angle a + \angle e$

四角形 $BCDF$ の内角の和は 360° だから、

$$\angle b + (\angle a + \angle e) + \angle c + \angle d + \angle f = 360^\circ$$

解き方 2つの角を1つにまとめていきます。

2 節 図形の合同

p.36-39

Step 2

① 四角形 EFGH ≡ 四角形 MNOP

解き方 四角形の辺の長さや角の大きさを比べます。

② 合同な三角形 ㉗, ㉘, 合同条件 ①

合同な三角形 ㉙, ㉚, ㉛, 合同条件 ③

合同な三角形 ㉜, ㉝, ㉞, 合同条件 ②

解き方 合同条件にあてはめて考えます。

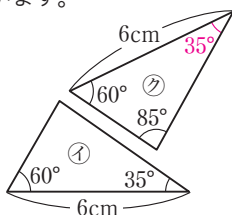
㉗では、3 辺の長さが、㉙では、1 辺の長さとその両端の角の大きさが、㉜では、2 辺の長さとその間の角の大きさがそれぞれわかっています。

㉛の三角形の残り 1 つの角

の大きさは、

$$180^\circ - (60^\circ + 85^\circ) = 35^\circ$$

したがって、㉛は㉙と合同になります。



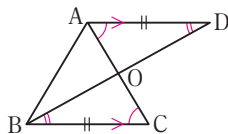
③ 合同な三角形 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$, 合同条件 ③

解き方 平行線の錯角は等しいから、

$$\angle OAD = \angle OCB,$$

$$\angle ODA = \angle OBC$$

になります。



④ (1) 仮定 $AB=AC$, 結論 $\angle B = \angle C$

(2) 仮定 a, b が連続する自然数,

結論 $a+b$ は奇数

解き方 (2) 仮定や結論がことばで表されている場合もあります。

⑤ (図は右)

仮定 $\angle POA = \angle POB$

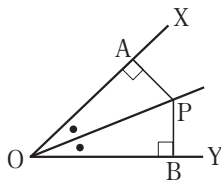
$$\angle PAO = 90^\circ$$

$$\angle PBO = 90^\circ$$

結論 $PA=PB$

解き方 作図題ではないので、作図線は残さないでよいです。図に、同じ大きさの角であることを示す記号や垂直の記号をかきこんでおきます。

仮定の、 $\angle PAO = 90^\circ$, $\angle PBO = 90^\circ$ は、それぞれ、 $PA \perp OA$, $PB \perp OB$ としてもよいです。



⑥ (1) 仮定 $AB=AC$, $\angle BAM = \angle CAM$

結論 $BM=CM$

(2) $\triangle ABM$ と $\triangle ACM$

(3) ㉗ $\triangle ACM$ ㉙ AC ㉚ $\angle CAM$

㉜ 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

㉙ $\triangle ACM$ ㉚ 対応する辺

㉜ CM

解き方 (1) 仮定や結論を書くときにも、対応する辺や角の関係を考えて表します。

(3) 合同条件は、同じ内容になっていれば、表現が多少ちがってもよいです。

⑦ (1) AD

(2) CA

(3) CAD

(4) 60

(5) 2 組の辺とその間の角が、それぞれ等しい

(6) CAD

(7) 対応する辺

(8) CD

解き方 (1), (2), (3) の等しい辺や角を書くとき、最初の「 $\triangle ABE$ と $\triangle CAD$ で」の順番どおり、等号の左に $\triangle ABE$ の辺や角、右に $\triangle CAD$ の辺や角を書きましょう。仮定や結論を書くときにも、対応する辺や角の関係を考えて表します。

合同条件は、同じ内容になっていれば、表現が多少ちがってもよいです。

⑧ (例) $\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ で、

$$\text{仮定から, } AB=DC \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$AC=DB \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{共通な辺だから, } BC=CB \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③ から、3 組の辺がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

合同な三角形の対応する角だから、

$$\angle BAC = \angle CDB$$

解き方 仮定より、 $AB=DC$, $AC=DB$

共通な辺より、 $BC=CB$

別解 $\triangle ABD$ と $\triangle DCA$ が合同であることを利用して導くこともできます。

$\triangle ABD$ と $\triangle DCA$ で、

$$\text{仮定から, } AB=DC \cdots \cdots \textcircled{1} \quad DB=AC \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{共通な辺だから, } AD=DA \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③ から, 3組の辺がそれぞれ等しいので,
 $\triangle ABD \equiv \triangle DCA$
 合同な三角形の対応する角だから,
 $\angle BAD = \angle CDA \cdots \cdots ④$
 $\angle BDA = \angle CAD \cdots \cdots ⑤$
 ④, ⑤ から,
 $\angle BAC = \angle BAD - \angle CAD$
 $= \angle CDA - \angle BDA = \angle CDB$

9 (例) $\triangle AQP$ と $\triangle BCP$ で,
 点 P は辺 AB の中点だから,
 $AP = BP \cdots \cdots ①$
 $AD \parallel BC$ で, 錯角だから,
 $\angle QAP = \angle CBP \cdots \cdots ②$
 対頂角だから, $\angle APQ = \angle BPC \cdots \cdots ③$
 ①, ②, ③ から, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,
 $\triangle AQP \equiv \triangle BCP$
 合同な三角形の対応する辺だから, $PQ = PC$

