教科書ぴったりトレーニング 解答集

〈東京書籍版・中学数学３年〉

この解答集は取り外してお使いください。

１章　多項式

p.6〜7　ぴたトレ 0

1 (1)$7x+3$　(2)$7x-1$　(3)$x+4$
(4)$3a+4$　(5)$7a-b$　(6)$4x-11y$
(7)$2x-2y$　(8)$-a+5b$

解き方
かっこをはずすとき，かっこの前が−のときは，かっこの中の各項の符号を変えたものの和として表します。
(4)$(2a-4)-(-a-8)$
$=2a-4+a+8=3a+4$
(8)$(7a+2b)-(8a-3b)$
$=7a+2b-8a+3b=-a+5b$

2 (1)たす $6x^2+2x$，ひく $-2x^2-8x$
(2)たす $-2x^2+x$，ひく $-4x^2+15x$

解き方
x^2 と x は同類項でないことに注意しましょう。
(1)$(2x^2-3x)+(4x^2+5x)$
$=2x^2-3x+4x^2+5x$
$=6x^2+2x$
$(2x^2-3x)-(4x^2+5x)$
$=2x^2-3x-4x^2-5x$
$=-2x^2-8x$
(2)$(-3x^2+8x)+(x^2-7x)$
$=-3x^2+8x+x^2-7x$
$=-2x^2+x$
$(-3x^2+8x)-(x^2-7x)$
$=-3x^2+8x-x^2+7x$
$=-4x^2+15x$

3 (1)$10x+15$　(2)$-12x+21$
(3)$-18x-24$　(4)$15x-10$
(5)$10x-18y$　(6)$-4a-32b$
(7)$4x+7y$　(8)$-8x+6y$

解き方
分配法則を使ってかっこをはずします。
(8)$(20x-15y)\times\left(-\frac{2}{5}\right)$
$=20x\times\left(-\frac{2}{5}\right)-15y\times\left(-\frac{2}{5}\right)$
$=4x\times(-2)-3y\times(-2)$
$=-8x+6y$

4 (1)$2x+3$　(2)$-2x+1$　(3)$3x-18$
(4)$30x+25$　(5)$3x+4y$　(6)$-a-3b$
(7)$5x-15y$　(8)$-16x+8y$

解き方
整数でわるときは，$(a+b)\div m=\frac{a}{m}+\frac{b}{m}$ を使ってかっこをはずします。分数でわるときは，わる数の逆数をかけます。
(5)$(15x+20y)\div 5=\frac{15x}{5}+\frac{20y}{5}$
$=3x+4y$
(8)$(24x-12y)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$
$=(24x-12y)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=24x\times\left(-\frac{2}{3}\right)-12y\times\left(-\frac{2}{3}\right)$
$=-16x+8y$

p.8〜9　ぴたトレ 1

1 (1)$4x^2+8xy$　(2)$-4a^2+6ab$　(3)$-4x^2+xy$
(4)$15x^2-20xy+5x$

解き方
(3)$-x(4x-y)=-x\times 4x-x\times(-y)$
$=-4x^2+xy$

2 (1)$5x^2-7x$　(2)$-3a^2+7a$

解き方
(2)$5a(a-1)-4a(2a-3)$
$=5a^2-5a-8a^2+12a$
$=-3a^2+7a$

3 (1)$3ab+4b^2$　(2)$-2x^2+5$　(3)$2x+3y$
(4)$ab-a^2-1$　(5)$-5a-10$　(6)$3y-9y^2$

解き方
(2)$(8x^2y-20y)\div(-4y)$
$=(8x^2y-20y)\times\left(-\frac{1}{4y}\right)$
$=-\frac{8x^2y}{4y}+\frac{20y}{4y}$
$=-2x^2+5$

(6)$(2xy-6xy^2)\div\frac{2}{3}x$

$=(2xy-6xy^2)\div\frac{2x}{3}$

$=(2xy-6xy^2)\times\frac{3}{2x}$

$=\frac{2xy\times3}{2x}-\frac{6xy^2\times3}{2x}$

$=3y-9y^2$

4 (1)$ab+4a-5b-20$　(2)$xy+6x+2y+12$
(3)$x^2-2x-15$　(4)$x^2-12x+32$
(5)$3a^2+13ab+4b^2$　(6)$8x^2+2x-21$

解き方

(6)$(2x-3)(4x+7)$
$=8x^2+14x-12x-21$
$=8x^2+2x-21$

5 (1)$a^2-2ab-a-4b-6$
(2)$x^2-3xy+3x+3y-4$

解き方

(1)$(a+2)(a-2b-3)$
$=a(a-2b-3)+2(a-2b-3)$
$=a^2-2ab-3a+2a-4b-6$
$=a^2-2ab-a-4b-6$

(2)$(x-3y+4)(x-1)$
$=(x-3y+4)\times x-(x-3y+4)\times1$
$=x^2-3xy+4x-x+3y-4$
$=x^2-3xy+3x+3y-4$

p.10〜11　ぴたトレ 1

1 (1)$x^2+7x+12$　(2)$a^2+7a+10$
(3)$x^2+13x+12$　(4)$x^2+3x-18$
(5)a^2-2a-8　(6)y^2-y-56
(7)a^2-6a+8　(8)$x^2-10x+21$
(9)$x^2-14x+45$

解き方

(7)$(a-4)(a-2)$
$=a^2+\{(-4)+(-2)\}a+(-4)\times(-2)$
$=a^2-6a+8$

2 (1)$x^2+10x+25$　(2)$a^2+14a+49$
(3)x^2+4x+4　(4)$y^2+16y+64$
(5)$9+6x+x^2$　(6)$a^2+2ab+b^2$
(7)x^2-2x+1　(8)$x^2-8x+16$
(9)$y^2-18y+81$　(10)$a^2-12a+36$
(11)$x^2-20x+100$　(12)$x^2-2xy+y^2$

解き方

(5)公式 2 の x に 3，a に x を代入します。
$(3+x)^2=3^2+2\times x\times3+x^2=9+6x+x^2$
(別解)$(3+x)^2=(x+3)^2$
$=x^2+2\times3\times x+3^2$
$=x^2+6x+9$

3 (1)x^2-16　(2)a^2-100　(3)x^2-y^2　(4)y^2-1
(5)x^2-49　(6)$9-x^2$

解き方

(6)公式 4 の x に 3，a に x を代入します。
$(3+x)(3-x)=3^2-x^2=9-x^2$

p.12〜13　ぴたトレ 1

1 (1)$25x^2+10x-3$　(2)$9x^2+30x+16$
(3)$16x^2+24x+9$　(4)$4x^2-20xy+25y^2$
(5)$9x^2-49$　(6)$81x^2-4y^2$

解き方

(2)$(3x+8)(3x+2)$
$=(3x)^2+(8+2)\times3x+8\times2$
$=9x^2+30x+16$

(4)$(2x-5y)^2=(2x)^2-2\times5y\times2x+(5y)^2$
$=4x^2-20xy+25y^2$

(6)$(9x-2y)(9x+2y)=(9x)^2-(2y)^2=81x^2-4y^2$

2 (1)$x^2+2xy+y^2-2x-2y-24$
(2)$a^2-2ab+b^2-5a+5b+6$
(3)$x^2+y^2+z^2+2xy-2yz-2zx$
(4)$a^2-2ab+b^2+8a-8b+16$
(5)$a^2+2ab+b^2-36$　(6)$x^2-2xy+y^2-25$

解き方

(1)$x+y=A$ とおくと
$(x+y+4)(x+y-6)$
$=(A+4)(A-6)$
$=A^2-2A-24$
$=(x+y)^2-2(x+y)-24$
$=x^2+2xy+y^2-2x-2y-24$

(4)$a-b=X$ とおくと
$(a-b+4)^2$
$=(X+4)^2$
$=X^2+8X+16$
$=(a-b)^2+8(a-b)+16$
$=a^2-2ab+b^2+8a-8b+16$

(6)$x-y=A$ とおくと
$(x-y-5)(x-y+5)$
$=(A-5)(A+5)$
$=A^2-25$
$=(x-y)^2-25$
$=x^2-2xy+y^2-25$

3 (1)$-5x+1$　(2)-4　(3)$4x^2-4x-60$

解き方

(1)$(x-1)^2-x(x+3)$
$=x^2-2x+1-(x^2+3x)$
$=x^2-2x+1-x^2-3x$
$=-5x+1$

(2)$(x+1)(x+5)-(x+3)^2$
$=x^2+6x+5-(x^2+6x+9)$
$=x^2+6x+5-x^2-6x-9$
$=-4$

(3)$3(x+4)(x-4)+(x+2)(x-6)$
$=3(x^2-16)+(x^2-4x-12)$
$=3x^2-48+x^2-4x-12$
$=4x^2-4x-60$

p.14〜15

ぴたトレ 2

1 (1)$6x^2+9x$　(2)$10xy-y^2$
(3)$-9x^2+21xy+24x$　(4)$10a^2-45ab+30a$
(5)$-\frac{2}{3}a^2+2b$　(6)x^2+2x-y　(7)$-\frac{1}{2}x+2y$
(8)$-27x+9y$　(9)$-x^2$　(10)$\frac{1}{2}x^2-14xy$

解き方

(1)$\frac{3}{4}x(8x+12)$
$=\frac{3}{4}x\times8x+\frac{3}{4}x\times12$
$=\frac{3x\times8x}{4}+\frac{3x\times12}{4}=6x^2+9x$

(2)$\left(\frac{5}{2}x-\frac{y}{4}\right)\times4y$
$=\frac{5}{2}x\times4y-\frac{y}{4}\times4y$
$=\frac{5x\times4y}{2}-\frac{y\times4y}{4}=10xy-y^2$

(7)$(-3x^3+12x^2y)\div6x^2$
$=(-3x^3+12x^2y)\times\frac{1}{6x^2}$
$=-\frac{3x^3}{6x^2}+\frac{12x^2y}{6x^2}$
$=-\frac{1}{2}x+2y$

(8)$(18x^2y-6xy^2)\div\left(-\frac{2}{3}xy\right)$
$=(18x^2y-6xy^2)\div\left(-\frac{2xy}{3}\right)$
$=(18x^2y-6xy^2)\times\left(-\frac{3}{2xy}\right)$
$=-\frac{18x^2y\times3}{2xy}+\frac{6xy^2\times3}{2xy}$
$=-27x+9y$

(10)$\frac{5}{2}x(x-8y)-2x(x-3y)$
$=\frac{5}{2}x\times x-\frac{5}{2}x\times8y-2x\times x+2x\times3y$
$=\frac{5}{2}x^2-20xy-2x^2+6xy$
$=\frac{1}{2}x^2-14xy$

2 (1)$3xy-x+15y-5$　(2)$56+15x+x^2$
(3)$3a^2-12b^2$　(4)$6x^2-7xy+15x+2y^2-10y$

解き方

(4)$(2x-y+5)(3x-2y)$
$=(2x-y+5)\times3x-(2x-y+5)\times2y$
$=6x^2-3xy+15x-4xy+2y^2-10y$
$=6x^2-7xy+15x+2y^2-10y$

3 (1)$x^2+12x+35$　(2)$4+4a+a^2$　(3)x^2-64
(4)$a^2-\frac{1}{9}$　(5)$x^2+\frac{4}{5}x+\frac{4}{25}$
(6)$y^2-\frac{5}{12}y+\frac{1}{24}$　(7)$x^2-6x-27$
(8)$36-x^2$　(9)$49-14a+a^2$

解き方

(2)$(2+a)^2=(a+2)^2$ と考えてもよいです。

(6)$\left(y-\frac{1}{4}\right)\left(y-\frac{1}{6}\right)$
$=y^2+\left(-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)y+\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=y^2-\frac{5}{12}y+\frac{1}{24}$

(7)$(-9+x)(3+x)=(x-9)(x+3)$

(8)$(6-x)(x+6)=(6-x)(6+x)$

(9)$(7-a)^2=7^2-2\times a\times7+a^2$
$=49-14a+a^2$

4 (1)$4a^2-4a-35$　(2)$16x^2-48x+27$
(3)$9x^2-1$　(4)$25a^2-10ab+b^2$
(5)$9x^2-42xy+49y^2$　(6)$16y^2-81x^2$

解き方

(1)$(-2a+7)(-2a-5)$
$=(-2a)^2+(7-5)\times(-2a)+7\times(-5)$
$=4a^2-4a-35$

(2)$(4x-9)(4x-3)$
$=(4x)^2+(-9-3)\times4x+(-9)\times(-3)$
$=16x^2-48x+27$

(4)$(-5a+b)^2=(-5a)^2+2\times b\times(-5a)+b^2$
$=25a^2-10ab+b^2$

(5)$(3x-7y)^2$
$=(3x)^2-2\times7y\times3x+(7y)^2$
$=9x^2-42xy+49y^2$

(6)$(9x+4y)(4y-9x)=(4y+9x)(4y-9x)$
$=(4y)^2-(9x)^2$
$=16y^2-81x^2$

5 (1)$a^2-4ab+4b^2+8a-16b+15$
(2)$a^2+4a+4-b^2$
(3)$x^2+6xy+9y^2-8x-24y+16$
(4)$x^2-y^2+16y-64$

解き方
(2)$(a+b+2)(a-b+2)$ ← $a+2$ を X とおく
$=(X+b)(X-b)$
$=X^2-b^2$
$=(a+2)^2-b^2$
$=a^2+4a+4-b^2$
(4)$(x-y+8)(x+y-8)$
$=\{x-(y-8)\}\{x+(y-8)\}$ ← $y-8$ を A とおく
$=(x-A)(x+A)$
$=x^2-A^2$
$=x^2-(y-8)^2$
$=x^2-(y^2-16y+64)$
$=x^2-y^2+16y-64$

6 (1)$12x^2+30x+5$ (2)$-120x$
(3)$-a^2+4ab-6b^2$ (4)$-12a^2+20a+18$

解き方
(1)$(3x-1)(3x+7)+3(x+2)^2$
$=9x^2+18x-7+3(x^2+4x+4)$
$=9x^2+18x-7+3x^2+12x+12$
$=12x^2+30x+5$
(2)$(6x-5)^2-(6x+5)^2$
$=36x^2-60x+25-(36x^2+60x+25)$
$=36x^2-60x+25-36x^2-60x-25$
$=-120x$
(4)$(2a-3)^2-(4a+1)(4a-9)$
$=4a^2-12a+9-(16a^2-32a-9)$
$=4a^2-12a+9-16a^2+32a+9$
$=-12a^2+20a+18$

7 (1)$(x-3)(x+2)=x^2-x-6$
(2)$(4x-5)^2=16x^2-40x+25$

解き方
(1)$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
の $a+b$ の計算ミスです。
(2)使う公式のまちがいです。

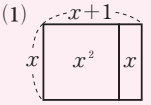
理解のコツ
・乗法公式を使った展開が中心になるよ。
・乗法公式の式の特徴(とくちょう)を理解して，どの公式を使えばよいか，また，公式の x や a，b にどんな文字や数を代入すればよいかがわかるようにしておこう。
・乗法公式にそって，途中の式をていねいに書いていくといいよ。

p.16〜17 ぴたトレ 1

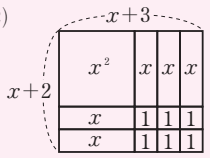
1 ①$3a$ ②a ③$x+2$ ④$x+5$ ⑤$x-4$

解き方
積の形の式で，かけ合わされているひとつひとつの数や文字，式を因数といいます。

2 (1)x，$x+1$ (2)$x+2$，$x+3$

解き方
次の図は，長方形の一例です。
(1)


x^2+x
$=x(x+1)$

(2)


$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$

3 ①a ②a ③3 ④a ⑤b ⑥a

解き方
多項式の各項をそれぞれいくつかの因数の積として表し，共通な因数を見つけます。

4 (1)$x(m+n)$ (2)$5a(2b-1)$ (3)$3x(x-3y)$
(4)$ab(2a+7b)$ (5)$2xy(4x+3)$
(6)$3a^2(3a-5b)$ (7)$a(x-y-2)$
(8)$4mn(m+2n-3)$

解き方
(8)$4m^2n=2\times2\times m\times m\times n$
$8mn^2=2\times2\times2\times m\times n\times n$
$12mn=2\times2\times3\times m\times n$
$4m^2n+8mn^2-12mn=4mn(m+2n-3)$

p.18〜19 ぴたトレ 1

1 (1)$(x+1)(x+5)$ (2)$(x+4)(x+5)$
(3)$(a+6)(a+8)$ (4)$(x-1)(x-3)$
(5)$(x-4)(x-6)$ (6)$(y-2)(y-10)$
(7)$(x-1)(x+3)$ (8)$(a-5)(a+7)$
(9)$(x-2)(x+12)$ (10)$(x+1)(x-2)$
(11)$(y+7)(y-8)$ (12)$(x+2)(x-20)$

解き方

積 ab と和 $a+b$ の符号から，2 つの数の符号や絶対値の大小を読みとることができます。

(1)〜(3)$ab>0$，$a+b>0$ だから　$a>0$，$b>0$

(4)〜(6)$ab>0$，$a+b<0$ だから　$a<0$，$b<0$

(7)〜(9)$ab<0$，$a+b>0$ だから

a，b は異符号で，正の数の絶対値が大きい。

(10)〜(12)$ab<0$，$a+b<0$ だから

a，b は異符号で，負の数の絶対値が大きい。

(2)であれば，$a>0$，$b>0$ のもののみ調べればよいです。

積が 20	和が 9
1，20	×
2，10	×
4，5	○

2 (1)$(x+1)^2$　(2)$(x+7)^2$　(3)$(a+8)^2$

(4)$(x-2)^2$　(5)$(y-3)^2$　(6)$(a-5)^2$

(7)$(x+12)^2$　(8)$(a-15)^2$　(9)$(x+13)^2$

解き方

(7)$x^2+24x+144=(x+12)^2$

$\frac{24}{2}$ の 2 乗

(8)$a^2-30a+225=(a-15)^2$

$\frac{30}{2}$ の 2 乗

3 (1)$(a+3)(a-3)$　(2)$(x+8)(x-8)$

(3)$(x+9)(x-9)$　(4)$(y+20)(y-20)$

(5)$(1+x)(1-x)$　(6)$(7+a)(7-a)$

解き方

(5)$1-x^2=1^2-x^2=(1+x)(1-x)$

(6)$49-a^2=7^2-a^2=(7+a)(7-a)$

p.20〜21　ぴたトレ 1

1 (1)$2(x+3)(x-8)$　(2)$3(x+2)^2$

(3)$4(a-3)^2$　(4)$5(x+4)(x-4)$

(5)$-3(x-1)(x-7)$　(6)$-2(x-5)^2$

解き方

(3)$4a^2-24a+36$

$=4(a^2-6a+9)$

$=4(a-3)^2$

(5)$-3x^2+24x-21$

$=-3(x^2-8x+7)$

$=-3(x-1)(x-7)$

2 (1)$(6a-1)^2$　(2)$(2x+7)(2x-7)$

(3)$(x+3y)(x-3y)$　(4)$(a+9b)^2$

(5)$(5a+8b)(5a-8b)$　(6)$(3x+2y)^2$

解き方

(6)$9x^2+12xy+4y^2$

$=(3x)^2+2\times2y\times3x+(2y)^2$

$=(3x+2y)^2$

3 (1)$(a-b)(x+y)$　(2)$(x+1)(a-b)$

(3)$(x-y+1)(x-y-1)$　(4)$(a+b-8)^2$

(5)$(x+y+6)(x+y-7)$　(6)$(a+2)(a-10)$

(7)$(x+6)^2$　(8)$x(x-7)$

解き方

(2)$x+1=A$ とおくと

$(x+1)a-(x+1)b$

$=Aa-Ab$

$=A(a-b)$

$=(x+1)(a-b)$

(6)$a-4=A$ とおくと

$(a-4)^2-36$

$=A^2-36$

$=(A+6)(A-6)$

$=(a-4+6)(a-4-6)$

$=(a+2)(a-10)$

p.22〜23　ぴたトレ 2

1 (1)$x(x+8y)$　(2)$ab(b-5)$

(3)$5ax(4a-3)$　(4)$2y(x^2+2x-5y)$

解き方

(3)$20a^2x=2\times2\times5\times a\times a\times x$

$15ax=3\times5\times a\times x$

$20a^2x-15ax=5ax(4a-3)$

(4)$2x^2y=2\times x\times x\times y$

$4xy=2\times2\times x\times y$

$10y^2=2\times5\times y\times y$

$2x^2y+4xy-10y^2=2y(x^2+2x-5y)$

2 (1)$(x-4)(x-12)$　(2)$(x+10)(x-10)$

(3)$(x-8)^2$　(4)$(x+5)(x-12)$

(5)$(x-3)(x+13)$　(6)$(x+9)^2$

(7)$(x+6)(x+10)$　(8)$(x+11)(x-11)$

(9)$(a+2)(a-25)$　(10)$(x+3)(x+12)$

(11)$(x-20)^2$　(12)$(a+15)(a-16)$

(13)$(9+y)(9-y)$　(14)$(x+10)(x+15)$

(15)$(x-2)(x+200)$　(16)$(a-1)(a-50)$

解き方

(16)$50-51a+a^2=a^2-51a+50$

$=(a-1)(a-50)$

3 (1)公式 4′，理由…(例)項が 2 つで，$36=6^2$ なので平方の差だから。

(2)公式 1′，理由…(例)項が 3 つで，x の 1 次の項の係数が偶数でないから。

解き方

項の数と 1 次の項の係数の絶対値と数の項の関係から考えます。

4 (1)$4(x-4)(x-6)$　(2)$5(x-7)^2$
(3)$-2(x-3)(x+4)$　(4)$3b(a+5)^2$
(5)$4x(y+3)(y-3)$　(6)$2y(x+1)(x-4)$

解き方
(4)$3a^2b+30ab+75b=3b(a^2+10a+25)$
$=3b(a+5)^2$
(5)共通な因数をすべてくくり出さずに公式を使うと，次のようにかっこの中に共通な因数が残ります。
$4xy^2-36x=x(4y^2-36)$
$=x(2y+6)(2y-6)$
共通な因数 2 が残っている

5 (1)$(a+7b)(a-7b)$　(2)$(5x-4)^2$
(3)$(3a+5b)^2$　(4)$(8a+b)(8a-b)$

解き方
(3)$9a^2+30ab+25b^2=(3a)^2+2\times5b\times3a+(5b)^2$
$=(3a+5b)^2$

6 (1)$(x-7)(4x+7)$　(2)$(a-2)(a-14)$
(3)$3x(x+10)$　(4)$(x-y)(a-b)$
(5)$(x-y)(x+y-6)$　(6)$(a-3)(b-1)$

解き方
(1)$x-7=A$ とおくと
$5x(x-7)-(x-7)^2$
$=5xA-A^2$
$=A(5x-A)$
$=(x-7)\{5x-(x-7)\}$
$=(x-7)(5x-x+7)$
$=(x-7)(4x+7)$
(3)$2x+5=A$，$x-5=B$ とおくと
$(2x+5)^2-(x-5)^2$
$=A^2-B^2$
$=(A+B)(A-B)$
$=(2x+5+x-5)\{2x+5-(x-5)\}$
$=3x(2x+5-x+5)$
$=3x(x+10)$
(4)〜(6)は，次のように式を変形します。
(4)$a(x-y)-bx+by=a(x-y)-b(x-y)$
(5)$x^2-y^2-6x+6y=(x+y)(x-y)-6(x-y)$
(6) 1 つの文字(a または b)に着目して，その文字があるかないかで整理します。
$ab-3b-a+3=b(a-3)-(a-3)$
b があるかないか
(別解)$ab-3b-a+3$ と考えてもよいです。
a があるかないか

7 理由…2 つのかっこの中に，共通な因数 3 がそれぞれ残っているから。
$81x^2-9y^2$
$=9(9x^2-y^2)$
$=9(3x+y)(3x-y)$

解き方　まず共通な因数である 9 をくくり出してから因数分解しましょう。

理解のコツ
・まず共通な因数がないか確かめて，あるときは共通な因数をすべてくくり出してから公式を使おう。
・因数分解の 4 つの公式は，●^{2}−▲^{2} のときは公式 4′，$\left(1\text{次の項の係数の絶対値の}\frac{1}{2}\right)^2=$(数の項) のときは公式 2′ や 3′ などと，正しく選んで使えるようにしておこう。
・最後に，かっこの中に共通な因数が残っていないか，同類項がないか，確かめる習慣をつけよう。

p.24〜25　ぴたトレ 1

1 (1)9801　(2)3000　(3)3596

解き方
(1)$99^2=(100-1)^2$
$=100^2-2\times1\times100+1^2$
(2)$65^2-35^2=(65+35)\times(65-35)$
(3)$62\times58=(60+2)\times(60-2)$
$=60^2-2^2$

2 (1)60　(2)64

解き方　因数分解した次の式に代入します。
(1)$(x+2)(x-15)=(18+2)\times(18-15)$
(2)$(x-y)^2=(54-46)^2$

3 (例) 2 つの続いた偶数は，整数 n を使って $2n$，$2n+2$ と表される。
この 2 つの続いた偶数の大きい数の平方から小さい数の平方をひくと
$(2n+2)^2-(2n)^2=4n^2+8n+4-4n^2$
$=8n+4$
$=4(2n+1)$
となる。$2n+1$ は整数だから，$4(2n+1)$ は 4 の倍数である。したがって，2 つの続いた偶数の大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差は，4 の倍数になる。

解き方　2 つの続いた偶数を，$2n-2$，$2n$ と表してもよいです。
このときの平方の差は
$(2n)^2-(2n-2)^2=4(2n-1)$ となります。

4 (1)$\ell=4a+2x+2y$

(2)道の面積 S m^2 は，次のように計算できる。

$S=(x+2a)(y+2a)-xy$

$=(2a+x)(2a+y)-xy$

$=\{(2a)^2+(x+y)\times 2a+xy\}-xy$

$=4a^2+2a(x+y)+xy-xy$

$=4a^2+2ax+2ay$ ……①

道の真ん中を通る線の長さ ℓ m は

$\ell=4a+2x+2y$

となる。この式の両辺に a をかけて

$a\ell=a(4a+2x+2y)$

$=4a^2+2ax+2ay$ ……②

①，②より　$S=a\ell$

解き方 (1)真ん中を通る線の長方形の縦の長さは $(x+a)$ m，横の長さは $(y+a)$ m であるから

$\ell=2\{(x+a)+(y+a)\}$

1 (1)100　(2)94.09　(3)8.9999

解き方 (1)$50.5^2-49.5^2=(50.5+49.5)\times(50.5-49.5)$

$=100\times 1$

(2)$9.7^2=(10-0.3)^2$

$=10^2-2\times 0.3\times 10+0.3^2$

$=100-6+0.09$

(3)$3.01\times 2.99=(3+0.01)\times(3-0.01)$

$=3^2-0.01^2$

$=9-0.0001$

2 求める式…$52^2-(52+9)\times(52-9)$

$=52^2-(52^2-9^2)$

$=52^2-52^2+9^2$

$=81$

差…81 cm^2

解き方 長方形の面積を $(52+9)\times(52-9)$ と表し，正方形の面積 52^2 との差を求める式をつくれば，乗法公式 4 を使って簡単に求めることができます。

3 (1)800　(2)67　(3)10000　(4)12

解き方 因数分解や展開した次の式に代入します。

(1)$(x+6)(x-14)=(34+6)\times(34-14)$

(2)$(x+y)(x-y)=(34+33)\times(34-33)$

(3)$(x+2y)^2=(34+2\times 33)^2=100^2$

(4)$x-22=34-22$

4 道の外側の線によってできる半円の半径は $(r+a)$ m であるから，道の面積 S m^2 は，次のように計算できる。

$S=\frac{1}{2}\pi(r+a)^2-\frac{1}{2}\pi r^2$

$=\frac{1}{2}\pi\{(r+a)^2-r^2\}$

$=\frac{1}{2}\pi(r^2+2ar+a^2-r^2)$

$=\frac{1}{2}\pi a(2r+a)$ ……①

道の真ん中を通る線の長さ ℓ m は，

半径 $\left(r+\frac{a}{2}\right)$ m の円周の長さの $\frac{1}{2}$ であるから

$\ell=\frac{1}{2}\times 2\pi\left(r+\frac{a}{2}\right)=\frac{1}{2}\pi(2r+a)$

となる。この式の両辺に a をかけて

$a\ell=\frac{1}{2}\pi a(2r+a)$ ……②

①，②より　$S=a\ell$

解き方 半径 r m の円の面積は πr^2 m^2

周の長さは $2\pi r$ m と表せます。

5 (1)1

(2) 3 でわると 2 余る自然数は，整数 n を使って $3n+2$ と表される。この数を 2 乗すると

$(3n+2)^2=9n^2+12n+4$

$=3(3n^2+4n+1)+1$

となる。$3n^2+4n+1$ は整数だから，$3(3n^2+4n+1)+1$ は 3 でわると 1 余る数である。したがって，3 でわると 2 余る自然数を 2 乗して，その数を 3 でわると，余りは 1 になる。

解き方 (1)$8^2=64$ で，64 を 3 でわった余りは 1。

(2)$9n^2+12n+4=9n^2+12n+3+1$ と考えて，3 でくくり出せる部分と余りになる数に分けます。

6 (1) 1

(2)(例) 3 つの続いた整数は，整数 n を使って $n-1$，n，$n+1$ と表される。この 3 つの続いた整数の真ん中の数の平方から，残りの 2 つの数の積をひくと

$$n^2-(n-1)(n+1)=n^2-(n^2-1)$$
$$=n^2-n^2+1$$
$$=1$$

となる。したがって，3 つの続いた整数で，真ん中の数の平方から，残りの 2 つの数の積をひいたときの差は，1 になる。

解き方

(2)(別解) 3 つの続いた整数を n，$n+1$，$n+2$ と表したときの計算は

$$(n+1)^2-n(n+2)=n^2+2n+1-(n^2+2n)$$
$$=1$$

となります。

7 (例) 2 つの続いた偶数は，整数 n を使って $2n$，$2n+2$ と表される。この 2 つの続いた偶数の平方の和から 2 をひくと

$$(2n)^2+(2n+2)^2-2=4n^2+4n^2+8n+4-2$$
$$=8n^2+8n+2$$
$$=2(4n^2+4n+1)$$
$$=2(2n+1)^2$$

$2n+1$ は，$2n$ と $2n+2$ の間にある奇数だから，2 つの続いた偶数の平方の和から 2 をひいたときの差は 2 つの続いた偶数の間にある奇数の平方の 2 倍になる。

解き方

2 つの続いた偶数が

2，4 のとき　$2^2+4^2-2=18=2\times3^2$

（2 つの続いた偶数の間にある奇数）

6，8 のとき　$6^2+8^2-2=98=2\times7^2$

8 十の位が 5，一の位が a である 2 けたの自然数は $50+a$ と表される。この自然数の 2 乗は

$$(50+a)^2=2500+100a+a^2$$
$$=100(25+a)+a^2$$
$$=100(5^2+a)+a^2$$

となる。a は 0 か 1 けたの自然数だから，5^2+a は 2 けたの自然数で十の位の数の 2 乗と一の位の数との和を表しており，a^2 は 2 けた以下の自然数で，一の位の数の 2 乗を表しているから，2 乗した数の百以上の位が十の位の数の 2 乗と一の位の数の和，下 2 けたが一の位の数の 2 乗になる。

解き方

(例)

51	55	59
×51	×55	×59
2601	3025	3481
↑ ↑	↑ ↑	↑ ↑
$25+1$　1^2	$25+5$　5^2	$25+9$　9^2

理解のコツ

・展開や因数分解を利用して，数の性質を証明するときは，結論を示すために式をどんな形に変形すればよいか，予想を立ててから計算していこう。

p.28〜29　ぴたトレ 3

1 (1) $-12a^2+18ab$　(2) $6x-9y+3$

解き方

$$(2)(4x^2y-6xy^2+2xy)\div\frac{2}{3}xy$$
$$=(4x^2y-6xy^2+2xy)\div\frac{2xy}{3}$$
$$=(4x^2y-6xy^2+2xy)\times\frac{3}{2xy}$$
$$=\frac{4x^2y\times3}{2xy}-\frac{6xy^2\times3}{2xy}+\frac{2xy\times3}{2xy}$$
$$=6x-9y+3$$

2 (1) $a^2-3ab-4b^2-5a+20b$　(2) x^2-100

(3) $x^2-18x+81$　(4) $x^2+9x-36$

(5) $a^2-a-\frac{4}{9}$　(6) $9x^2-30x+16$

(7) $x^2-y^2-8y-16$

解き方

(6) $(-3x+2)(-3x+8)$
$=(-3x)^2+(2+8)\times(-3x)+2\times8$

(7) $(x+y+4)(x-y-4)$
$=\{x+(y+4)\}\{x-(y+4)\}$
$=x^2-(y+4)^2$

3 (1) $-x^2+16x-1$　(2) $13a^2+8ab$

解き方

(1) $(x+1)(x+7)-2(x-2)^2$
$=x^2+8x+7-2(x^2-4x+4)$
$=x^2+8x+7-2x^2+8x-8$
$=-x^2+16x-1$

(2) $4(a+b)^2+(3a-2b)(3a+2b)$
$=4(a^2+2ab+b^2)+(9a^2-4b^2)$
$=4a^2+8ab+4b^2+9a^2-4b^2$
$=13a^2+8ab$

4 (1) $(x+6)(x-7)$　(2) $(6+x)(6-x)$

(3) $(5x+1)^2$　(4) $5(x+3)(x-8)$

(5) $4(3a-2b)^2$　(6) $(x-2)(x+6)$

(7) $(a+b-1)(a-b-1)$

解き方

(5)共通な因数をすべてくくり出さずに公式を使うと，次のようにかっこの中に共通な因数が残ります。　共通な因数 2 が残っている

$36a^2-48ab+16b^2=(6a-4b)^2$ ×

各項に共通な因数 4 があるので，はじめに 4 をくくり出してから因数分解の公式を使います。

$36a^2-48ab+16b^2=4(9a^2-12ab+4b^2)$

$=4(3a-2b)^2$

(6)$(x-3)^2+10(x-3)+9$　$x-3$ を A とおく

$=A^2+10A+9$

$=(A+1)(A+9)$

$=(x-3+1)(x-3+9)$

$=(x-2)(x+6)$

(7)$a^2-2a+1-b^2$

$=(a-1)^2-b^2$　$a-1$ を X とおく

$=X^2-b^2$

$=(X+b)(X-b)$

$=(a-1+b)(a-1-b)$

❺ (1)62.8　(2)62.8

解き方

(1)$10.5^2=(10+0.5)^2$

$=10^2+2\times0.5\times10+0.5^2$

(2)$6^2\times3.14-4^2\times3.14$

$=3.14\times(6^2-4^2)$

$=3.14\times(6+4)\times(6-4)$

$=3.14\times10\times2$

❻ −1180

解き方

$(x+2y)^2-4xy-8y^2$

$=(x+2y)^2-4y(x+2y)$　$x+2y=A$ とおくと $A^2-4yA=A(A-4y)$

$=(x+2y)(x+2y-4y)$

$=(x+2y)(x-2y)$

$=(54+2\times32)\times(54-2\times32)$

$=118\times(-10)$

$=-1180$

❼ $2ab\ \mathrm{cm}^2$

解き方

AM＝BM＝$\frac{a}{2}$ cm であるから，正方形(ア)，(イ)の 1 辺の長さはそれぞれ，$\left(\frac{a}{2}+b\right)$ cm，$\left(\frac{a}{2}-b\right)$ cm です。