解き方 $PQ = PC$ を証明するために, PQ を辺にもつ三角形と PC を辺にもつ三角形に注目して, その合同を証明します。

点 P は線分 AB の中点より, $AP = BP$
 平行線の錯角より, $\angle QAP = \angle CBP$
 対頂角の性質より, $\angle APQ = \angle BPC$

10 (1) AD の長さ
 (2) (例) 方法 ①, ② より, $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$ であり, $AB = AD$ がいえるので, 2本の木の距離が求められることになる。

解き方 $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$ を証明しておきます。
 $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ で,
 共通な辺だから, $AC = AC \cdots \cdots ①$
 仮定から, $BC = DC \cdots \cdots ②$
 $\angle ACB = \angle ACD \cdots \cdots ③$

①, ②, ③ から, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので,
 $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$
 合同な三角形の対応する辺だから,
 $AB = AD$

p.40-41

Step 3

- 1 (1) 125° (2) 55° (3) 65° (4) 60° (5) 90°
 (6) 40° (7) 20° (8) 122° (9) 101°
 2 (1) 22.5° (2) 3240° (3) 正八角形 (4) 十二角形
 3 (1) 72° (2) 108° (3) 48° (4) 12°
 4 合同な三角形 ①と⑤

合同条件 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

- 5 (1) 仮定 $\angle B = \angle C$ 結論 $AB = AC$
 (2) 仮定 $\angle A + \angle B = 90^\circ$ 結論 $\angle C = 90^\circ$
 (3) 仮定 $x > 0, y < 0$ 結論 $xy < 0$

- 6 (1) 仮定 $MA = MB, OM \perp AB, NB = NC, ON \perp BC$
 結論 $OA = OB = OC$

(2) $\triangle OAM$ と $\triangle OBM, \triangle OBN$ と $\triangle OCN$

(3) (例) $\triangle OAM$ と $\triangle OBM$ において,
 仮定より, $MA = MB \cdots \cdots ①$
 $\angle OMA = \angle OMB \cdots \cdots ②$

共通な辺だから, $OM = OM \cdots \cdots ③$

①, ②, ③ から, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので,
 $\triangle OAM \equiv \triangle OBM$
 合同な三角形の対応する辺だから, $OA = OB$

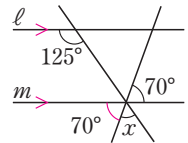
解き方

- 1 (1) 55° の同位角を考えて, $\angle x + 55^\circ = 180^\circ$ より,
 $\angle x = 125^\circ$

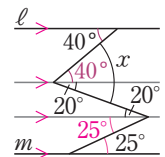
(2) 図に 70° の対頂角をかき入ると, 平行線の同位角は等しいから,
 $\angle x + 70^\circ = 125^\circ$

これを解いて, $\angle x = 55^\circ$

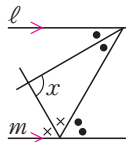
- (3) 折れ線の頂点を通り, 直線 l, m に平行な直線をひいて考えます。
 $\angle x = 20^\circ + 45^\circ$
 $= 65^\circ$



- (4) (3) と同様, 45° の角と $\angle x$ の頂点を通り, 直線 l, m に平行な直線をひいて考えます。



- (5) 平行線の錯角の性質を使うと、
 ●2つと×2つの和は 180° になるから、
 ●1つと×1つの和は 90° です。

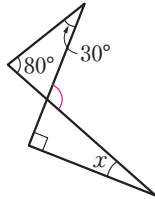


- (6) 三角形の内角の和は 180° だから、
 $\angle x + (180^\circ - 115^\circ) + (180^\circ - 105^\circ) = 180^\circ$
 これを解いて、 $\angle x = 40^\circ$

- (7) 2つの三角形に共通な外角に着目すると、

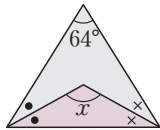
$$\angle x + 90^\circ = 30^\circ + 80^\circ \text{ より、}$$

$$\angle x = 20^\circ$$



- (8) 三角形の内角の和は 180° だから、●2つと×2つの和は、 $180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$ だから、●1つと×1つの和は、 $116^\circ \div 2 = 58^\circ$

$$\angle x = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

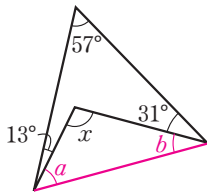


- (9) 右の図のように補助線をひき、それぞれの角に記号をつけます。三角形の内角の和は 180° だから、

$$\angle x + \angle a + \angle b = 180^\circ$$

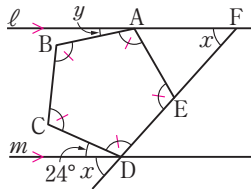
$$57^\circ + 13^\circ + 31^\circ + \angle a + \angle b = 180^\circ$$