$\left(\frac{a}{2}+b\right)^2-\left(\frac{a}{2}-b\right)^2$　因数分解の公式を利用する

$=\left(\frac{a}{2}+b+\frac{a}{2}-b\right)\left(\frac{a}{2}+b-\frac{a}{2}+b\right)$

$=a\times2b$

$=2ab$

❽ (例) 5 つの続いた整数は，整数 n を使って $n-2$，$n-1$，n，$n+1$，$n+2$ と表される。

この 5 つの続いた整数で，大きいほうの 2 つの数の積から小さいほうの 2 つの数の積をひくと

$(n+1)(n+2)-(n-2)(n-1)$

$=n^2+3n+2-(n^2-3n+2)$

$=n^2+3n+2-n^2+3n-2$

$=6n$

となる。n は整数だから，$6n$ は 6 の倍数である。したがって，5 つの続いた整数で，大きいほうの 2 つの数の積から小さいほうの 2 つの数の積をひいたときの差は，6 の倍数になる。

解き方

(別解) 5 つの続いた整数は，整数 n を使って n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$ と表されます。この 5 つの続いた整数で，大きいほうの 2 つの数の積から小さいほうの 2 つの数の積をひくと

$(n+3)(n+4)-n(n+1)$

$=n^2+7n+12-n^2-n$

$=6n+12$

$=6(n+2)$

となります。$n+2$ は整数だから，$6(n+2)$ は 6 の倍数です。したがって，5 つの続いた整数で，大きいほうの 2 つの数の積から小さいほうの 2 つの数の積をひいたときの差は，6 の倍数になります。

2章　平方根

p.31　ぴたトレ 0

1　(1)4　(2)25　(3)16　(4)100　(5)0.01
(6)1.69　(7)$\frac{4}{9}$　(8)$\frac{9}{16}$

解き方
$(-a)^2$ と $-a^2$ は違うので，注意しましょう。
$(-a)^2=(-a)\times(-a)=a^2$
$-a^2=-(a\times a)=-a^2$
(4)$(-10)^2=(-10)\times(-10)=100$
(5)$0.1^2=0.1\times0.1=0.01$
(8)$\left(-\frac{3}{4}\right)^2=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{9}{16}$

2　(1)0.4　(2)0.75　(3)0.625　(4)0.15
(5)3.2　(6)0.24

解き方
分数を小数で表すには，分子を分母でわった式 $\frac{b}{a}=b\div a$ を使います。
(3)$\frac{5}{8}=5\div8=0.625$
(6)$\frac{6}{25}=6\div25=0.24$

p.32〜33　ぴたトレ 1

1　(1) 9 と $-9(\pm9)$　(2)10 と $-10(\pm10)$
(3)$\frac{3}{4}$ と $-\frac{3}{4}\left(\pm\frac{3}{4}\right)$

解き方
(3)$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$，$\left(-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$

2　(1)$\sqrt{11}$ と $-\sqrt{11}(\pm\sqrt{11})$
(2)$\sqrt{0.3}$ と $-\sqrt{0.3}(\pm\sqrt{0.3})$
(3)$\sqrt{\frac{7}{5}}$ と $-\sqrt{\frac{7}{5}}\left(\pm\sqrt{\frac{7}{5}}\right)$

解き方
(2)(3)小数や分数のときも，平方根は根号を使って表せます。

3　(1) 2　(2)−8　(3) 7　(4)−6　(5) 9　(6)−13

解き方
(2)$-\sqrt{64}$ は 64 の平方根 ±8 の負のほうだから
−8 です。
(4)$-\sqrt{6^2}=-\sqrt{36}=-6$
(5)$\sqrt{(-9)^2}=\sqrt{81}=9$
$\sqrt{(-9)^2}=-9$ としないように注意しましょう。
(6)$-\sqrt{(-13)^2}=-\sqrt{169}=-13$

4　(1) 8　(2)15　(3)36

解き方
a を正の数とするとき　$(\sqrt{a})^2=a$，$(-\sqrt{a})^2=a$

5　(1)$\sqrt{14}<\sqrt{17}$　(2)$4>\sqrt{15}$　(3)$\sqrt{80}<9$
(4)$-\sqrt{5}>-\sqrt{6}$　(5)$4<\sqrt{21}<5$
(6)$-7>-\sqrt{50}$

解き方
(6)$7^2=49$，$(\sqrt{50})^2=50$ で，$49<50$ だから
$7<\sqrt{50}$　したがって　$-7>-\sqrt{50}$

6　㋑，㋓

解き方
$\sqrt{4}=2$，−3.6，−9 は有理数です。
π は 3.14159…で循環しない無限小数だから無理数です。$-\sqrt{10}$ は，10 が自然数の 2 乗ではないので無理数です。

p.34〜35　ぴたトレ 2

1　(1) 0　(2)$\sqrt{77}$ と $-\sqrt{77}(\pm\sqrt{77})$
(3)14 と $-14(\pm14)$　(4)0.2 と $-0.2(\pm0.2)$
(5)$\sqrt{3.6}$ と $-\sqrt{3.6}(\pm\sqrt{3.6})$
(6)1.3 と $-1.3(\pm1.3)$
(7)$\sqrt{\frac{5}{6}}$ と $-\sqrt{\frac{5}{6}}\left(\pm\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$
(8)$\frac{5}{9}$ と $-\frac{5}{9}\left(\pm\frac{5}{9}\right)$　(9)$\frac{11}{7}$ と $-\frac{11}{7}\left(\pm\frac{11}{7}\right)$

解き方
(1) 0 の平方根は 0 だけです。
(5)〜(9)小数や分数のときも，平方根は根号を使って表せます。

2　(1) 9　(2)−15　(3)0.6　(4)−1.4　(5)$-\frac{3}{8}$
(6)$\frac{9}{7}$　(7)−5　(8)17　(9)−10　(10)−9
(11)20　(12)23　(13)$\frac{2}{7}$　(14)$\frac{5}{9}$　(15)−12

解き方
(2)$-\sqrt{225}$ は 225 の平方根 ±15 の負のほうだから，
−15 です。
(7)$-\sqrt{5^2}=-\sqrt{25}=-5$
(8)$\sqrt{(-17)^2}=\sqrt{289}=17$
$\sqrt{289}$ は 289 の平方根 ±17 の正のほうだから，17 です。−17 としないように注意しましょう。
(9)$-\sqrt{(-10)^2}=-\sqrt{100}=-10$
(11)〜(14) a を正の数とするとき　$(\sqrt{a})^2=a$
$(-\sqrt{a})^2=a$

3 (1)$0.2<\sqrt{0.2}$　(2)$\sqrt{\frac{1}{2}}<\sqrt{\frac{2}{3}}$

(3)$-\sqrt{23}>-5$　(4)$2<\sqrt{7}<3$

(5)$\sqrt{61}<8<\sqrt{65}$　(6)$-\sqrt{90}<-9<-\sqrt{80}$

解き方

(1)$0.2^2=0.04$

$\sqrt{0.04}<\sqrt{0.2}$ であるから　$0.2<\sqrt{0.2}$

(4)$2^2=4$，$3^2=9$，$(\sqrt{7})^2=7$ で，

$4<7<9$ であるから　$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$

(6)$9^2=81$，$(\sqrt{80})^2=80$，$(\sqrt{90})^2=90$ で，

$80<81<90$ であるから　$\sqrt{80}<\sqrt{81}<\sqrt{90}$

したがって　$-\sqrt{80}>-\sqrt{81}>-\sqrt{90}$

4 A…$-\sqrt{36}$，B…$-\sqrt{15}$，C…$-\frac{7}{4}$，D…0.5，

E…π，F…$\sqrt{20}$

解き方

$\sqrt{20}$…$4^2<20<5^2$ だから　$4<\sqrt{20}<5$

したがって，$\sqrt{20}$ は 4 と 5 の間の数です。

$-\sqrt{15}$…$3^2<15<4^2$ だから　$3<\sqrt{15}<4$

したがって，$-4<-\sqrt{15}<-3$ となるから，

$-\sqrt{15}$ は -4 と -3 の間の数です。

5 (1)㋓　(2)㋓　(3)㋐　(4)㋑　(5)㋐

解き方

(4)$-\sqrt{49}=-7$ だから，$-\sqrt{49}$ は負の整数です。

(5)π は 3.14159…であり，循環しない無限小数(無理数)です。

6 (1)循環小数　(2)有限小数

解き方

(1)$\frac{5}{6}$ は 0.8333…となるから，同じ数字の並びがかぎりなくくり返す循環小数です。

(2)$\frac{3}{8}=0.375$ だから，有限小数です。

理解のコツ

・平方根を答える問題では，答えが正と負の 2 つあることに注意しよう。根号を使わずに表すことができないかも確認しよう。

・有理数か無理数かを答える問題では，計算結果に根号や π が残っていれば，無理数だよ。

p.36〜37　ぴたトレ 1

1 (1)$\sqrt{42}$　(2)-10　(3) 6

解き方

(2)$\sqrt{20}\times(-\sqrt{5})=-\sqrt{20\times5}=-\sqrt{100}=-10$

2 (1)$\sqrt{3}$　(2)-2　(3) 4

解き方

(2)$(-\sqrt{8})\div\sqrt{2}$

$=-\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=-\sqrt{\frac{8}{2}}=-\sqrt{4}=-2$

(3)$(-\sqrt{48})\div(-\sqrt{3})$

$=\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{48}{3}}=\sqrt{16}=4$

3 (1)$\sqrt{28}$　(2)$\sqrt{54}$　(3)$\sqrt{50}$

解き方

$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$ であることを使います。

(1)$2\sqrt{7}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{7}=\sqrt{4}\times\sqrt{7}=\sqrt{4\times7}=\sqrt{28}$

4 (1)$2\sqrt{5}$　(2)$3\sqrt{7}$　(3)$7\sqrt{2}$　(4)$6\sqrt{7}$

(5)$10\sqrt{3}$　(6)$4\sqrt{2}$

解き方

(1)$\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

(2)$\sqrt{63}=\sqrt{9\times7}=\sqrt{9}\times\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

(3)$\sqrt{98}=\sqrt{49\times2}=\sqrt{49}\times\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

根号の中の数を素因数分解すると，根号の外に出す数が見つけやすくなります。

(4)$\sqrt{252}=\sqrt{2^2\times3^2\times7}$

$=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{7}$

$=2\times3\times\sqrt{7}$

$=6\sqrt{7}$

$2^2\leftarrow$ 2)252, 2)126, $3^2\leftarrow$ 3)63, 3)21, 7

(6)$\sqrt{32}=\sqrt{2^5}$

$=\sqrt{2^2\times2^2\times2}$

$=\sqrt{2^2}\times\sqrt{2^2}\times\sqrt{2}$

$=2\times2\times\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}$

$2^2\leftarrow$ 2)32, 2)16, $2^2\leftarrow$ 2)8, 2)4, 2

5 (1)$\frac{\sqrt{10}}{3}$　(2)$\frac{\sqrt{21}}{10}$　(3)$\frac{\sqrt{5}}{100}$

解き方

(1)$\sqrt{\frac{10}{9}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3^2}}=\frac{\sqrt{10}}{3}$

(2)$\sqrt{0.21}=\sqrt{\frac{21}{100}}=\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{100}}=\frac{\sqrt{21}}{10}$

(3)$\sqrt{0.0005}=\sqrt{\frac{5}{10000}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10000}}=\frac{\sqrt{5}}{100}$

p.38〜39　ぴたトレ 1

1　(1)26.46　(2)83.67　(3)0.2646
(4)0.8367　(5)7.938　(6)4.1835

解き方

$(1)\sqrt{700}=\sqrt{7\times100}$
$=\sqrt{7}\times\sqrt{10^2}$
$=\sqrt{7}\times10$
$=26.46$

$(2)\sqrt{7000}=\sqrt{70\times100}$
$=\sqrt{70}\times\sqrt{10^2}$
$=\sqrt{70}\times10$
$=8.367\times10$
$=83.67$

$(3)\sqrt{0.07}=\sqrt{\dfrac{7}{100}}=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{100}}=\dfrac{\sqrt{7}}{10}=\dfrac{2.646}{10}$
$=0.2646$

$(4)\sqrt{0.7}=\sqrt{\dfrac{70}{100}}=\dfrac{\sqrt{70}}{\sqrt{100}}=\dfrac{\sqrt{70}}{10}=\dfrac{8.367}{10}$
$=0.8367$

$(5)\sqrt{63}=3\sqrt{7}=3\times\sqrt{7}=3\times2.646=7.938$

$(6)\sqrt{17.5}=\sqrt{\dfrac{70}{4}}=\dfrac{\sqrt{70}}{2}=\dfrac{8.367}{2}=4.1835$

2　(1)$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　(2)$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　(3)$\dfrac{\sqrt{6}}{6}$　(4)$\dfrac{\sqrt{6}}{9}$
(5)$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　(6)$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

解き方

$(2)\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$(4)\dfrac{2}{3\sqrt{6}}=\dfrac{2\times\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$
$=\dfrac{2\times\sqrt{6}}{3\times6}$　$\dfrac{\overset{1}{\cancel{2}}\times\sqrt{6}}{3\times\underset{3}{\cancel{6}}}$
$=\dfrac{\sqrt{6}}{9}$

$(5)\dfrac{2}{\sqrt{12}}=\dfrac{2}{2\sqrt{3}}$　$\dfrac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{2}}\sqrt{3}}$
$=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$
$=\dfrac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$(6)\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{10}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$　←　$\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{10}}=\dfrac{3\times\overset{1}{\cancel{\sqrt{5}}}}{\sqrt{2}\times\underset{1}{\cancel{\sqrt{5}}}}$
$=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

3　(1)$21\sqrt{2}$　(2)$8\sqrt{30}$　(3)$3\sqrt{10}$　(4)$5\sqrt{14}$
(5)$40\sqrt{2}$　(6)24

解き方

$(1)\sqrt{63}\times\sqrt{14}=3\sqrt{7}\times\sqrt{7\times2}$
$=3\times\sqrt{7\times7\times2}$
$=3\times\sqrt{7^2\times2}$
$=3\times7\sqrt{2}$
$=21\sqrt{2}$

$(3)\sqrt{15}\times\sqrt{6}=\sqrt{3\times5}\times\sqrt{3\times2}$
$=\sqrt{3\times5\times3\times2}$
$=\sqrt{3^2\times5\times2}$
$=3\sqrt{10}$

$(5)2\sqrt{5}\times4\sqrt{10}=2\times4\times\sqrt{5}\times\sqrt{5\times2}$
$=8\times\sqrt{5^2\times2}$
$=8\times5\sqrt{2}$
$=40\sqrt{2}$

(別解)$2\sqrt{5}\times4\sqrt{10}$
$=2\times4\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}$
$=2\times4\times(\sqrt{5})^2\times\sqrt{2}$
$=40\sqrt{2}$

$(6)\sqrt{48}\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\times2\sqrt{3}$
$=4\times2\times(\sqrt{3})^2$
$=8\times3$
$=24$

4　(1)$\dfrac{\sqrt{30}}{6}$　(2)$\dfrac{\sqrt{14}}{5}$　(3)$\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

解き方

分数の形に表し，次のように変形してから有理化します。

$(1)\sqrt{5}\div\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{30}}{6}$

$(2)2\sqrt{7}\div\sqrt{50}=\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{50}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{5\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{7}\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\dfrac{2\sqrt{14}}{5\times2}=\dfrac{\sqrt{14}}{5}$

$(3)\sqrt{27}\div\sqrt{15}=\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{15}}=\sqrt{\dfrac{27}{15}}=\sqrt{\dfrac{9}{5}}$
$=\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

p.40〜41　ぴたトレ 2

1　(1)8　(2)$\sqrt{6}$　(3)-5

解き方

$(1)(-\sqrt{32})\times(-\sqrt{2})=\sqrt{32\times2}$
$=\sqrt{64}=8$

$(3)\sqrt{325}\div(-\sqrt{13})=-\dfrac{\sqrt{325}}{\sqrt{13}}$
$=-\sqrt{\dfrac{325}{13}}$
$=-\sqrt{25}=-5$

❷ (1)$\sqrt{45}$　(2)$\sqrt{40}$　(3)$\sqrt{240}$

解き方

(1)$3\sqrt{5}=\sqrt{9}\times\sqrt{5}=\sqrt{45}$

❸ (1)$3\sqrt{6}$　(2)$6\sqrt{5}$　(3)$9\sqrt{6}$　(4)$8\sqrt{2}$

(5)$\dfrac{\sqrt{2}}{15}$　(6)$\dfrac{\sqrt{70}}{100}$

解き方

(3)$\sqrt{486}=\sqrt{2\times3^5}$
$=\sqrt{2\times3^2\times3^2\times3}$
$=\sqrt{3^2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{2\times3}$
$=3\times3\times\sqrt{6}$
$=9\sqrt{6}$

3^2←3)486, 3)243, 3)81
3^2←3)27, 3)9, 3

(6)$\sqrt{0.007}=\sqrt{\dfrac{70}{10000}}=\dfrac{\sqrt{70}}{\sqrt{10000}}=\dfrac{\sqrt{70}}{100}$

❹ (1)**70.71**　(2)**223.6**　(3)**0.07071**　(4)**13.416**

(5)**1.4142**　(6)**1.118**

解き方

次のように変形します。

(3)$\sqrt{0.005}=\sqrt{\dfrac{50}{10000}}=\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{10000}}=\dfrac{\sqrt{50}}{100}$

(4)$\sqrt{180}=6\sqrt{5}$

(5)$\sqrt{2}=\sqrt{\dfrac{50}{25}}=\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{25}}=\dfrac{\sqrt{50}}{5}$

(6)$\sqrt{1.25}=\sqrt{\dfrac{125}{100}}=\dfrac{5\sqrt{5}}{10}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

❺ (1)$\dfrac{6\sqrt{7}}{7}$　(2)$\dfrac{\sqrt{30}}{10}$　(3)$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$　(4)$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

(5)$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(6)$\dfrac{\sqrt{30}}{5}$

解き方

(4)$\dfrac{4}{\sqrt{24}}=\dfrac{4}{2\sqrt{6}}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}=\dfrac{2\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$
$=\dfrac{2\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

(5)$\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{40}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{10}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(6)$\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$　←$\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}\times\cancel{\sqrt{2}}^{1}}{\sqrt{5}\times\cancel{\sqrt{2}}_{1}}$
$=\dfrac{\sqrt{6}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$
$=\dfrac{\sqrt{30}}{5}$

❻ (1)$2\sqrt{15}$　(2)$5\sqrt{6}$　(3)$21\sqrt{10}$　(4)$6\sqrt{15}$

(5)48　(6)$12\sqrt{3}$　(7)$36\sqrt{5}$　(8)$8\sqrt{14}$　(9)$36\sqrt{2}$

解き方

(3)$\sqrt{42}\times\sqrt{105}=\sqrt{2\times3\times7}\times\sqrt{3\times5\times7}$
$=\sqrt{2\times3\times7\times3\times5\times7}$
$=\sqrt{2\times3^2\times5\times7^2}$
$=3\times7\times\sqrt{2\times5}$
$=21\sqrt{10}$

(4)$2\sqrt{5}\times\sqrt{27}=2\sqrt{5}\times\sqrt{3^2\times3}$
$=2\sqrt{5}\times3\sqrt{3}$
$=2\times3\times\sqrt{5\times3}$
$=6\sqrt{15}$

(5)$\sqrt{32}\times6\sqrt{2}=\sqrt{4^2\times2}\times6\sqrt{2}$
$=4\sqrt{2}\times6\sqrt{2}$
$=4\times6\times(\sqrt{2})^2$
$=48$

(7)$4\sqrt{3}\times3\sqrt{15}=4\times\sqrt{3}\times3\times\sqrt{3\times5}$
$=4\times3\times\sqrt{3^2\times5}$
$=4\times3\times3\times\sqrt{5}$
$=36\sqrt{5}$

(8)$\sqrt{28}\times\sqrt{32}=\sqrt{2^2\times7}\times\sqrt{4^2\times2}$
$=2\sqrt{7}\times4\sqrt{2}$
$=2\times4\times\sqrt{7}\times\sqrt{2}$
$=8\sqrt{14}$

(9)$\sqrt{48}\times\sqrt{54}=4\sqrt{3}\times3\sqrt{6}$
$=4\times3\times\sqrt{3}\times\sqrt{3\times2}$
$=4\times3\times\sqrt{3^2\times2}$
$=4\times3\times3\times\sqrt{2}$
$=36\sqrt{2}$

❼ (1)$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　(2)$\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$　(3)$-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

解き方

(1)$\sqrt{45}\div\sqrt{18}=\sqrt{\dfrac{45}{18}}=\sqrt{\dfrac{5}{2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

(2)$6\div\sqrt{10}=\dfrac{6}{\sqrt{10}}=\dfrac{6\sqrt{10}}{10}=\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$

(3)$5\sqrt{2}\div(-\sqrt{90})=5\sqrt{2}\div(-3\sqrt{10})$
$=-\dfrac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{10}}=-\dfrac{5}{3\sqrt{5}}$
$=-\dfrac{5\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{5\sqrt{5}}{15}$
$=-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

理解のコツ

・乗除の計算では，まず$a\sqrt{b}$の形に変形し，根号の外の数どうし，根号の中の数どうしを計算するよ。最後に，分母に根号があるときは，必ず分母を有理化しよう。

p.42〜43　ぴたトレ 1

1 (1)$7\sqrt{7}$　(2)$7\sqrt{5}$　(3)$-\sqrt{6}$　(4)$\sqrt{2}$
(5)$-2\sqrt{3}$　(6)$-4\sqrt{6}$　(7)$-4\sqrt{5}+4\sqrt{3}$
(8)$-3\sqrt{7}-7$　(9)$10\sqrt{3}-6\sqrt{2}$
(10)$8\sqrt{6}-3\sqrt{10}$

解き方
(1)$\sqrt{7}+6\sqrt{7}=(1+6)\sqrt{7}=7\sqrt{7}$
(3)$4\sqrt{6}-5\sqrt{6}=(4-5)\sqrt{6}=-\sqrt{6}$
(4)$2\sqrt{2}-\sqrt{2}=(2-1)\sqrt{2}=\sqrt{2}$
(5)$2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+\sqrt{3}$
$=(2-5+1)\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$
(7)$3\sqrt{5}+4\sqrt{3}-7\sqrt{5}=(3-7)\sqrt{5}+4\sqrt{3}$
$=-4\sqrt{5}+4\sqrt{3}$
(8)$-5\sqrt{7}-4+2\sqrt{7}-3$
$=(-5+2)\sqrt{7}-4-3$
$=-3\sqrt{7}-7$
(10)$2\sqrt{6}+\sqrt{10}-4\sqrt{10}+6\sqrt{6}$
$=(2+6)\sqrt{6}+(1-4)\sqrt{10}$
$=8\sqrt{6}-3\sqrt{10}$

2 (1)$7\sqrt{2}$　(2)$2\sqrt{6}$　(3)$6\sqrt{5}$　(4)$2\sqrt{7}$
(5)$8\sqrt{2}-2\sqrt{3}$　(6)$-9\sqrt{2}$　(7)$\sqrt{6}$
(8)$-2\sqrt{5}-\sqrt{3}$

解き方
(1)$\sqrt{50}+2\sqrt{2}=5\sqrt{2}+2\sqrt{2}=7\sqrt{2}$
(2)$4\sqrt{6}-\sqrt{24}=4\sqrt{6}-2\sqrt{6}=2\sqrt{6}$
(6)$-\sqrt{98}+\sqrt{32}-\sqrt{72}=-7\sqrt{2}+4\sqrt{2}-6\sqrt{2}$
$=-9\sqrt{2}$
(8)$\sqrt{45}+\sqrt{48}-\sqrt{125}-\sqrt{75}$
$=3\sqrt{5}+4\sqrt{3}-5\sqrt{5}-5\sqrt{3}$
$=-2\sqrt{5}-\sqrt{3}$

3 (1)$7\sqrt{5}$　(2)$\sqrt{2}$　(3)$\dfrac{5\sqrt{6}}{2}$　(4)$3\sqrt{3}$

解き方
(1)$6\sqrt{5}+\dfrac{5}{\sqrt{5}}=6\sqrt{5}+\dfrac{5\sqrt{5}}{5}$
$=6\sqrt{5}+\sqrt{5}$
$=7\sqrt{5}$
(2)$\dfrac{8}{\sqrt{2}}-\sqrt{18}=\dfrac{8\sqrt{2}}{2}-3\sqrt{2}$
$=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}$
$=\sqrt{2}$
(3)$2\sqrt{6}+\sqrt{\dfrac{3}{2}}=2\sqrt{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
$=2\sqrt{6}+\dfrac{\sqrt{6}}{2}$
$=\dfrac{5\sqrt{6}}{2}$
(4)$4\sqrt{3}-\sqrt{108}+\dfrac{15}{\sqrt{3}}$
$=4\sqrt{3}-6\sqrt{3}+\dfrac{15\sqrt{3}}{3}$　$\dfrac{15}{\sqrt{3}}=\dfrac{15\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=4\sqrt{3}-6\sqrt{3}+5\sqrt{3}$
$=3\sqrt{3}$

p.44〜45　ぴたトレ 1

1 (1)$4-3\sqrt{2}$　(2)$15\sqrt{3}+30$　(3)$6\sqrt{2}-3\sqrt{10}$
(4)$17-9\sqrt{5}$　(5)$-\sqrt{6}$　(6)$9-2\sqrt{14}$
(7)$37+20\sqrt{3}$　(8)1　(9)-1

解き方
(1)$\sqrt{2}(2\sqrt{2}-3)=2\times(\sqrt{2})^2-\sqrt{2}\times3$
$=2\times2-3\sqrt{2}$
$=4-3\sqrt{2}$
(2)$3\sqrt{5}(\sqrt{15}+\sqrt{20})$
$=3\sqrt{5}(\sqrt{15}+2\sqrt{5})$
$=3\sqrt{5}\times\sqrt{15}+3\sqrt{5}\times2\sqrt{5}$
$=3\sqrt{5}\times(\sqrt{5}\times\sqrt{3})+6\times5$
$=15\sqrt{3}+30$
(3)$\sqrt{3}(2\sqrt{6}-\sqrt{30})$
$=\sqrt{3}\times2\sqrt{6}-\sqrt{3}\times\sqrt{30}$
$=\sqrt{3}\times(2\times\sqrt{3}\times\sqrt{2})-\sqrt{3}\times(\sqrt{3}\times\sqrt{10})$
$=2\times3\times\sqrt{2}-3\times\sqrt{10}$
$=6\sqrt{2}-3\sqrt{10}$
(4)$(\sqrt{5}-1)(2\sqrt{5}-7)$
$=\sqrt{5}\times2\sqrt{5}-\sqrt{5}\times7-1\times2\sqrt{5}+1\times7$
$=10-7\sqrt{5}-2\sqrt{5}+7$
$=17-9\sqrt{5}$
(5)$(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-3)=(\sqrt{6})^2+(2-3)\sqrt{6}-2\times3$
$=6-\sqrt{6}-6$
$=-\sqrt{6}$
(6)$(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2=(\sqrt{7})^2-2\times\sqrt{7}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$
$=7-2\sqrt{14}+2$
$=9-2\sqrt{14}$
(7)$(2\sqrt{3}+5)^2=(2\sqrt{3})^2+2\times2\sqrt{3}\times5+5^2$
$=12+20\sqrt{3}+25$
$=37+20\sqrt{3}$
(8)$(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)=(\sqrt{10})^2-3^2=10-9=1$
(9)$(\sqrt{5}+\sqrt{6})(\sqrt{5}-\sqrt{6})=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{6})^2$
$=5-6$
$=-1$

2 (1)$5-\sqrt{3}$　(2)$4\sqrt{35}$

解き方
(1)$\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)+(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$
$=(\sqrt{3})^2-\sqrt{3}\times1+(\sqrt{3})^2-1^2$
$=3-\sqrt{3}+3-1$
$=5-\sqrt{3}$

(2)$(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2$
$=(\sqrt{7})^2+2\times\sqrt{7}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2$
$-\{(\sqrt{7})^2-2\times\sqrt{7}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2\}$
$=7+2\sqrt{35}+5-(7-2\sqrt{35}+5)$
$=4\sqrt{35}$
(別解)$(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2$
$=\{(\sqrt{7}+\sqrt{5})+(\sqrt{7}-\sqrt{5})\}$
$\{(\sqrt{7}+\sqrt{5})-(\sqrt{7}-\sqrt{5})\}$
$=2\sqrt{7}\times2\sqrt{5}$
$=4\sqrt{35}$

3 (1)①$10+2\sqrt{10}$ ②8 ③$4\sqrt{10}$
(2)①$3+8\sqrt{3}$ ②3 ③$3+9\sqrt{3}$

解き方
(1)$x+y=2\sqrt{5}$, $x-y=2\sqrt{2}$
①$x^2+xy=x(x+y)$
$=(\sqrt{5}+\sqrt{2})\times2\sqrt{5}$
$=10+2\sqrt{10}$
②$x^2-2xy+y^2=(x-y)^2=(2\sqrt{2})^2=8$
③$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=2\sqrt{5}\times2\sqrt{2}$
$=4\sqrt{10}$
(2)①$a^2-16=(a+4)(a-4)$
$=(\sqrt{3}+4+4)\times(\sqrt{3}+4-4)$
$=(\sqrt{3}+8)\times\sqrt{3}$
$=3+8\sqrt{3}$
②$a^2-8a+16=(a-4)^2=(\sqrt{3})^2=3$
③$a^2+a-20=(a-4)(a+5)$
$=(\sqrt{3}+4-4)(\sqrt{3}+4+5)$
$=\sqrt{3}(\sqrt{3}+9)$
$=3+9\sqrt{3}$

4 $1:\sqrt{2}$

解き方
CDは，辺B′C，B′Dを辺にもつ正方形の対角線になることから，CD$=x$とすると，この正方形の面積$\frac{1}{2}x^2$は1となります。
したがって　$x^2=2$
xは2の平方根で，$x>0$だから　$x=\sqrt{2}$

p.46〜47 ぴたトレ2

1 (1)$-2\sqrt{5}$ (2)$-\sqrt{7}$ (3)$-\sqrt{2}+\sqrt{3}$
(4)$\frac{5\sqrt{6}}{12}+3$

解き方
(4)$\frac{2\sqrt{6}}{3}-5-\frac{\sqrt{6}}{4}+8=\frac{8\sqrt{6}}{12}-\frac{3\sqrt{6}}{12}-5+8$
$=\frac{5\sqrt{6}}{12}+3$

2 (1)$2\sqrt{5}$ (2)$2\sqrt{3}$ (3)0 (4)$\frac{\sqrt{5}}{2}$

解き方
(2)$\frac{\sqrt{75}}{5}+\frac{\sqrt{12}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{5}+\frac{2\sqrt{3}}{2}$
$=\sqrt{3}+\sqrt{3}$
$=2\sqrt{3}$
(3)$\sqrt{150}-\sqrt{6}-2\sqrt{24}$
$=5\sqrt{6}-\sqrt{6}-2\times2\sqrt{6}$
$=5\sqrt{6}-\sqrt{6}-4\sqrt{6}$
$=0$
(4)$-\frac{\sqrt{45}}{2}+\frac{\sqrt{8}}{4}+\sqrt{20}-\frac{\sqrt{18}}{6}$
$=-\frac{3\sqrt{5}}{2}+\frac{2\sqrt{2}}{4}+2\sqrt{5}-\frac{3\sqrt{2}}{6}$
$=-\frac{3\sqrt{5}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{5}-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=\frac{\sqrt{5}}{2}$

3 (1)0.4472 (2)2.828 (3)2.121

解き方
(1)$\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{20}{100}}=\frac{\sqrt{20}}{10}=\frac{4.472}{10}=0.4472$
(2)$\sqrt{8}=2\sqrt{2}=2\times1.414=2.828$
(3)$\sqrt{4.5}=\sqrt{\frac{45}{10}}=\sqrt{\frac{9}{2}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}$
$=\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{3\times1.414}{2}=2.121$

4 (1)$-\sqrt{10}$ (2)$2\sqrt{2}$ (3)$\frac{17\sqrt{6}}{3}$ (4)0

解き方
(2)$\sqrt{2}+\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}+\frac{2\sqrt{2}}{2}$
$=\sqrt{2}+\sqrt{2}$
$=2\sqrt{2}$
(3)$2\sqrt{54}-\sqrt{\frac{2}{3}}=2\times3\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=6\sqrt{6}-\frac{\sqrt{6}}{3}$
$=\frac{17\sqrt{6}}{3}$
(4)$\sqrt{5}+\sqrt{20}-\frac{15}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}+2\sqrt{5}-\frac{15\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$
$=\sqrt{5}+2\sqrt{5}-\frac{15\sqrt{5}}{5}$
$=\sqrt{5}+2\sqrt{5}-3\sqrt{5}$
$=0$

5 (1)$\sqrt{5}+5\sqrt{2}$　(2)$8+4\sqrt{3}$　(3)$21\sqrt{3}-7\sqrt{2}$
(4)$3\sqrt{5}-3\sqrt{2}$

解き方

(1)$\sqrt{5}(1+\sqrt{10})=\sqrt{5}\times1+\sqrt{5}\times(\sqrt{5}\times\sqrt{2})$
$=\sqrt{5}+5\sqrt{2}$

(2)$2\sqrt{2}(\sqrt{8}+\sqrt{6})$
$=2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}+2\sqrt{2}\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})$
$=4\times2+2\times2\times\sqrt{3}$
$=8+4\sqrt{3}$

(3)$\sqrt{7}(3\sqrt{21}-\sqrt{14})$
$=\sqrt{7}\times(3\times\sqrt{7}\times\sqrt{3})-\sqrt{7}\times(\sqrt{7}\times\sqrt{2})$
$=3\times7\times\sqrt{3}-7\times\sqrt{2}$
$=21\sqrt{3}-7\sqrt{2}$

(4)$\sqrt{3}(\sqrt{15}-\sqrt{6})$
$=\sqrt{3}\times(\sqrt{3}\times\sqrt{5})-\sqrt{3}\times(\sqrt{3}\times\sqrt{2})$
$=3\times\sqrt{5}-3\times\sqrt{2}$
$=3\sqrt{5}-3\sqrt{2}$

6 (1)$9+4\sqrt{5}$　(2)8　(3)-21　(4)$8\sqrt{6}$
(5)$3+\sqrt{6}$　(6)$-3\sqrt{2}$

解き方

(3)$(\sqrt{3}+8)(\sqrt{3}-3)-\dfrac{15}{\sqrt{3}}$
$=(\sqrt{3})^2+(8-3)\sqrt{3}-8\times3-\dfrac{15\sqrt{3}}{3}$
$=3+5\sqrt{3}-24-5\sqrt{3}$
$=-21$