$$\angle x = 57^\circ + 13^\circ + 31^\circ = 101^\circ$$



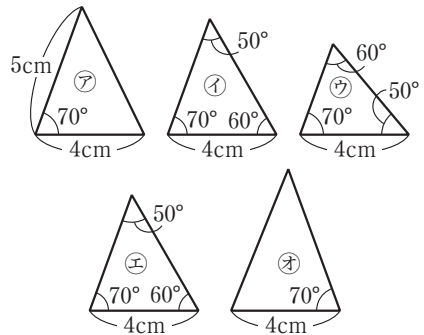
- 2 (1) $360^\circ \div 16 = 22.5^\circ$
 (2) $180^\circ \times (20 - 2) = 3240^\circ$
 (3) $360^\circ \div 45^\circ = 8 \rightarrow$ 正八角形
 (4) $180^\circ \times (n - 2) = 1800^\circ$ を解いて、 $n = 12$
- 3 (1) $360^\circ \div 5 = 72^\circ$
 (2) $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$

- (3) 右の図のように、EDを延長し、 $\angle x$ の同位角を考えると、
 $\angle x + 24^\circ = 72^\circ$ より、
 $\angle x = 48^\circ$



- (4) $\angle EAF = 180^\circ - (72^\circ + 48^\circ) = 60^\circ$
 $\angle y = 180^\circ - (60^\circ + 108^\circ) = 12^\circ$

- 4 三角形の内角の和は、 180° なので、㉠、㉡、㉢の残りの角は、それぞれ、 50° 、 60° 、 60° です。
 ㉣～㉦の三角形の底辺を4cmとして移動すると、次のようになります。



- ㉠と㉡は、1辺の長さが4cmで等しく、その両端の角が、 70° 、 60° で等しいから、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、合同です。

- 5 「～ならば、…である」の形式の文では、～の部分が仮定、…の部分が結論です。
 (1)(2)「 $\triangle ABC$ で」は書く必要はありません。
 6 (1) OMがABの垂直二等分線であることは、 $MA = MB$ 、 $OM \perp AB$ で表されます。
 (3) 合同の証明では、合同条件をかならず書きます。

5章 三角形と四角形

1節 三角形

p.43-44

Step 2

- ① (1) $\angle x = 74^\circ$ (2) $\angle x = 69^\circ$
 (3) $\angle x = 107^\circ$

解き方 (1) $AB=AC$ だから, $\triangle ABC$ は二等辺三角形です。二等辺三角形の底角は等しいから,
 $\angle ACB = \angle ABC = 53^\circ$

$$\angle x = 180^\circ - (53^\circ + 53^\circ) = 74^\circ$$

(2) $CA=CB$ だから, $\triangle ABC$ は二等辺三角形です。二等辺三角形の底角は等しいから,

$$\angle CBA = \angle CAB = \angle x$$

三角形の内角の和は 180° だから,

$$42^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ$$

$$\angle x = (180^\circ - 42^\circ) \div 2 = 69^\circ$$

(3) $AB=AC$ だから, $\triangle ABC$ は二等辺三角形です。二等辺三角形の底角は等しいから,

$$\angle ACB = \angle ABC$$

$$\angle ACB = (180^\circ - 34^\circ) \div 2 = 73^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$$

② (例) $\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ で,

$$\text{仮定より, } BD=CE \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$BC \text{ は共通だから, } BC=CB \cdots \cdots \textcircled{2}$$

二等辺三角形の底角は等しいので,

$$\angle DBC = \angle ECB \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③ から, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle DBC \equiv \triangle ECB$$

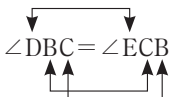
解き方 二等辺三角形の底角は等しいことに注目して証明しましょう。

三角形の合同条件

次のどれか1つが成り立てば合同である。

- ① 3組の辺がそれぞれ等しい。
- ② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
- ③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

また, 記号は対応する頂点の順に書きます。



③ (例) $\triangle ABP$ と $\triangle ACQ$ で,

$$\text{仮定より, } AB=AC \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$BP=CQ \cdots \cdots \textcircled{2}$$

二等辺三角形の底角は等しいので,

$$\angle ABP = \angle ACQ \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③ から, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ABP \equiv \triangle ACQ$$

合同な三角形の対応する辺だから,

$$AP=AQ$$

2つの辺が等しいので, $\triangle APQ$ は二等辺三角形である。

解き方 二等辺三角形であることを示すために, 2つの辺が等しいことを示します。2つの辺が等しいことを示すには, 合同な三角形に着目するとよいです。

④ (1) 逆 $ab > 0$ ならば, $a > 0, b > 0$ である。

正誤(反例) 正しくない。

$$\text{反例は } a = -2, b = -3$$

(2) 逆 $\triangle ABC$ の3つの内角の大きさが等しいならば, $\triangle ABC$ は正三角形である。

正誤(反例) 正しい。

(3) 逆 n^2 が4の倍数ならば, n は4の倍数である。

正誤(反例) 正しくない。反例は $n = 2$

解き方 仮定と結論を入れかえて逆をつくります。

あることがらが正しくないことを説明するには, 反例を1つ示します。仮定にあてはまっていて, 結論が成り立たない場合の例を示していれば, 解答以外の反例を示していてもよいです。