(4)$(2\sqrt{6}+1)^2-(2\sqrt{6}-1)^2$
$=(2\sqrt{6})^2+2\times1\times2\sqrt{6}+1^2$
$\quad-\{(2\sqrt{6})^2-2\times1\times2\sqrt{6}+1^2\}$
$=24+4\sqrt{6}+1-(24-4\sqrt{6}+1)$
$=24+4\sqrt{6}+1-24+4\sqrt{6}-1$
$=8\sqrt{6}$
(別解)因数分解すると
$(2\sqrt{6}+1)^2-(2\sqrt{6}-1)^2$
$=(2\sqrt{6}+1+2\sqrt{6}-1)$
$\quad\times\{2\sqrt{6}+1-(2\sqrt{6}-1)\}$
$=4\sqrt{6}\times2$
$=8\sqrt{6}$

(5)$(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$
$=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2+\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{2})^2$
$=3-2+\sqrt{6}+2$
$=3+\sqrt{6}$
(別解)因数分解すると
$(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$
$=(\sqrt{3}+\sqrt{2})\{(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\sqrt{2}\}$
$=(\sqrt{3}+\sqrt{2})\times\sqrt{3}$
$=(\sqrt{3})^2+\sqrt{2}\times\sqrt{3}$
$=3+\sqrt{6}$

7 (1)①$28$　②$10\sqrt{2}$　(2)①$5$　②$5+10\sqrt{5}$

解き方

(1)$x+y=2\sqrt{7}$，$x-y=2\sqrt{2}$，$xy=5$
①$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=(2\sqrt{7})^2=28$
②$x^2y-xy^2=xy(x-y)=5\times2\sqrt{2}=10\sqrt{2}$

(2)①$a^2-12a+36=(a-6)^2$
$=(\sqrt{5}+6-6)^2$
$=(\sqrt{5})^2$
$=5$

②$a^2-2a-24=(a+4)(a-6)$
$=(\sqrt{5}+6+4)\times(\sqrt{5}+6-6)$
$=(\sqrt{5}+10)\times\sqrt{5}$
$=5+10\sqrt{5}$

理解のコツ

・根号をふくむ式の計算は，根号の中をできるだけ小さい数にしてから計算しよう。素因数分解もあわせて復習しておこう。
・平方根の近似値を求める問題は，根号の中の数をある数の2乗との積や商の形で表すのがポイントだよ。

p.48〜49

ぴたトレ3

1 (1)$\pm\dfrac{4}{7}\left(\dfrac{4}{7},\ -\dfrac{4}{7}\right)$　(2)$-\sqrt{0.04}$　(3)18　(4)○
(5)4　(6)○

解き方

(1)正の数には平方根が2つあります。
(2)$-0.2=-\sqrt{0.2^2}=-\sqrt{0.04}$
(3)平方根の符号は，根号の外についている符号で決まります。
(5)$\sqrt{9}+\sqrt{1}=3+1=4$

2 **無理数**…㋑，㋔，㋖，㋗
有理数…㋐，㋒，㋓，㋕

解き方

㋐〜㋖のうち，根号を使わずに表せる数が有理数です。
㋐$\sqrt{81}=9$
㋔$\sqrt{0.9}=0.3$ ではありません。
$0.3=\sqrt{(0.3)^2}=\sqrt{0.09}$ です。
㋕$-\sqrt{\dfrac{1}{4}}=-\dfrac{1}{2}$
㋖$\sqrt{\dfrac{5}{36}}=\dfrac{\sqrt{5}}{6}$　根号が残るので，無理数です。

3 (1)$\sqrt{30}<6<\sqrt{40}$　(2)$-8<-\sqrt{60}$

解き方

(1)$6^2=36$，$(\sqrt{30})^2=30$，$(\sqrt{40})^2=40$ で，
$30<36<40$ だから　$\sqrt{30}<\sqrt{36}<\sqrt{40}$
(2)$8^2=64$，$(\sqrt{60})^2=60$ で，$64>60$ だから
$\sqrt{64}>\sqrt{60}$　したがって　$-\sqrt{64}<-\sqrt{60}$

❹ (1)$\sqrt{96}$　(2)$\sqrt{288}$　(3)$2\sqrt{13}$　(4)$6\sqrt{15}$

解き方

(1)(2)$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$ であることを使います。

(4)$\sqrt{540}=\sqrt{2^2\times3^3\times5}$
$=\sqrt{2^2\times3^2\times3\times5}$
$=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{15}$
$=2\times3\times\sqrt{15}$
$=6\sqrt{15}$

2^2← 2)540, 2)270, 3^2← 3)135, 3)45, 3)15, 5

❺ 22.36

解き方

$\sqrt{500}=5\sqrt{20}=5\times4.472=22.36$
(別解)$\sqrt{20}=2\sqrt{5}=4.472$ より $\sqrt{5}=2.236$
$\sqrt{500}=\sqrt{5}\times10=2.236\times10=22.36$

❻ (1)$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(2)$\dfrac{\sqrt{10}-2\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}-\sqrt{2}\right)$

解き方

(1)$\dfrac{3}{\sqrt{12}}=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{2\times3}$
$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(2)$\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{12}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{15}-2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$　$\sqrt{3}\times\sqrt{5}-2\times\sqrt{3}$
$=\dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{6}}$
$=\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{(\sqrt{5}-2)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\dfrac{\sqrt{10}-2\sqrt{2}}{2}$

(別解)$\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{12}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{6}}-\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}}$
$=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}$
$=\dfrac{\sqrt{10}}{2}-\sqrt{2}$

❼ (1)15　(2)$2\sqrt{2}$　(3)6　(4)$-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

(5)$\sqrt{6}-9\sqrt{2}$　(6)$\dfrac{16\sqrt{6}}{3}$　(7)$4+\sqrt{6}$

解き方

(1)$\sqrt{3}\times\sqrt{75}=\sqrt{3}\times5\sqrt{3}=5\times3=15$
(2)$\sqrt{120}\div\sqrt{15}=\sqrt{\dfrac{120}{15}}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
(3)$\sqrt{32}\div2\sqrt{6}\times\sqrt{27}=\dfrac{4\sqrt{2}\times3\sqrt{3}}{2\sqrt{6}}=6$
(4)$\dfrac{9}{\sqrt{5}}-\sqrt{20}=\dfrac{9\sqrt{5}}{5}-2\sqrt{5}=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

(5)$-\sqrt{6}-2\sqrt{8}+\sqrt{24}-\sqrt{50}$
$=-\sqrt{6}-2\times2\sqrt{2}+2\sqrt{6}-5\sqrt{2}$
$=\sqrt{6}-9\sqrt{2}$

(6)$\sqrt{\dfrac{2}{3}}+\sqrt{5}\times\sqrt{30}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\sqrt{5}\times(\sqrt{5}\times\sqrt{6})$
$=\dfrac{\sqrt{6}}{3}+5\sqrt{6}$
$=\dfrac{16\sqrt{6}}{3}$

(7)$(\sqrt{6}+4)^2-(\sqrt{6}+4)(\sqrt{6}+3)$
$=(\sqrt{6})^2+2\times4\times\sqrt{6}+4^2$
$-\{(\sqrt{6})^2+(4+3)\sqrt{6}+4\times3\}$
$=6+8\sqrt{6}+16-6-7\sqrt{6}-12$
$=4+\sqrt{6}$
(別解)$(\sqrt{6}+4)^2-(\sqrt{6}+4)(\sqrt{6}+3)$
$=(\sqrt{6}+4)\{\sqrt{6}+4-(\sqrt{6}+3)\}$
$=(\sqrt{6}+4)\times(\sqrt{6}+4-\sqrt{6}-3)$
$=(\sqrt{6}+4)\times1=\sqrt{6}+4$

❽ (1)$a=47$，48　(2)n の値…6，$\sqrt{24n}$ の値…12
(3)-33

解き方

(1)$6.8^2=46.24$，$(\sqrt{a})^2=a$，$7^2=49$
$46.24<a<49$ となります。
(2)$\sqrt{24n}$ が自然数になるには，$24n$ が，ある自然数の 2 乗になればよいです。
$24=2^3\times3=2^2\times(2\times3)$
これをある自然数の 2 乗にするには，$2^3\times3$ に 6 をかけます。
このとき　$\sqrt{24n}=\sqrt{24\times6}=\sqrt{144}=12$
(3)$1^2<3<2^2$ より　$1<\sqrt{3}<2$
したがって，$\sqrt{3}$ の整数部分は 1 だから
$a=\sqrt{3}-1$
$a^2+2a-35=(a-5)(a+7)$
$=(\sqrt{3}-1-5)(\sqrt{3}-1+7)$
$=(\sqrt{3}-6)(\sqrt{3}+6)$
$=(\sqrt{3})^2-6^2$
$=3-36$
$=-33$
(別解)$a^2+2a-35=(a+1)^2-36$ に $a+1=\sqrt{3}$ を代入して求めることもできます。

❾ $n=8$

解き方

この正四角錐の体積について
$\dfrac{1}{3}\times a^2\times6=150$　$a^2=75$
$8^2=64$，$9^2=81$ であるから　$64<a^2<81$
したがって　$8<a<9$

3章　2次方程式

p.51　ぴたトレ 0

1 ㋑，㋒

解き方

x に 2 を代入して，(左辺)＝(右辺)となるものを見つけます。

㋐(左辺)＝$2-7=-5$
(右辺)＝5
なので，2 は解ではありません。

㋑(左辺)＝$3\times2-1=5$
(右辺)＝5
なので，2 は解です。

㋒(左辺)＝$2+1=3$
(右辺)＝$2\times2-1=3$
なので，2 は解です。

㋓(左辺)＝$4\times2-5=3$
(右辺)＝$-1-2=-3$
なので，2 は解ではありません。

2 (1)$x(x-3)$　(2)$x(2x+5)$
(3)$(x+4)(x-4)$　(4)$(2x+3)(2x-3)$
(5)$(x+3)^2$　(6)$(x-4)^2$　(7)$(3x+5)^2$
(8)$(x+3)(x+4)$　(9)$(x-3)(x-9)$
(10)$(x+4)(x-6)$

解き方

(4)$4x^2-9=(2x)^2-3^2$
$=(2x+3)(2x-3)$

(7)$9x^2+30x+25$
$=(3x)^2+2\times5\times3x+5^2$
$=(3x+5)^2$

(10)積が -24 になる 2 数の組から，和が -2 になるものを選びます。

積が -24	和が -2
1 と -24	
-1 と 24	
2 と -12	
-2 と 12	
3 と -8	
-3 と 8	
4 と -6	○
-4 と 6	

上の表から，2 数は 4 と -6 です。
したがって
$x^2-2x-24=(x+4)(x-6)$

p.52〜53　ぴたトレ 1

1 ㋐，㋑，㋒

解き方

移項して整理すると
㋐$x^2+x-11=0$，㋓$x-11=0$ で，㋓は
(1 次式)＝0 の形になるから，1 次方程式です。

2 -1，3

解き方

左辺の x に値を代入して，方程式が成り立つかどうかを調べます。
$x=-1$ のとき　$(-1)^2-2\times(-1)-3=0$
$x=3$ のとき　$3^2-2\times3-3=0$

3 (1)$x=\pm\sqrt{10}$　(2)$x=\pm4$　(3)$x=\pm2$
(4)$x=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

解き方

(4)$16x^2-7=0$
$16x^2=7$　$x^2=\dfrac{7}{16}$　$x=\pm\sqrt{\dfrac{7}{16}}=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

4 (1)$x=5$，$x=-1$　(2)$x=5\pm2\sqrt{5}$
(3)$x=4$，$x=-10$　(4)$x=-4\pm2\sqrt{6}$

解き方

(3)$(x+3)^2-49=0$
$(x+3)^2=49$
$x+3=\pm7$
$x=-3\pm7$
$x=-3+7$，$x=-3-7$
$x=4$，$x=-10$

5 (1)①$4^2(16)$　②$4^2(16)$　③4　④17
$x=-4\pm\sqrt{17}$
(2)①$6^2(36)$　②$6^2(36)$　③6　④27
$x=6\pm3\sqrt{3}$

解き方

(1)　$x^2+8x=1$
$x^2+8x+4^2=1+4^2$
8 の $\frac{1}{2}$ の 2 乗
$(x+4)^2=17$
$x+4=\pm\sqrt{17}$
$x=-4\pm\sqrt{17}$

(2)　$x^2-12x=-9$
$x^2-12x+6^2=-9+6^2$
12 の $\frac{1}{2}$ の 2 乗
$(x-6)^2=27$
$x-6=\pm3\sqrt{3}$
$x=6\pm3\sqrt{3}$

6 (1) $x=-1,\ x=-5$　(2) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$

解き方

(1) $x^2+6x+5=0$

$x^2+6x+3^2=-5+3^2$

$(x+3)^2=4$

$x+3=\pm2$

$x+3=2,\ x+3=-2$

$x=-1,\ x=-5$

(2) $x^2+5x-2=0$

$x^2+5x+\left(\dfrac{5}{2}\right)^2=2+\left(\dfrac{5}{2}\right)^2$

$\left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{33}{4}$

$x+\dfrac{5}{2}=\pm\dfrac{\sqrt{33}}{2}$

$x=-\dfrac{5}{2}\pm\dfrac{\sqrt{33}}{2}$

$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$

p.54〜55　ぴたトレ 1

1 ① 4　② -3　③ -2　④ -3　⑤ -3
⑥ 4　⑦ -2　⑧ 4

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{41}}{8}$

解き方

$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times4\times(-2)}}{2\times4}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{9+32}}{8}=\dfrac{3\pm\sqrt{41}}{8}$

2 (1) $x=\dfrac{9\pm\sqrt{57}}{4}$　(2) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$

(3) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{17}}{2}$　(4) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{21}}{6}$

解き方

解の公式に代入します。

(1) $x=\dfrac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times2\times3}}{2\times2}$

$=\dfrac{9\pm\sqrt{81-24}}{4}=\dfrac{9\pm\sqrt{57}}{4}$

(2) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-5)}}{2\times2}$

$=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+40}}{4}=\dfrac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$

(3) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times8}}{2\times1}$

$=\dfrac{-7\pm\sqrt{49-32}}{2}=\dfrac{-7\pm\sqrt{17}}{2}$

(4) $x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{9+12}}{6}=\dfrac{3\pm\sqrt{21}}{6}$

3 (1) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{7}}{2}$　(2) $x=\dfrac{-4\pm\sqrt{6}}{5}$

(3) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{4}$　(4) $x=2\pm\sqrt{7}$

解き方

解の公式に代入します。

(1) $x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\dfrac{-6\pm\sqrt{28}}{4}$

$=\dfrac{-\overset{3}{\cancel{6}}\pm\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{7}}{\underset{2}{\cancel{4}}}=\dfrac{-3\pm\sqrt{7}}{2}$

(2) $x=\dfrac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times5\times2}}{2\times5}=\dfrac{-8\pm\sqrt{24}}{10}$

$=\dfrac{-8\pm2\sqrt{6}}{10}=\dfrac{-4\pm\sqrt{6}}{5}$

(3) $x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times4\times(-1)}}{2\times4}$

$=\dfrac{2\pm\sqrt{20}}{8}=\dfrac{2\pm2\sqrt{5}}{8}=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{4}$

(4) $x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$

$=\dfrac{4\pm\sqrt{28}}{2}=\dfrac{4\pm2\sqrt{7}}{2}=2\pm\sqrt{7}$

4 (1) $x=\dfrac{3}{2},\ x=-2$　(2) $x=2,\ x=-\dfrac{2}{3}$

(3) $x=\dfrac{1}{4}$　(4) $x=-\dfrac{2}{3}$

解き方

解の公式に代入します。

(1) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-6)}}{2\times2}$

$=\dfrac{-1\pm\sqrt{49}}{4}=\dfrac{-1\pm7}{4}$

$x=\dfrac{-1+7}{4}=\dfrac{3}{2},\ x=\dfrac{-1-7}{4}=-2$

(2) $x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times3\times(-4)}}{2\times3}$

$=\dfrac{4\pm\sqrt{64}}{6}=\dfrac{4\pm8}{6}$

$x=\dfrac{4+8}{6}=2,\ x=\dfrac{4-8}{6}=-\dfrac{2}{3}$

根号の中が 0 になるとき，解は 1 つです。

(3) $x=\dfrac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times16\times1}}{2\times16}$

$=\dfrac{8\pm\sqrt{64-64}}{32}=\dfrac{8}{32}=\dfrac{1}{4}$

(4) $x=\dfrac{-12\pm\sqrt{12^2-4\times9\times4}}{2\times9}$

$=\dfrac{-12\pm\sqrt{144-144}}{18}=-\dfrac{12}{18}=-\dfrac{2}{3}$

p.56〜57　ぴたトレ 1

1　(1)$x=3$，$x=4$　(2)$x=1$，$x=-5$
(3)$x=-4$，$x=-9$　(4)$x=0$，$x=10$

解き方
(4)$x(x-10)=0$
$x=0$　または　$x-10=0$
$x=0$，$x=10$

2　(1)$x=2$，$x=6$　(2)$x=2$，$x=9$
(3)$x=-1$，$x=9$　(4)$x=-3$，$x=9$
(5)$x=-2$，$x=-8$　(6)$x=-2$，$x=-10$

解き方
左辺を因数分解します。
(1)$x^2-8x+12=0$
$(x-2)(x-6)=0$
$x-2=0$　または　$x-6=0$
$x=2$，$x=6$

3　(1)$x=5$　(2)$x=-8$

解き方
$(x+\bullet)^2=0$ の形に因数分解できるとき，解は 1 つです。
(1)$x^2-10x+25=0$
$(x-5)^2=0$　$x-5=0$　$x=5$