(1) 例えば, $ab = 6$ のとき, $ab > 0$ ですが,

このような a, b には, $a = -2, b = -3$ のように, $a < 0, b < 0$ となるものもあります。

(3) 例えば, $n = 2$ のとき, n^2 は4の倍数になりますが, n は4の倍数ではありません。

5 (1) (例) $\triangle ABE$ と $\triangle CAD$ で、

仮定より、 $AE=CD$ ……①

$\triangle ABC$ は正三角形だから、

$AB=CA$ ……②

$\angle BAE = \angle ACD = 60^\circ$ ……③

①, ②, ③ から、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABE \equiv \triangle CAD$

(2) 120°

解き方 (2) (1) より、 $\triangle ABE \equiv \triangle CAD$ だから、

$\angle ABE = \angle CAD$ ……①

$\triangle ABE$ の内角の和より、

$\angle ABE + \angle AEB + \angle BAE = 180^\circ$

$\angle BAE = 60^\circ$ だから、

$\angle ABE + \angle AEB = 120^\circ$ ……②

①, ② と、三角形の1つの外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいことから、

$\angle APB = \angle CAD + \angle AEB$

$= \angle ABE + \angle AEB$

$= 120^\circ$

6 (例) $\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ で、

仮定より、 $\angle BAC = \angle CDB = 90^\circ$ ……①

$EB=EC$ から、二等辺三角形 EBC の底角は等しいので、

$\angle ACB = \angle DBC$ ……②

BC は共通だから、 $BC=CB$ ……③

①, ②, ③ から、直角三角形の斜辺と1鋭角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

合同な三角形の対応する辺だから、

$AC=DB$

解き方 $AC=DB$ を証明するので、 AC や DB を辺にもつ2つの直角三角形に着目します。

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ を示すときに、結論である $AC=DB$ を仮定として使うことはできないことに注意します。

2節 四角形

3節 三角形や四角形の性質の利用

p.46-47

Step 2

1 (1) $\angle DCA$ (2) $\angle DAC$ (3) CA

(4) 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

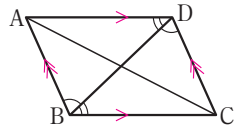
(5) $\angle CDA$ (6) $\triangle CDB$ (7) $\angle DCB$

(8) 2組の対角はそれぞれ等しい。

解き方 対応する図形の関係に気をつけて、辺や角を書きます。

(3) 図形の対応関係から、 CA と書きます。

(6) B と D を結んで考えます。平行線の性質が使えます。



三角形の合同条件

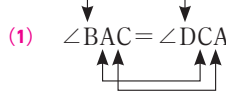
次のどれか1つが成り立てば合同である。

① 3組の辺がそれぞれ等しい。

② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

③ 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

また、記号は対応する頂点の順に書きます。



2 (1) $x=65$ $y=115$ (2) $x=4$ $y=6$

解き方 (1) 平行四辺形で対角は等しいから $\angle x = 65^\circ$

また、となり合う角との和は 180° であるから、 $\angle y + 65^\circ = 180^\circ$ より、 $\angle y = 115^\circ$

(2) 平行四辺形で対辺は等しいから $x=4$

また、2つの対角線はそれぞれの中点で交わるから、 $y=3 \times 2=6$

3 (ア), (ウ)

解き方 四角形は、次の各場合に平行四辺形です。

四角形が平行四辺形であるための条件

次のどれか1つが成り立てば平行四辺形である。

① 2組の対辺がそれぞれ平行である。

② 2組の対辺がそれぞれ等しい。

③ 2組の対角がそれぞれ等しい。

④ 2つの対角線がそれぞれの中点で交わる。

⑤ 1組の対辺が平行で等しい。

(ア) $AB=CD$, $BC=DA$ より、2組の対辺がそれぞれ等しいので、平行四辺形であるといえます。

② 2組の対角は、 $\angle A$ と $\angle C$ 、 $\angle B$ と $\angle D$ です。

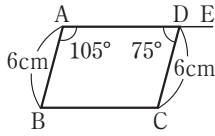
$\angle A=60^\circ$ 、 $\angle C=120^\circ$ より、 $\angle A$ と $\angle C$ は等しくなく、
 $\angle B=120^\circ$ 、 $\angle D=60^\circ$ より、 $\angle B$ と $\angle D$ は等しくない
 ので、平行四边形であるとはいえません。

⑦ 図のように、辺 AD を D の方に延長した直線上に
 点 E をとります。

$\angle D=75^\circ$ より、

$\angle CDE=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

$\angle A=105^\circ$ より、 $\angle A=\angle CDE$



よって、同位角が等しいので、 $AB \parallel DC$ ……①

また、仮定より、 $AB=CD$ ……②

①、②から、1組の対辺が、等しくて平行であるので、
 四角形 ABCD は平行四角形です。

注意 問題の条件が平行四角形になる条件の形でなく
 ても、平行四角形であるといえることもあります。

④ (1) ひし形 (2) 長方形 (3) 正方形

解き方 (3) ひし形と長方形の性質を合わせもつ四角
 形になります。

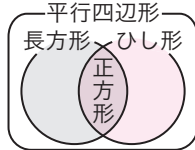
長方形、ひし形、正方形の定義は以下のとおりです。

長方形：4つの角が等しい四角形

ひし形：4つの辺が等しい四角形

正方形：4つの角が等しく、

4つの辺が等しい四角形



⑤ (例) $\triangle ADE$ と $\triangle CDF$ で、

仮定から、 $AE=CF$ ……①

$\angle AED=\angle CFD=90^\circ$ ……②

共通な角だから、 $\angle ADE=\angle CDF$ ……③

②、③から、 $\angle DAE=\angle DCF$ ……④

①、②、④から、1組の辺とその両端の角が
 それぞれ等しいので、 $\triangle ADE \equiv \triangle CDF$

合同な三角形の対応する辺だから、

$AD=CD$ ……⑤

$\square ABCD$ の対辺だから、

$AD=BC$ ……⑥、 $AB=CD$ ……⑦

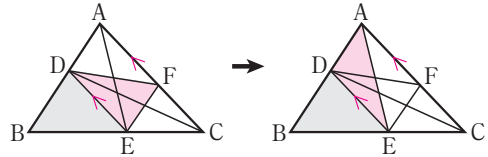
⑤、⑥、⑦から、 $AB=BC=CD=AD$

4つの辺が等しいから、四角形 ABCD はひし
 形である。

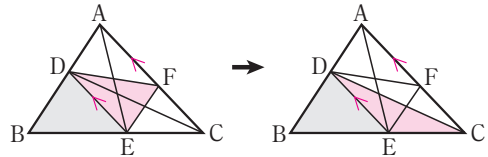
解き方 平行四角形で、となり合う辺が等しければ、
 すべての辺が等しくなるので、ひし形です。

⑥ $\triangle ABE$ 、 $\triangle DBC$

解き方 四角形 DBEF を、 $\triangle DBE$ と $\triangle DEF$ に分け
 て考えます。DE \parallel ACより、 $\triangle DEF=\triangle DAE$ 、
 $\triangle DEF=\triangle DCE$ となるから、
 四角形 DBEF $=\triangle DBE+\triangle DAE=\triangle ABE$



四角形 DBEF $=\triangle DBE+\triangle DCE=\triangle DBC$



⑦ (例) テープの幅は一定なので、

$AB \parallel FC$ ……①、 $BC \parallel AF$ ……②

①、②から、2組の対辺がそれぞれ平行なの
 で、四角形 ABCF は平行四角形である。

また、正五角形 ABCDE の辺から、 $AB=BC$
 平行四角形の対辺は等しいので、

$AB=BC=CF=FA$

よって、4つの辺が等しいから、四角形 ABCF
 はひし形である。

解き方 正五角形の5つの辺はみな長さが等しいこ
 とを利用します。テープの幅が一定ということは、
 テープの線は平行です。

別解 $AB=BC$ は、次の方法でも証明できます。

四角形 ABCF で、BからAF、CFにそれぞれ垂線
 BP、BQをひく。

$\triangle BPA$ と $\triangle BQC$ で、

仮定から、

$\angle BPA=\angle BQC$ ……①

平行四角形の対角だから、

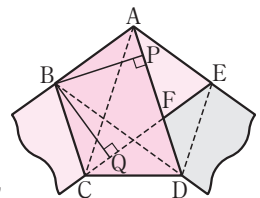
$\angle BAP=\angle BCQ$ ……②

①、②から、三角形の内角の和は 180° で一定であ
 るから、 $\angle ABP=\angle CBQ$ ……③

テープの幅は一定だから、 $BP=BQ$ ……④

①、③、④から、1組の辺とその両端の角がそれ
 ぞれ等しいので、 $\triangle BPA \equiv \triangle BQC$

合同な三角形の対応する辺だから、 $AB=BC$



p.48-49

Step 3

① (1) 69° (2) 75°

② (例) CB の延長線上に点 D をとる。

仮定から, $\angle ABE = \angle EBD \dots\dots ①$

EA // DC だから, $\angle AEB = \angle EBD \dots\dots ②$

①, ② から, $\angle ABE = \angle AEB$

2つの角が等しいので, $\triangle ABE$ は二等辺三角形である。よって, $AB = AE$

③ (例) $\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ で,

仮定から, $AB = CA \dots\dots ①$

$\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ \dots\dots ②$

$\triangle ACE$ で, 1つの外角は, それととなり合わない2つの内角の和に等しいから,

$\angle CAB + \angle BAD = \angle CEA + \angle ACE$

仮定から, $\angle CAB = \angle CEA = 90^\circ$

よって, $\angle BAD = \angle ACE \dots\dots ③$

①, ②, ③ から, 斜辺と1鋭角がそれぞれ等しい直角三角形なので, $\triangle ABD \cong \triangle CAE$

合同な三角形の対応する辺だから,

$BD = AE, AD = CE$

④ 128°

⑤ (例) $\triangle AEO$ と $\triangle CFO$ で,

AB // DC より, $\angle OAE = \angle OCF \dots\dots ①$

対頂角は等しいから, $\angle AOE = \angle COF \dots\dots ②$

$\square ABCD$ の対角線だから, $AO = CO \dots\dots ③$

①, ②, ③ から, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, $\triangle AEO \cong \triangle CFO$