4　まちがい…両辺を x でわるところ
正しい解…$x=0$，$x=-1$

解き方
わる数は 0 以外の数で，x でわるときは $x\neq0$ でなければなりません。x でわると，$x=0$ の解が除かれてしまいます。
正しい解き方は
$x^2+x=0$　$x(x+1)=0$　$x=0$，$x=-1$

5　(1)$x=0$，$x=-4$　(2)$x=0$，$x=9$

解き方
(1)$x^2=-4x$　$x^2+4x=0$
$x(x+4)=0$　$x=0$，$x=-4$

p.58〜59　ぴたトレ 1

1　(1)$x=5\pm\sqrt{7}$
理由…-7 を移項すると，$(x+\blacktriangle)^2=\bullet$ の形になるから。
(2)$x=\dfrac{2\pm\sqrt{6}}{2}$
理由…左辺が因数分解できないから，解の公式を使った。
(3)$x=3$，$x=5$
理由…左辺が因数分解できるから。
(4)$x=-2$，$x=-1$
理由…両辺を 3 でわった $x^2+3x+2=0$ は左辺が因数分解できるから。

解き方
解き方は次の通りです。なお，「平方根の考え」，「因数分解」，「解の公式」のどの方法で解いても解は同じになります。
(1)$(x-5)^2-7=0$
$(x-5)^2=7$　$x-5=\pm\sqrt{7}$　$x=5\pm\sqrt{7}$
(2)解の公式を使います。
$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$$
$$=\frac{4\pm\sqrt{24}}{4}=\frac{4\pm2\sqrt{6}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$$
(3)$x^2-8x+15=0$
$(x-3)(x-5)=0$　$x=3$，$x=5$
(4)$3x^2+9x+6=0$
両辺を 3 でわって　$x^2+3x+2=0$
$(x+2)(x+1)=0$　$x=-2$，$x=-1$

2　(1)$x=\dfrac{3\pm3\sqrt{5}}{2}$　(2)$x=2$
(3)$x=4$，$x=-\dfrac{4}{3}$　(4)$x=-2$，$x=5$
(5)$x=-4$，$x=10$　(6)$x=-2\pm\sqrt{10}$
(7)$x=8$　(8)$x=-4$，$x=6$

解き方
(2 次式)$=0$ の形になおします。
(1)$x^2-3x-9=0$
解の公式を使います。
$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-9)}}{2\times1}$$
$$=\frac{3\pm\sqrt{45}}{2}=\frac{3\pm3\sqrt{5}}{2}$$
(2)$x^2-4x+4=0$　$(x-2)^2=0$
(3)$3x^2-8x-16=0$
解の公式を使います。
$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times3\times(-16)}}{2\times3}$$
$$=\frac{8\pm\sqrt{256}}{6}=\frac{8\pm16}{6}$$
$x=\dfrac{8+16}{6}=4$，$x=\dfrac{8-16}{6}=-\dfrac{4}{3}$
(4)$x^2-3x-10=0$　$(x+2)(x-5)=0$
(5)$x^2-6x-40=0$　$(x+4)(x-10)=0$
(6)$x^2+4x-6=0$
解の公式を使います。
$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-6)}}{2\times1}$$
$$=\frac{-4\pm\sqrt{40}}{2}=\frac{-4\pm2\sqrt{10}}{2}=-2\pm\sqrt{10}$$

(7) $x-3=A$ とおくと
$A^2-10A+25=0$
$(A-5)^2=0$
$(x-3-5)^2=0$
$(x-8)^2=0$
(別解) まず展開して整理すると
$x^2-16x+64=0$　$(x-8)^2=0$

(8) $(x+4)(x-4)-2(x+4)=0$
$x+4=A$ とおくと
$A(x-4)-2A=0$
$A(x-4-2)=0$
$(x+4)(x-6)=0$
(別解) まず展開して整理すると
$x^2-2x-24=0$　$(x+4)(x-6)=0$

p.60〜61　ぴたトレ 2

1 ㋑，㋒

解き方
x に 2 を代入して (左辺)=(右辺) となるかどうかを調べます。
㋐ (左辺)$=2^2+4\times2+4=16$，(右辺)$=0$ であるから，2 は解ではありません。
㋑ (左辺)$=(2+2)\times(2-2)=0$，(右辺)$=0$ であるから，2 は解です。
㋒ (左辺)$=2^2+2=6$，(右辺)$=3\times2=6$ であるから，2 は解です。
㋓ (左辺)$=2^2-2\times2-5=-5$，(右辺)$=2+1=3$ であるから，2 は解ではありません。

2 (1) $x=\pm2\sqrt{15}$　(2) $x=\pm3$　(3) $x=\pm\dfrac{1}{2}$

(4) $x=\pm\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$　(5) $x=19$，$x=-5$

(6) $x=\dfrac{-2\pm2\sqrt{3}}{3}$

解き方
(1) $x^2-60=0$　$x^2=60$
$x=\pm\sqrt{60}=\pm2\sqrt{15}$

(4) $8x^2-25=0$　$8x^2=25$　$x^2=\dfrac{25}{8}$
解の分母を有理化して
$x=\pm\sqrt{\dfrac{25}{8}}=\pm\dfrac{5}{2\sqrt{2}}=\pm\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$

(5) $(x-7)^2-144=0$
$(x-7)^2=144$　$x-7=\pm12$
$x-7=12$，$x-7=-12$

(6) $(3x+2)^2=12$
$3x+2=\pm2\sqrt{3}$
$3x=-2\pm2\sqrt{3}$
$x=\dfrac{-2\pm2\sqrt{3}}{3}$

3 (1) $x=-1$，$x=-9$

(2) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{29}}{2}$

解き方
変形した式は
(1)　$x^2+10x=-9$
$x^2+10x+5^2=-9+5^2\rightarrow(x+5)^2=16$
10 の $\frac{1}{2}$ の 2 乗
$x+5=\pm4$

(2)　$x^2+5x-1=0$
$x^2+5x=1$
両辺に x の係数 5 の $\frac{1}{2}$ の 2 乗を加えます。
$x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=1+\left(\frac{5}{2}\right)^2\rightarrow\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{29}{4}$
5 の $\frac{1}{2}$ の 2 乗
$x+\dfrac{5}{2}=\pm\dfrac{\sqrt{29}}{2}$
$x=-\dfrac{5}{2}\pm\dfrac{\sqrt{29}}{2}$

4 (1) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{21}}{2}$　(2) $x=\dfrac{7\pm\sqrt{101}}{2}$

(3) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$　(4) $x=\dfrac{5}{2}$，$x=-1$

(5) $x=\dfrac{3}{2}$　(6) $x=\dfrac{4}{3}$，$x=-2$

解き方
解の公式を使います。
(1) $x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times1}}{2\times1}$
$=\dfrac{5\pm\sqrt{21}}{2}$

(2) $x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times(-13)}}{2\times1}$
$=\dfrac{7\pm\sqrt{101}}{2}$

(3) $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times3}}{2\times3}=\dfrac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$

(4) $x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-5)}}{2\times2}$
$=\dfrac{3\pm\sqrt{49}}{4}=\dfrac{3\pm7}{4}$
$x=\dfrac{3+7}{4}=\dfrac{5}{2}$，$x=\dfrac{3-7}{4}=-1$

(5) $x=\dfrac{-(-12)\pm\sqrt{(-12)^2-4\times4\times9}}{2\times4}$
$=\dfrac{12}{8}=\dfrac{3}{2}$

(別解) 左辺を因数分解すると　$(2x-3)^2=0$

(6) $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times3\times(-8)}}{2\times3}$

$=\dfrac{-2\pm\sqrt{100}}{6}=\dfrac{-2\pm10}{6}$

$x=\dfrac{-2+10}{6}=\dfrac{4}{3}$, $x=\dfrac{-2-10}{6}=-2$

5 (1) $x=2$, $x=-\dfrac{3}{2}$ (2) $x=0$, $x=6$

(3) $x=-2$, $x=18$ (4) $x=9$

(5) $x=-3$, $x=-9$ (6) $x=1$, $x=-6$

解き方

(1) $(x-2)(2x+3)=0$

$x-2=0$ または $2x+3=0$

$x=2$, $x=-\dfrac{3}{2}$

(6) $3x^2+15x-18=0$ ← 両辺を 3 でわる

$x^2+5x-6=0$

$(x-1)(x+6)=0$

$x=1$, $x=-6$

6 (1) $x=-5$, $x=7$ (2) $x=\dfrac{2\pm\sqrt{14}}{5}$

(3) $x=5$ (4) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{57}}{2}$

(5) $x=-6\pm3\sqrt{7}$ (6) $x=\pm2$

(7) $x=-6$, $x=-3$ (8) $x=2$, $x=-4$

解き方

(2 次式)$=0$ の形になおします。

(1) $x^2-2x-35=0$ $(x+5)(x-7)=0$

(2) $5x^2-4x-2=0$

解の公式を使います。

$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times5\times(-2)}}{2\times5}$

$=\dfrac{4\pm\sqrt{56}}{10}=\dfrac{4\pm2\sqrt{14}}{10}=\dfrac{2\pm\sqrt{14}}{5}$

(3) 両辺を 2 でわると $x^2-10x+25=0$

$(x-5)^2=0$

(4) 両辺に 3 をかけると $x^2+3x-12=0$

解の公式を使います。

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-12)}}{2\times1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{57}}{2}$

(5) $x^2+12x-27=0$

解の公式を使います。

$x=\dfrac{-12\pm\sqrt{12^2-4\times1\times(-27)}}{2\times1}$

$=\dfrac{-12\pm\sqrt{252}}{2}=\dfrac{-12\pm6\sqrt{7}}{2}$

$=-6\pm3\sqrt{7}$

(6) $x^2-4=0$ $x^2=4$ $x=\pm2$

(別解) $(x+2)(x-2)=0$ と因数分解してもよいです。

(7) $(x+6)^2-3(x+6)=0$

$x+6=A$ とおくと $A^2-3A=0$

$A(A-3)=0$

$(x+6)(x+6-3)=0$

$(x+6)(x+3)=0$

(別解) まず展開して整理すると

$x^2+9x+18=0$ $(x+6)(x+3)=0$

(8) $(x-4)^2+10(x-4)+16=0$

$x-4=A$ とおくと $A^2+10A+16=0$

$(A+2)(A+8)=0$

$(x-4+2)(x-4+8)=0$

$(x-2)(x+4)=0$

(別解) まず展開して整理すると

$x^2+2x-8=0$ $(x-2)(x+4)=0$

7 $x=\dfrac{5\pm\sqrt{19}}{2}$

解き方

正しくなおすと次のようになります。

$x=\dfrac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\times2\times3}}{2\times2}$

$=\dfrac{10\pm\sqrt{100-24}}{4}=\dfrac{10\pm\sqrt{76}}{4}$

$=\dfrac{10\pm2\sqrt{19}}{4}=\dfrac{5\pm\sqrt{19}}{2}$

理解のコツ

・2 次方程式を解くとき，因数分解と解の公式がよく使われるよ。(2 次式)$=0$ の形になおして，左辺が因数分解できれば因数分解で，できなければ解の公式にあてはめて求めればいいよ。

p.62〜63 ぴたトレ 1

1 3 と 7

解き方

小さいほうの整数を x とすると，大きいほうの整数は $10-x$ と表されます。

2 つの整数の積が 21 であるから

$x(10-x)=21$

$x^2-10x+21=0$

$(x-3)(x-7)=0$ したがって $x=3$, $x=7$

x は小さいほうの整数であるから，$10\div2=5$ より小さいです。したがって，$x<5$ でなければならないから，$x=7$ は問題に適していません。

$x=3$ は問題に適しています。

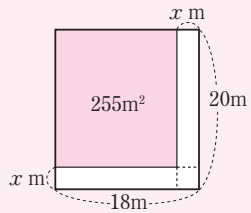
$x=3$ のとき，大きいほうの整数は

$10-3=7$

2 3 m

解き方

右の図のように道路を移動します。道路の幅を x m とすると



$(20-x)(18-x)$

$=255$

$x^2-38x+105=0$

$(x-3)(x-35)=0$

したがって　$x=3$，$x=35$

$18-x>0$，すなわち $x<18$ でなければならないから，$x=35$ は問題に適していません。$x=3$ は問題に適しています。

3 4 cm，6 cm

解き方

点 P が動いた距離 AP を x cm とすると，

PB$=10-x$(cm)，BQ$=x$ cm となります。

△PBQ の面積が 12 cm^2 になることから

$\frac{1}{2}x(10-x)=12$

両辺を 2 倍し，展開して整理すると

$x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$　したがって　$x=4$，$x=6$

$0 \leqq x \leqq 10$ であるから，これらは問題に適しています。

p.64〜65

ぴたトレ 2

1 $x=1$，$x=-4$

解き方

$(x+2)^2-8=x$

$(x-1)(x+4)=0$　したがって　$x=1$，$x=-4$

これらは問題に適しています。

2 5 と 11

解き方

小さいほうの自然数を x とすると，大きいほうの自然数は $x+6$ と表されるから

$x^2=2(x+6)+3$　$x^2-2x-15=0$

$(x+3)(x-5)=0$　したがって　$x=-3$，$x=5$

x は自然数であるから，$x=-3$ は問題に適していません。$x=5$ は問題に適しています。

$x=5$ のとき，大きいほうの数は $5+6=11$

3 9，10，11 と -11，-10，-9

解き方

真ん中の数を x とすると，3 つの続いた整数は $x-1$，x，$x+1$ と表されるから

$x^2+(x-1)(x+1)+1=200$　$2x^2=200$

$x^2=100$　したがって　$x=\pm 10$

$x=10$ のとき，3 つの続いた整数は 9，10，11

$x=-10$ のとき，3 つの続いた整数は -11，-10，-9

これらは問題に適しています。

4 $n=8$

解き方

$\frac{n(n+1)}{2}=36$

$n(n+1)=72$　$n^2+n-72=0$

$(n-8)(n+9)=0$

したがって　$n=8$，$n=-9$

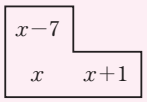
n は自然数であるから，$n=-9$ は問題に適していません。$n=8$ は問題に適しています。

5 $x=12$

解き方

$x^2+(x-7)^2=(x+1)^2$

$2x^2-14x+49=x^2+2x+1$



$x^2-16x+48=0$

$(x-4)(x-12)=0$

したがって　$x=4$，$x=12$

$x=4$ のとき，x の真上に数がないから，問題に適していません。$x=12$ は問題に適しています。

6 8 m と 12 m

解き方

縦の長さを x m とすると，横の長さは $(20-x)$ m と表されるから

$x(20-x)=96$　$x^2-20x+96=0$

$(x-8)(x-12)=0$　したがって　$x=8$，$x=12$

$x=8$ のとき，横の長さは　$20-8=12$(m)

$x=12$ のとき，横の長さは　$20-12=8$(m)

$0<x<20$ であるから，これらは問題に適しています。

7 6 cm

解き方

正方形の 1 辺の長さを x cm とすると

$(x+4)(x-2)=40$　$x^2+2x-48=0$

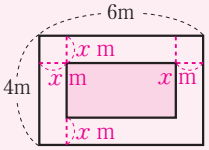
$(x-6)(x+8)=0$　したがって　$x=6$，$x=-8$

$x>2$ でなければならないから，$x=-8$ は問題に適していません。$x=6$ は問題に適しています。

8 1 m

解き方

道路の面積が花だんの面積の 2 倍になるから，花だんの面積は土地全体の $\frac{1}{3}$ になります。



道路の幅を x m とすると

$(4-2x)(6-2x)=4\times 6\times\frac{1}{3}$

$4x^2-20x+24=8$　$x^2-5x+4=0$

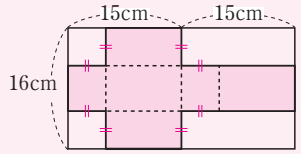
$(x-1)(x-4)=0$　したがって　$x=1$，$x=4$

$x<2$ でなければならないから，$x=4$ は問題に適していません。$x=1$ は問題に適しています。

⑨ 5 cm

解き方

箱の高さを x cm とすると，底面の縦は $(16-2x)$ cm，横は $(15-x)$ cm と表されるから



$(16-2x)(15-x)=60$

$2x^2-46x+180=0$　$x^2-23x+90=0$

$(x-5)(x-18)=0$　したがって　$x=5$，$x=18$

$x<8$ でなければならないから，$x=18$ は問題に適していません。$x=5$ は問題に適しています。

⑩ $(5+\sqrt{6})$ cm，$(5-\sqrt{6})$ cm

解き方

点 P が動いた距離 AP を x cm とすると，BP$=(10-x)$ cm と表されます。2 つの正方形の面積が 62 cm^2 になることから

$x^2+(10-x)^2=62$

$2x^2-20x+38=0$

$x^2-10x+19=0$

$x=\dfrac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\times1\times19}}{2\times1}=\dfrac{10\pm\sqrt{24}}{2}$

$=\dfrac{10\pm2\sqrt{6}}{2}=5\pm\sqrt{6}$

$0\leqq x\leqq10$ であるから，これらは問題に適しています。

理解のコツ

・2 次方程式の解がすべて問題の答えとなるとは限らないよ。x の変域を考え，問題に適しているかを必ず確認しよう。

p.66〜67　ぴたトレ 3

❶ ㋑，㋒

解き方

方程式の x に -3 を代入して，方程式が成り立つものを選びます。

❷ (1)$x=\pm3\sqrt{2}$　(2)$x=-1$，$x=-3$

(3)$x=0$，$x=7$　(4)$x=\dfrac{3}{2}$，$x=-5$

(5)$x=0$，$x=-3$　(6)$x=2$，$x=-13$

(7)$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$　(8)$x=6$，$x=9$

(9)$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{7}}{3}$　(10)$x=\dfrac{5}{3}$