合同な三角形の対応する辺だから,

$EO = FO \dots\dots ④$

③, ④ から, 2つの対角線がそれぞれの中点で交わるので, 四角形 AECF は平行四辺形。

⑥ (1) 長方形 (2) ひし形

⑦ $\triangle ABE$: 台形 AECD = 4 : 5

解き方

① (1) $AB = AC$ より, $\angle ACB = \angle ABC = \angle x$

$\triangle ABC$ で, 外角は, これととなり合わない2つの内角の和に等しいので,

$138^\circ = \angle ABC + \angle ACB = \angle x + \angle x = 2\angle x$

$\angle x = 138^\circ \div 2 = 69^\circ$

(2) $AB = AC$ より,

$\angle ACB = \angle CAD \div 2 = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$

$\triangle CAD$ の内角の和は 180° なので,

$\angle ACD = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ$

$\angle x = \angle ACB + \angle ACD = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$

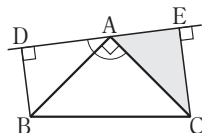
② $\angle ABE = \angle AEB$ を示します。

③ $\angle BAD = \angle ACE$ はすぐに導けません。 $\triangle ACE$ で, 1つの外角は, それととなり合わない2つの内角の和に等しいから,

$90^\circ + \angle ACE = 90^\circ + \angle BAD$

が成り立ちます。よって,

$\angle BAD = \angle ACE$



④ 辺 DA を延長して,

点 F をとります。

AB // DC だから,

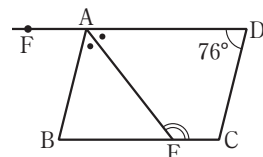
$\angle FAB = 76^\circ$

$\angle BAD = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$

$\angle BAE = 104^\circ \div 2 = 52^\circ$

AD // BC だから,

$\angle AEC = \angle FAE = 76^\circ + 52^\circ = 128^\circ$



⑤ $\square ABCD$ から, $AO = CO$ はすぐにわかるので, $EO = FO$ を示せばよいです。

⑥ (1) 2つの対角線がそれぞれの中点で交わるので, 四角形 ABCD は平行四辺形です。

また, $OA + OC = OB + OD$ が成り立ち, 対角線の長さが等しいので, 長方形です。

(2) 2組の対角がそれぞれ等しいので, 四角形 ABCD は平行四辺形です。

また, $AC \perp BD$ より, 対角線が垂直に交わるので, ひし形です。

⑦ 点 D と点 E を結びます。 $\triangle ABE, \triangle AED, \triangle DEC$ は, 底辺をそれぞれ,

BE, AD, EC とする

と, AD // BC なので,

高さが等しいです。

よって, 面積の比は,

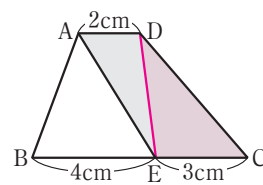
底辺の比と等しくなります。

$\triangle ABE : \triangle AED : \triangle DEC = 4 : 2 : 3$

$\triangle ABE : \text{台形 AECD} = \triangle ABE : (\triangle AED + \triangle DEC)$

$= 4 : (2 + 3)$

$= 4 : 5$



6章 データの比較と箱ひげ図

1節 箱ひげ図

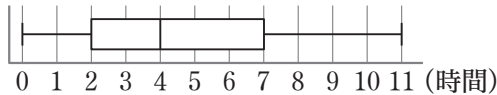
2節 箱ひげ図の利用

p.51

Step 2

- ① (1) 第1四分位数 2時間, 第2四分位数 4時間,
第3四分位数 7時間

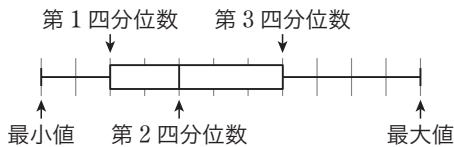
- (2) 5時間 (3) (下の図)



解き方 (1) データの数が偶数だから、19番目と20番目の平均値が中央値(第2四分位数)です。19番目の値は4、20番目の値も4なので、中央値は4時間です。第1四分位数は前半のデータの中央値のことで、10番目の値なので2時間、第3四分位数は後半のデータの中央値のことで、29番目の値なので7時間です。

(2) (四分位範囲) = (第3四分位数) - (第1四分位数)
= 7 - 2 = 5(時間)

(3) 箱ひげ図は、四分位数、最小値、最大値をもとにしてかきます。



- ② (1) 2組, 1組, 3組 (2) 1組, 3組, 2組
(3) 3組 (4) ①

解き方 (1) 箱ひげ図の箱の中にある縦の線が中央値(第2四分位数)です。

(2) (範囲) = (最大値) - (最小値) です。この値が大きい順に並べかえます。

(3) (四分位範囲) = (第3四分位数) - (第1四分位数) で求められ、箱ひげ図の箱の幅の長さを表します。この値がいちばん大きいのは3組です。

(4) ② 中央値を比べます。1組は5点、2組は6点、3組は4点なので、5点未満の生徒の数がいちばん多いのは2組ではありません。よって、間違いです。

① 3組の中央値は4点なので、4点以上の生徒は半分以上います。よって、正しいです。

p.52-53

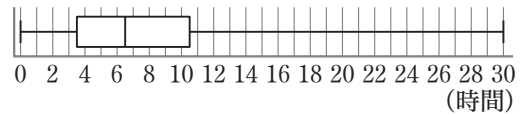
Step 3

- ① (1) 6.5時間

(2) 第1四分位数 3.5時間

第3四分位数 10.5時間

- (3) 7時間 (4) (下の図)



- ② (1) B (2) C, A, B (3) C (4) ①

解き方

- ① (1)(2) データの値を小さい順に並べかえると

0 0 0 1 1 2 2 2 3 3 4 4 4 4 4
5 5 5 6 6 7 8 8 8 8 8 8 9 9 10
11 12 14 14 15 16 18 18 24 30

となります。データの数が偶数だから、20番目と21番目の平均値が第2四分位数です。20番目の値は6、21番目の値は7なので、第2四分位数は $\frac{6+7}{2} = 6.5$ (時間)です。第1四分位数は前半のデータの中央値のことで、10番目と11番目の平均値、第3四分位数は後半のデータの中央値のことで、30番目と31番目の平均値です。

(3) (四分位範囲) = (第3四分位数) - (第1四分位数)
= 10.5 - 3.5 = 7(時間)

- ② (1) 箱ひげ図の箱の中にある縦の線が中央値(第2四分位数)です。

(2) 四分位範囲は、箱ひげ図の箱の幅の長さを表します。

(3) (範囲) = (最大値) - (最小値) で求められます。この値がいちばん大きいのはCです。

(4) ② Cだけ中央値が7.8秒以上の位置にあるので、7.8秒未満の生徒の数がいちばん多いのはCではありません。よって、間違いです。

① Bの中央値は7.6秒の位置にあるので、7.6秒以上の生徒は半分以上います。よって、正しいです。

② 箱ひげ図からは、7.6秒未満の生徒の数が同じかどうかは判断できません。

7章 確率

1節 確率

2節 確率の利用

p.55

Step 2

① $\frac{4}{5}$

解き方 あることがらの起こる確率が p であるとき、あることがらが起こらない確率は $1-p$ となります。ここでは、「はずれくじを引く」ということを「当たりくじを引かない」とことと考えればよいです。

当たりくじを引く確率が $\frac{1}{5}$ なので、

(はずれくじを引く確率)

= (当たりくじを引かない確率)

= $1 - (\text{当たりくじを引く確率})$

= $1 - \frac{1}{5}$

= $\frac{4}{5}$

② (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) $\frac{2}{5}$

解き方 (1) 1から10までの整数で、奇数は、1, 3, 5, 7, 9の5つあるから、奇数のカードを取り出す確率は、 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ です。

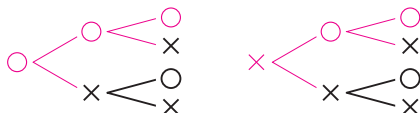
(2) 1から10までの整数で、3の倍数は、3, 6, 9の3つあるから、3の倍数のカードを取り出す確率は、 $\frac{3}{10}$ です。

(3) 1から10までの整数で、素数は、2, 3, 5, 7の4つあるから、素数のカードを取り出す確率は、 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ です。

確認素数

1とその数のほかに約数がない数をいい、1は素数に含まれません。

③ (1) 1回目 2回目 3回目 1回目 2回目 3回目



(2) $\frac{1}{8}$

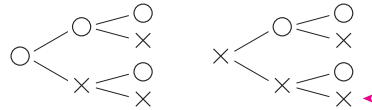
(3) $\frac{3}{8}$

解き方 (1) 左端の○, ×を除くと、全く同じ図になることに注意します。

(2) 表, 裏の出方は、全部で8通りあります。

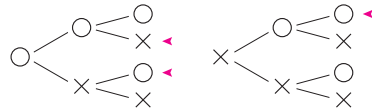
3回とも裏になるのは1通りです。

1回目 2回目 3回目 1回目 2回目 3回目



(3) 表が2回出るのは、○○×, ○×○, ×○○の3通りです。

1回目 2回目 3回目 1回目 2回目 3回目



④ (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{1}{12}$ (3) $\frac{1}{4}$

解き方 起こり得るすべての場合は全部で、36通りです。

(1) 目の和が5になるのは、右の表の色アミの部分で4通りあるから、その確率は、

$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

です。

小	大	●	●	●	●	●	●
●	2	3	4	5	6	7	
●	3	4	5	6	7	8	
●	4	5	6	7	8	9	
●	5	6	7	8	9	10	
●	6	7	8	9	10	11	
●	7	8	9	10	11	12	