解き方

(2)$(x+2)^2-1=0$

$(x+2)^2=1$

$x+2=\pm1$

$x=-2+1=-1$，$x=-2-1=-3$

(7)$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times3}}{2\times1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$

(9)$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\dfrac{-4\pm2\sqrt{7}}{6}$

$=\dfrac{-2\pm\sqrt{7}}{3}$

(10)$9x^2-30x+25=0$　$(3x-5)^2=0$

❸ (1)$x=-3$，$x=-5$　(2)$x=-\dfrac{1}{3}$，$x=-3$

(3)$x=1$　(4)$x=3$，$x=-12$

解き方

(1)両辺を 4 でわると　$x^2+8x+15=0$

$(x+3)(x+5)=0$　$x=-3$，$x=-5$

(2)整理すると　$3x^2+10x+3=0$

$x=\dfrac{-10\pm\sqrt{10^2-4\times3\times3}}{2\times3}=\dfrac{-10\pm8}{6}$

(3)両辺に 2 をかけて整理すると　$x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$　$x-1=0$　$x=1$

(4)$(x-3)(x+6)+6(x-3)=0$

$x-3=A$ とおくと

$A(x+6)+6A=0$　$A(x+6+6)=0$

$(x-3)(x+12)=0$

したがって　$x=3$，$x=-12$

(別解)まず展開して整理すると

$x^2+3x-18+6x-18=0$

$x^2+9x-36=0$　$(x+12)(x-3)=0$

❹ (1)$a=-1$，$b=-20$

(2)$a=-16$，もう 1 つの解…$x=-8$

解き方

(1)$x=-4$ を代入すると　$16-4a+b=0$…①

$x=5$ を代入すると　$25+5a+b=0$…②

①，②を連立方程式として解くと

$a=-1$，$b=-20$

(別解)解が -4 と 5 であることから，左辺を因数分解した形で表して，a と b の値を求めることもできます。

解が -4，5 である 2 次方程式は

$\{x-(-4)\}(x-5)=0$

$(x+4)(x-5)=0$

$x^2-x-20=0$

したがって　$a=-1$，$b=-20$

(2)$x=2$ を代入すると　$4+12+a=0$

$a=-16$

$x^2+6x-16=0$　$(x-2)(x+8)=0$

$x=2$，$x=-8$

したがって，もう 1 つの解は -8 です。

❺ -1 と 0，8 と 9

解き方

小さいほうの整数を x とすると，大きいほうの整数は $x+1$ と表されるから

$x^2=7(x+1)+1$　$x^2-7x-8=0$

$(x+1)(x-8)=0$　したがって　$x=-1$，$x=8$

$x=-1$ のとき，大きいほうの整数は 0

$x=8$ のとき，大きいほうの整数は 9

これらは問題に適しています。

❻ 縦…$(9+3\sqrt{7})$ m，横…$(18+6\sqrt{7})$ m

解き方

土地の縦の長さを x m とすると，横の長さは $2x$ m と表されるから

$(x-3)(2x-3)=x\times 2x\times\frac{3}{4}$

両辺を 2 倍し，展開して整理すると

$x^2-18x+18=0$

$x=\dfrac{-(-18)\pm\sqrt{(-18)^2-4\times1\times18}}{2\times1}$

$=\dfrac{18\pm\sqrt{252}}{2}=\dfrac{18\pm6\sqrt{7}}{2}=9\pm3\sqrt{7}$

幅が 1 m の道路を 3 本つくるためには，$x>3$ でなければならないから，$x=9-3\sqrt{7}$ は問題に適していません。$x=9+3\sqrt{7}$ は問題に適しています。

横の長さは　$2\times(9+3\sqrt{7})=18+6\sqrt{7}$ (m)

❼ P (6，1)

解き方

点 P の x 座標を a とすると，$P\left(a,\ -\frac{1}{2}a+4\right)$，A (8，0)，B (0，4) であるから，台形 BOQP の面積は

$\frac{1}{2}\times\left\{4+\left(-\frac{1}{2}a+4\right)\right\}\times a=15$

$\frac{1}{2}a\left(8-\frac{1}{2}a\right)=15$

両辺に 4 をかけて整理すると　$a(16-a)=60$

$(a-6)(a-10)=0$　したがって　$a=6$，$a=10$

点 P は線分 AB 上を動くから，$0<a<8$ でなければなりません。したがって，$a=10$ は問題に適していません。$a=6$ は問題に適しています。

y 座標は　$-\frac{1}{2}\times6+4=1$

4 章　関数 $y=ax^2$

p.69　ぴたトレ 0

❶ (1) $y=\dfrac{100}{x}$　(2) $y=80-x$　(3) $y=80x$

比例するもの…(3)

反比例するもの…(1)

1 次関数であるもの…(2)，(3)

解き方

比例の関係は $y=ax$ の形，反比例の関係は $y=\frac{a}{x}$ の形，1 次関数は $y=ax+b$ の形で表されます。比例は 1 次関数の特別な場合です。

上の答えの表し方以外でも，意味があっていれば正解です。

❷ (1) -9　(2) -3　(3) -12

解き方

1 次関数 $y=ax+b$ では，$\frac{(y\text{ の増加量})}{(x\text{ の増加量})}=a$ なので，

(y の増加量)=(x の増加量)$\times a$ という関係が成り立ちます。

(1) x の増加量は，$4-1=3$ だから，

y の増加量は　$3\times(-3)=-9$

(2) x の増加量が 1 のときの y の増加量は a に等しくなります。

p.70〜71　ぴたトレ 1

❶ ㋐ $y=\dfrac{1}{2}x^2$　㋑ $y=16x$　㋒ $y=2\pi x^2$

y が x の 2 乗に比例するもの…㋐，㋒

解き方

㋐正方形の面積は

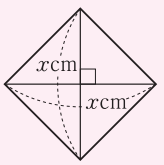
$\frac{1}{2}\times$(対角線の長さ)$\times$(対角線の長さ)

で求められます。

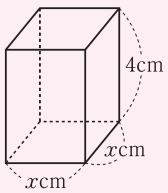
$y=\frac{1}{2}\times x\times x$

㋑ $y=4\times(x\times4)$　㋒ $y=\frac{1}{3}\times(\pi\times x^2)\times6$

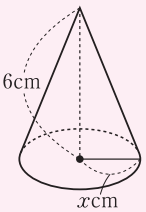
㋐



㋑



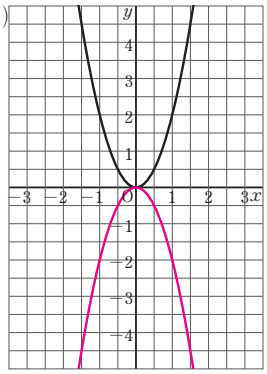
㋒



2 (1)$y=5x^2$　(2)$y=-3x^2$

解き方
y は x の 2 乗に比例するから $y=ax^2$ と書くことができます。
(1)$x=-2$ のとき $y=20$ であるから
$20=a\times(-2)^2$　$a=5$
(2)$x=4$ のとき $y=-48$ であるから
$-48=a\times4^2$　$a=-3$

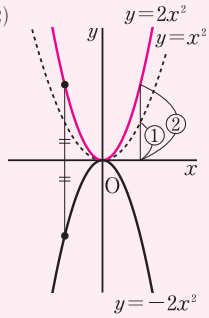
3 (1)



(2)㋐**原点**　㋑**y**　㋒**x**　㋓**上**

解き方
(1)$y=-2x^2$ のグラフは，点 $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{9}{2}\right)$，$(-1,\ -2)$，$\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$，$(0,\ 0)$，$\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$，$(1,\ -2)$，$\left(\frac{3}{2},\ -\frac{9}{2}\right)$ を通る放物線です。

(2)



$y=2x^2$ では，x のどの値についても，y の値は x^2 の値の 2 倍になっています。また，$y=2x^2$ と $y=-2x^2$ を比べると，x のどの値についても，それに対応する y の値は，絶対値が等しく，符号が反対です。

4 ㋑

解き方
㋐は $y=\frac{1}{3}x^2$，㋒は $y=-x^2$ のグラフです。
$y=ax^2$ のグラフは
$a>0$ のときは，上に開いた形
$a<0$ のときは，下に開いた形
になります。また，a の値の絶対値が大きいほど，グラフの開き方は小さくなります。

p.72〜73　ぴたトレ 1

1 (1)㋐**18**　㋑**−24**　(2)㋐**−18**　㋑**24**

解き方
(1)㋐$x=2$ のとき　$y=3\times2^2=12$
$x=4$ のとき　$y=3\times4^2=48$
したがって，変化の割合は
$\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\frac{48-12}{4-2}=\frac{36}{2}=18$
㋑$x=-5$ のとき　$y=3\times(-5)^2=75$
$x=-3$ のとき　$y=3\times(-3)^2=27$
したがって，変化の割合は
$\frac{27-75}{-3-(-5)}=\frac{-48}{2}=-24$
(2)㋐$x=2$ のとき　$y=-3\times2^2=-12$
$x=4$ のとき　$y=-3\times4^2=-48$
したがって，変化の割合は
$\frac{-48-(-12)}{4-2}=\frac{-36}{2}=-18$
㋑$x=-5$ のとき　$y=-3\times(-5)^2=-75$
$x=-3$ のとき　$y=-3\times(-3)^2=-27$
したがって，変化の割合は
$\frac{-27-(-75)}{-3-(-5)}=\frac{48}{2}=24$
(1)と(2)のグラフは x 軸について対称であることから，(2)の変化の割合は(1)の変化の割合と異符号になります。

2 (1)㋐**$3\leqq y\leqq27$**　㋑**$0\leqq y\leqq48$**
㋒**$12\leqq y\leqq75$**
(2)㋐**$-27\leqq y\leqq-3$**　㋑**$-48\leqq y\leqq0$**
㋒**$-75\leqq y\leqq-12$**

解き方
㋑は，x の変域に $x=0$ をふくむから
(1)$x=0$ のとき，最小値 0
$x=-4$ のとき，最大値 $y=3\times(-4)^2=48$
(2)$x=0$ のとき，最大値 0
$x=-4$ のとき，最小値 $y=-3\times(-4)^2=-48$
(1)と(2)のグラフは x 軸について対称であることから，(2)の変域を考えてもよいです。

3 ①**直線**　②**放物線**　③**増加**　④**減少**　⑤**増加**　⑥**減少**　⑦**増加**　⑧**減少**　⑨**一定**　⑩**a**　⑪**一定**

解き方
グラフをかいて考えます。

4 (1)16 m/s　(2) 4 m/s

解き方

平均の速さは

$\dfrac{(\text{進んだ距離})}{(\text{進んだ時間})}$ の式で求められます。

(1)斜面を下り始めてから 3 秒後，5 秒後までに進んだ距離は

$x=3$ のとき　$y=2\times3^2=18$ (m)

$x=5$ のとき　$y=2\times5^2=50$ (m)

したがって，3 秒後から 5 秒後までの間の平均の速さは

$\dfrac{50-18}{5-3}=\dfrac{32}{2}=16$ (m/s)

(2)$x=0$ のとき　$y=0$ (m)

$x=2$ のとき　$y=2\times2^2=8$ (m)

したがって，平均の速さは

$\dfrac{8-0}{2-0}=\dfrac{8}{2}=4$ (m/s)

p.74〜75　ぴたトレ 2

1 (1)$y=2\pi x$　(2)$y=4\pi x^2$　(3)$y=\pi x^3$

y が x の 2 乗に比例するもの…(2)

解き方

(2)側面積　$x\times(2\pi\times x)=2\pi x^2$ (cm²)

底面積　$\pi\times x^2=\pi x^2$ (cm²)

したがって，表面積は

$y=2\pi x^2+\pi x^2\times2=4\pi x^2$ (cm²)

(3)$y=\pi x^2\times x$

2 (1)$y=2x^2$　(2)$y=-3x^2$

解き方

(1)y は x の 2 乗に比例するから，比例定数を a とすると $y=ax^2$ と書くことができます。

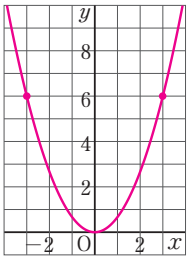
$x=-3$ のとき $y=18$ であるから

$18=a\times(-3)^2$　$a=2$

3 (1)$y=\dfrac{2}{3}x^2$

(2)$y=54$

(3)右の図



解き方

(1)y は x の 2 乗に比例するから，比例定数を a とすると $y=ax^2$ と書くことができます。

$x=-6$ のとき $y=24$ であるから

$24=a\times(-6)^2$　$a=\dfrac{2}{3}$

(2)$y=\dfrac{2}{3}x^2$ に $x=9$ を代入すると

$y=\dfrac{2}{3}\times9^2=54$

(別解)$x=9$ は $x=6$ の $\dfrac{3}{2}$ 倍だから，y の値は

$\left(\dfrac{3}{2}\right)^2$ 倍となり　$y=24\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=54$

4 (1)−2　(2)12

解き方

(1)$x=-6$ のとき　$y=\dfrac{1}{3}\times(-6)^2=12$

$x=0$ のとき　$y=0$

したがって，変化の割合は

$\dfrac{0-12}{0-(-6)}=-\dfrac{12}{6}=-2$

(2)$x=-6$ のとき　$y=-2\times(-6)^2=-72$

$x=0$ のとき　$y=0$

したがって，変化の割合は

$\dfrac{0-(-72)}{0-(-6)}=\dfrac{72}{6}=12$

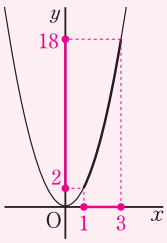
5 (1)$2\leqq y\leqq18$　(2)$0\leqq y\leqq18$

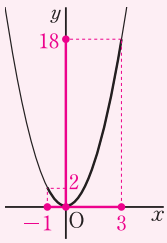
解き方

グラフは下の図のようになります。

(2)$x=0$ のとき，最小値 $y=0$

$x=3$ のとき，最大値 $y=2\times3^2=18$





6 (1)㋒　(2)㋑　(3)㋓　(4)㋐

解き方

(1)と(2)は上に開いた形だから，$y=ax^2$ の $a>0$ で㋑と㋒。㋑のほうが a の絶対値が大きいから，グラフの開き方は小さくなり(2)。

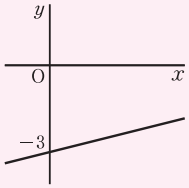
(3)と(4)は下に開いた形だから，$y=ax^2$ の $a<0$ で㋐と㋓。㋐のほうが a の絶対値が大きいから，グラフの開き方は小さくなり(4)。

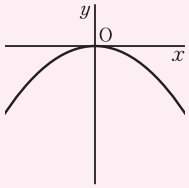
7 (1)㋑，㋒　(2)㋒，㋓　(3)㋐，㋒　(4)㋑　(5)㋐，㋓

解き方

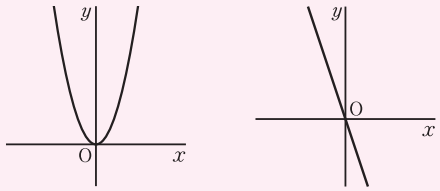
グラフをかくと，次のようになります。

㋐$y=\dfrac{1}{4}x-3$　　㋑$y=-\dfrac{2}{3}x^2$





㋒ $y=5x^2$　　㋓ $y=-3x$



(1)㋐と㋓は1次関数で，グラフは直線。
(2)y 軸より左側にあるグラフが右下がり。
(3)y 軸より右側にあるグラフが右上がり。
(4)グラフが原点を通り，x 軸より下にあります。
(5)1次関数は，変化の割合が一定。

理解のコツ

・y が x の2乗に比例するとき，$y=ax^2$ と表されることを覚えておこう。
・y の変域や変化の割合を求めるときは，グラフの形を考えて解くようにしよう。

p.76〜77　ぴたトレ 1

1　(1) 9 m　(2) 1 秒

解き方

(1)$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=6$ を代入すると

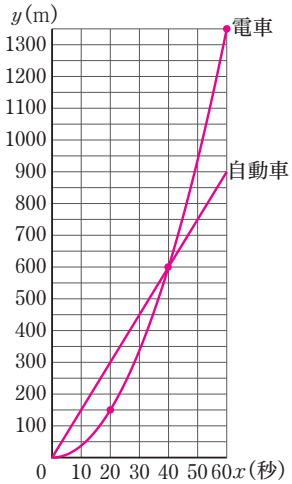
$y=\frac{1}{4}\times 6^2=9$

(2)$y=\frac{1}{4}x^2$ に $y=\frac{1}{4}$ を代入すると

$\frac{1}{4}=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=1$

$x>0$ より　$x=1$

2　(1)右の図
(2)40 秒後



解き方

(1)電車の進むようすを表すグラフの式は

$y=\frac{3}{8}x^2$，自動車の進むようすを表すグラフの式は $y=15x$ となります。

(2)電車が自動車に追いつくのは，(1)と(2)のグラフの交点 (40，600) のときです。

3　(1)$y=x+6$　(2)15

解き方

(1)点 A の x 座標の -2 を，$y=x^2$ に代入すると

$y=(-2)^2=4$

したがって，点 A の座標は $(-2，4)$

同様にして，点 B の座標は $(3，9)$

変化の割合は

$\frac{9-4}{3-(-2)}=\frac{5}{5}=1$

求める直線の式は $y=x+b$ と表されます。

この式に $x=3$，$y=9$ を代入すると

$9=3+b$　$b=6$

(2)OCの長さは6であるから

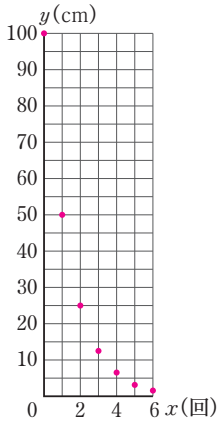
$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 2+\frac{1}{2}\times 6\times 3$