(2) 目の和が3以下になるのは、右の表の色アミの部分で3通りあるから、その確率は、

$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

です。

小	大	●	●	●	●	●	●
●	2	3	4	5	6	7	
●	3	4	5	6	7	8	
●	4	5	6	7	8	9	
●	5	6	7	8	9	10	
●	6	7	8	9	10	11	
●	7	8	9	10	11	12	

(3) 4の倍数は、4, 8, 12です。目の和が4, 8, 12になるのは、下の表の色アミの部分で、それぞれ3通り、5通り、1通り

あるから、その確率は、

$\frac{3+5+1}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

です。

小	大	●	●	●	●	●	●
●	2	3	4	5	6	7	
●	3	4	5	6	7	8	
●	4	5	6	7	8	9	
●	5	6	7	8	9	10	
●	6	7	8	9	10	11	
●	7	8	9	10	11	12	

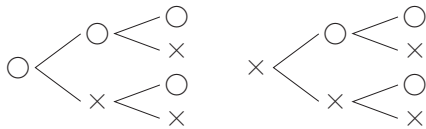
p.56

Step 3

- ① (1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{3}{8}$
 ② (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{6}$
 ③ (1) 30通り (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{3}{5}$
 ④ (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{3}{5}$ (3) $\frac{3}{10}$

解き方

① (1) 表を○, 裏を×として樹形図をかくと, 表裏の出方は全部で8通りです。

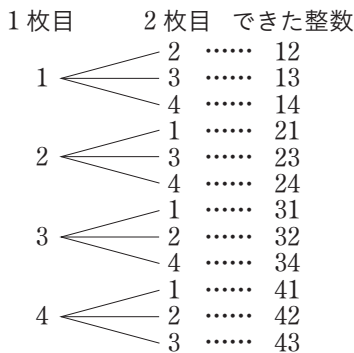


3枚とも表が出るのは, ○-○-○の1通りです。

求める確率は, $\frac{1}{8}$ です。

(2) 1枚が表で, 2枚が裏が出るのは, ○-×-×, ×-○-×, ×-×-○の3通りです。求める確率は, $\frac{3}{8}$ です。

② 1枚ずつ取り出し, 1枚目を十の位の数, 2枚目を一の位の数にして2けたの整数をつくると, できる整数は, 樹形図から, 全部で12通りです。



(1) 偶数は, 12, 14, 24, 32, 34, 42の6通りです。

よって, 求める確率は, $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ です。

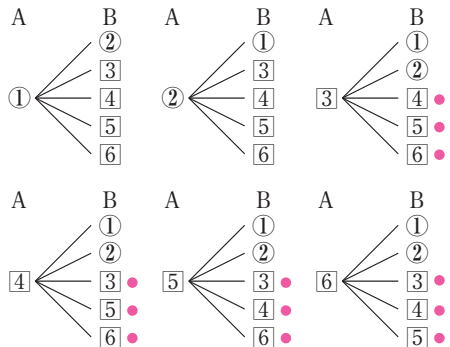
(2) 3の倍数は, 12, 21, 24, 42の4通りです。

よって, 求める確率は, $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ です。

(3) 十の位の数, 一の位の数より2大きくなるのは, 31, 42の2通りです。

よって, 求める確率は, $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ です。

③ (1) 当たりくじを①, ②, はずれくじを③, ④, ⑤, ⑥で表すと, 樹形図は次のようになり, A, Bの2人のくじの引き方は全部で30通りです。



(2) (1)の樹形図で2人ともはずれるのは, ●をつけた12通りです。

よって, 求める確率は, $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ です。

(3) あることがらの起こる確率が p であるとき, あることがらが起こらない確率は $1-p$ となります。「どちらかが当たる」ということを「2人ともはずれない」と考えればよいです。

(どちらかが当たる確率)

$$= (2人ともはずれない確率)$$

$$= 1 - (2人ともはずれる確率)$$

$$= 1 - \frac{2}{5}$$

$$= \frac{3}{5}$$

④ 赤玉を赤₁, 赤₂, 赤₃, 白玉を白₁, 白₂とします。

(1) 2個の組み合わせは, 下の表より, 10通りです。

両方とも赤玉である

のは3通りだから,

求める確率は, $\frac{3}{10}$

です。

	赤 ₁	赤 ₂	赤 ₃	白 ₁	白 ₂
赤 ₁		○	○	○	○
赤 ₂			○	○	○
赤 ₃				○	○
白 ₁					○
白 ₂					

(2) 赤玉1個と白玉1個の組み合わせは6通りだから,

求める確率は, $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ です。

(3) 2回続けて取り

出すとき, 順番も

考えた組み合わせ

は, 右の表より,

20通りです。赤玉

→白玉の順になる

のは6通りだから, 求める確率は, $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ です。

		2回目				
		赤 ₁	赤 ₂	赤 ₃	白 ₁	白 ₂
1回目	赤 ₁		○	○	○	○
	赤 ₂	○		○	○	○
	赤 ₃	○	○		○	○
	白 ₁	○	○	○		○
	白 ₂	○	○	○	○	