$=15$

p.78〜79　ぴたトレ 1

1　(1)12.5 cm
(2)右の図
(3)y は x の関数であるといえる
理由…x の値を決めると y の値もただ1つに決まるから。

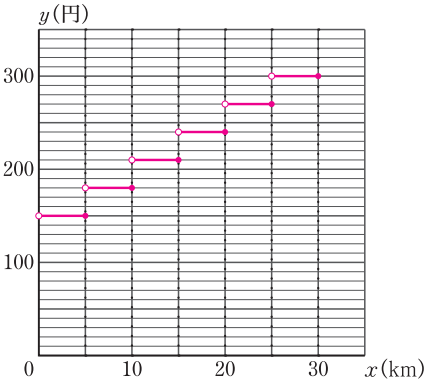


解き方

(1)(2)$x=0$ のとき $y=100$ で，x の値が1増えるごとに，y の値は $\frac{1}{2}$ 倍になり，x と y の関係は下の表のようになります。

x	1	2	3	4	5	6
y	50	25	12.5	6.25	3.125	1.5625

2　(1)表…(上から順に)150，180，210，240，270，300



(2)①210 円　②270 円

解き方
(1)$x=5$ は，「5 km まで」にふくまれるから •，「10 km まで」にはふくまれないから ◦ で表します。
(2)①15 km は，「15 km まで」にふくまれます。
②23 km は，「25 km まで」にふくまれます。

p.80〜81　ぴたトレ 2

❶ (1)$y=\frac{1}{20}x^2$　(2)秒速 20 m

解き方
(1)$y=ax^2$ と表すと，$x=10$ のとき $y=5$ であるから
$5=a\times10^2$　$a=\frac{1}{20}$
(2)$y=\frac{1}{20}x^2$ に $y=20$ を代入すると
$20=\frac{1}{20}x^2$　$x^2=20\times20$
$x>0$ であるから　$x=20$

❷ (1)$\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$　(2)$y=-x+1$

解き方
(1)点 A の x 座標と y 座標が等しいから A$(a,\ a)$ と表されます。$y=2x^2$ に $x=a$，$y=a$ を代入すると
$a=2a^2$　$2a^2-a=0$　$a(2a-1)=0$
$a\neq0$ であるから　$a=\frac{1}{2}$
(2)点 B の x 座標の -1 を $y=2x^2$ に代入すると
$y=2\times(-1)^2=2$
したがって，点 B の座標は$(-1,\ 2)$
直線 AB の傾きは
$$\frac{\frac{1}{2}-2}{\frac{1}{2}-(-1)}=\frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}}=-1$$
したがって，直線 AB の式は $y=-x+b$ と書くことができます。
この直線が点 $(-1,\ 2)$ を通るから
$2=-1\times(-1)+b$　$b=1$

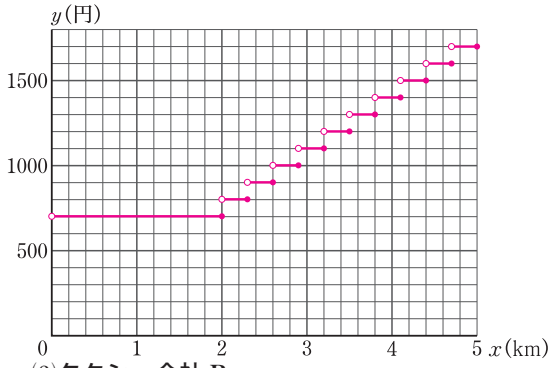
❸ (1)40 m　(2)$y=\frac{1}{160}x^2$　(3)時速 120 km

解き方
(1)制動距離は速さの 2 乗に比例するから，速さが $80\div40=2$(倍)になると，制動距離は
$2^2=4$(倍)になります。
制動距離は　$10\times4=40$(m)
(2)$y=ax^2$ と表すと，$x=40$ のとき $y=10$ であるから　$10=a\times40^2$　$a=\frac{1}{160}$
(3)y は x の 2 乗に比例し，y の値が $90\div10=9=3^2$(倍)になるから，x の値は 3 倍になります。したがって　$x=40\times3=120$
(別解)$y=\frac{1}{160}x^2$ に $y=90$ を代入すると
$90=\frac{1}{160}x^2$　$x^2=90\times160$
$x>0$ より
$x=\sqrt{90\times160}=\sqrt{9\times16\times100}=120$

❹ A 社

解き方
A 社…$1750\times120=210000$(円)
B 社…200 冊までに入るから，1 冊 1650 円。
$14000+1650\times120=212000$(円)

❺ (1)表…(上から順に)800，900，1000，1100，1200，1300，1400，1500，1600，1700



(2)タクシー会社 B

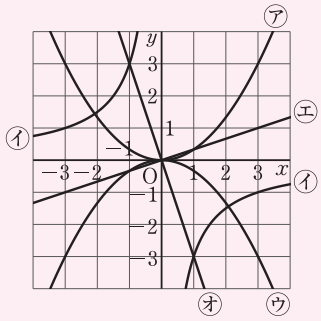
解き方
(2)乗車距離が 4 km のとき，タクシー会社 A の料金は 1400 円，タクシー会社 B の料金は 1300 円です。

理解のコツ
・放物線と直線の問題は，その交点に注目しよう。
・y の値がとびとびになっている関数のグラフでは，端の点が • か ◦ かをはっきり区別しよう。

p.82〜83　ぴたトレ 3

❶ (1)㋐，㋒　(2)㋐，㋒，㋓，㋔　(3)㋐，㋒　(4)㋐

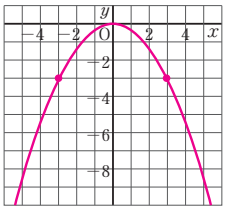
解き方
グラフをかくと，次のようになります。



(4)㋐は $x=0$ のとき，最小値 0 をとります。㋑～㋔は最小値をもちません。
なお，㋒は $x=0$ のとき，最大値 0 をとります。㋐，㋑，㋓，㋔は最大値をもちません。

❷ (1)$y=-\frac{1}{3}x^2$

(2)右の図



解き方

(1)$y=ax^2$ と表すと，$x=6$ のとき $y=-12$ であるから

$-12=a\times6^2 \quad a=-\frac{12}{36}=-\frac{1}{3}$

❸ (1)$a=\frac{1}{6}$ (2)$a=\frac{1}{2}$

解き方

(1)y の変域が 0 以上だから，グラフは x 軸の上に開いた形の放物線になります。
したがって，$x=6$ のとき，最大値 $y=6$
$y=ax^2$ に $x=6$，$y=6$ を代入すると

$6=a\times6^2 \quad a=\frac{1}{6}$

(2) 1 次関数 $y=3x-5$ の変化の割合は一定で 3 になります。
$y=ax^2$ で
$x=2$ のとき $\quad y=a\times2^2=4a$
$x=4$ のとき $\quad y=a\times4^2=16a$
したがって，変化の割合は

$\frac{16a-4a}{4-2}=3 \quad 6a=3 \quad a=\frac{1}{2}$

❹ 24 m/s

解き方

y は x の 2 乗に比例するから $y=ax^2$ と書くことができます。
$x=10$ のとき $y=40$ であるから

$40=a\times10^2 \quad a=\frac{2}{5} \rightarrow y=\frac{2}{5}x^2$

$x=0$ のとき $\quad y=0$

$x=60$ のとき $\quad y=\frac{2}{5}\times60^2=1440$

したがって，平均の速さは

$\frac{1440-0}{60-0}=24$ (m/s)

❺ (1)$y=2x+4$ (2)$\mathrm{P}\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$

解き方

(1) 2 点 A, B は $y=2x^2$ のグラフ上の点であるから
$x=-1$ のとき $\quad y=2\times(-1)^2=2$
$x=2$ のとき $\quad y=2\times2^2=8$
したがって A$(-1,\ 2)$，B$(2,\ 8)$

直線 AB の傾きは $\quad \frac{8-2}{2-(-1)}=2$

$y=2x+b$ とおき，$x=2$，$y=8$ を代入すると
$8=2\times2+b \quad b=4$

(2)(1)の結果より，C$(0,\ 4)$ であるから，$\mathrm{OC}=4$

$\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{OAC}+\triangle\mathrm{OBC}$
$=\frac{1}{2}\times4\times1+\frac{1}{2}\times4\times2$
$=6$

四角形 $\mathrm{OACP}=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{OAB}=3$ であるから

$\triangle\mathrm{OPC}=3-\triangle\mathrm{OAC}=3-2=1$

点 P の x 座標を t とすると，$\triangle$OPC は底辺を OC と見たとき，高さは P の x 座標になるから

$\frac{1}{2}\times4\times t=1 \quad t=\frac{1}{2}$

点 P の y 座標は $\quad y=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$

(別解)底辺が同じ 2 つの三角形は，高さが等しければ面積も等しいことを使います。
AB の中点を M とすると，M の x 座標は

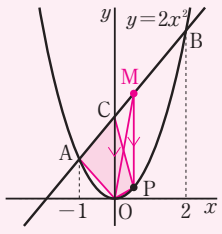
$\frac{2+(-1)}{2}=\frac{1}{2}$

$\triangle$OAB と $\triangle$OAM はそれぞれ AB，AM を底辺と見ると，頂点 O を共有していて，高さが等しいから

$\triangle\mathrm{OAM}=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{OAB}$

四角形 $\mathrm{OACP}=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{OAM}$

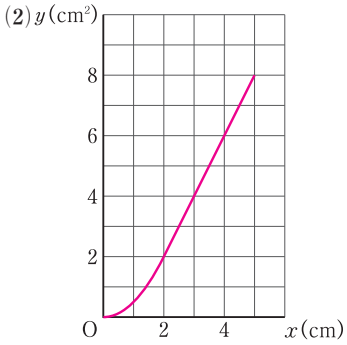
$\triangle$OAC は共通だから，$\triangle\mathrm{OPC}=\triangle\mathrm{OMC}$ となればよいです。
OC を共通の底辺と考えると，CO∥MP のとき，$\triangle\mathrm{OPC}=\triangle\mathrm{OMC}$ となります。



MP は y 軸に平行だから，点 P の x 座標は点 M の x 座標と等しく，$\frac{1}{2}$ となります。

6 (1)㋐ $y=\frac{1}{2}x^2$　㋑ $y=2x-2$

(2)



解き方

図1，図2より，袋に入る紙の形が変化するときの x の値などを読みとります。点Sが辺AB上にきたときを境に，袋に入った紙の部分が直角二等辺三角形から台形へと変わります。

点Sが辺AB上にきたとき(図3)，$x=2$ であり，

このとき　$y=\frac{1}{2}\times2\times2=2$

点Pが辺AB上にきたとき(図4)，$x=5$ であり，

このとき　$y=\frac{1}{2}\times(3+5)\times2=8$

グラフは $0\leqq x\leqq2$ のとき，点(2，2)を通る放物線で，式は $y=\frac{1}{2}x^2$ となります。

$2\leqq x\leqq5$ のとき，2点(2，2)，(5，8)を通る直線で，式は $y=2x-2$ となります。

図3
$x=2$ のとき

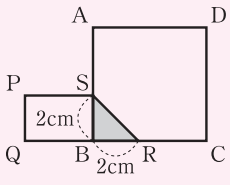
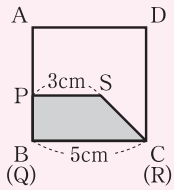


図4
$x=5$ のとき



5章　相似な図形

p.85　ぴたトレ0

1 (1)$x=2$　(2)$x=32$　(3)$x=10$　(4)$x=4$

解き方

$a:b=m:n$ ならば $an=bm$

(4) $x:(x+3)=4:7$

$7x=4(x+3)$

$7x=4x+12$

$3x=12$

$x=4$

2 ㋐と㋕

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

㋑と㋓

1組の辺とその両端(りょうたん)の角がそれぞれ等しい。

㋒と㋔

3組の辺がそれぞれ等しい。

解き方

㋑は残りの角の大きさを求めると，㋓と合同であるとわかります。

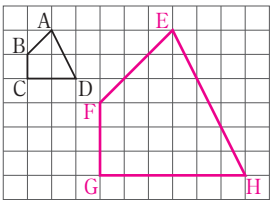
p.86〜87　ぴたトレ1

1 (1)右の図

(2)四角形ABCD ∽ 四角形EFGH

(3)AB：EF＝1：3，
BC：FG＝1：3，
CD：GH＝1：3，
DA：HE＝1：3
(EF＝3AB，FG＝3BC，GH＝3CD，HE＝3DA)
∠A＝∠E，∠B＝∠F，∠C＝∠G，
∠D＝∠H

(4) 3倍

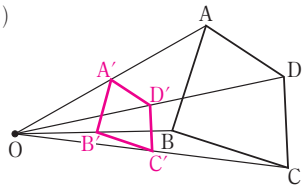


解き方

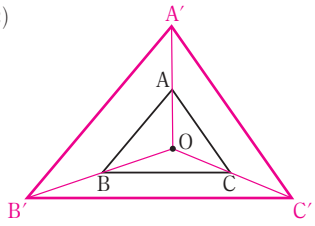
(2)対応する頂点を周にそって同じ順に書いていれば
四角形BCDA ∽ 四角形FGHE
などと答えてもよいです。

(3)(4)対応する辺の長さの比はすべて等しく，対応する角の大きさはそれぞれ等しいです。

2 (1)



(2)



解き方
(1)線分 OA，OB，OC，OD の中点をそれぞれ A′，B′，C′，D′ とします。
(2)半直線 OA，OB，OC 上に，それぞれ 2OA，2OB，2OC となる点をとり，A′，B′，C′ とします。

3 (1)2：3　(2)① 6 cm　②15 cm

解き方
(1)AB：DE＝8：12＝2：3
(2)①AC＝x cm とすると　x：9＝8：12
x：9＝2：3　$3x$＝18　x＝6
②EF＝x cm とすると　10：x＝8：12
10：x＝2：3　$2x$＝30　x＝15
(別解)となり合う 2 辺の比は等しいことを使って求めることもできます。
①8：x＝12：9　8：x＝4：3　$4x$＝24　x＝6
②12：x＝8：10　12：x＝4：5　$4x$＝60　x＝15

p.88〜89　ぴたトレ 1

1 △ABC∽△OMN
相似条件… 2 組の角がそれぞれ等しい。
△DEF∽△KLJ
相似条件… 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
△GHI∽△PRQ
相似条件… 3 組の辺の比がすべて等しい。

解き方
- △ABC と △OMN…∠A＝∠O，∠C＝180°−(75°＋60°)＝45°＝∠N
- △DEF と △KLJ…DE：KL＝EF：LJ＝2：3，∠E＝∠L
- △GHI と △PRQ…短い辺の順に比を求めると IG：QP＝GH：PR＝HI：RQ＝2：3

2 (1)△ABC∽△AED
相似条件… 2 組の角がそれぞれ等しい。
(2)△ABE∽△DCE
相似条件… 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
(3)△ABC∽△AED
相似条件… 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

解き方
(1)∠A は共通，∠C＝∠ADE
(2)AE：DE＝BE：CE＝2：3，
∠AEB＝∠DEC(対頂角)
(3)AB：AE＝AC：AD＝3：1，
∠A は共通

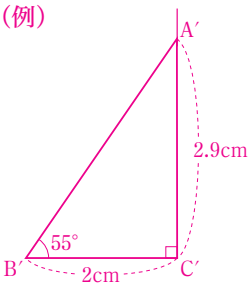
3 (1)△ABC と △DBA において
仮定から　∠BAC＝∠BDA　……①
また　∠B は共通　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△ABC∽△DBA
(2)相似な図形の対応する辺の比はすべて等しいから　AB：DB＝BC：BA
(3)$2\sqrt{7}$ cm

解き方
(1)仮定で 1 組の角の大きさが等しいことがあたえられているので，もう 1 組等しい角を見つけます。
(3)AB＝x cm とすると
x：4＝7：x であるから
$x^2=28$
$x>0$ より　$x=2\sqrt{7}$

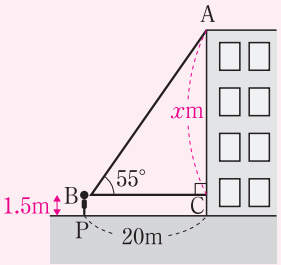
p.90〜91　ぴたトレ 1

1 縮図…右の図
30.5 m

(例)



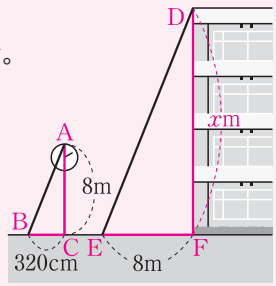
解き方
縮尺 $\frac{1}{1000}$ の縮図をかくと，上の図のようになります。
AC＝x m とすると
x：2.9＝20：2
$2x$＝58
x＝29



ビルの高さは　29＋1.5＝30.5 (m)
目の高さをたすのを忘れないようにしましょう。

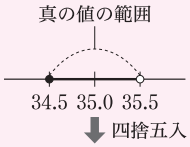
2 **20 m**

解き方
右の図で
△ABC∽△DEF です。
校舎の高さを x m と
すると
AC：BC＝DF：EF
8：3.2＝x：8
3.2x＝64
x＝20



3 **(1)34.5 ≦ a < 35.5**
誤差の絶対値は大きくても 0.5
(2)115 ≦ a < 125
誤差の絶対値は大きくても 5

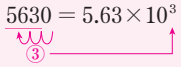
解き方
(1)a の小数第 1 位を四捨五
入すると 35 になるから
34.5 ≦ a < 35.5
これより，誤差の絶対値
はどんなに大きくても
(35.0−34.5＝)0.5 です。



(2)a の 10 cm 未満を四捨五入すると 120 になるから　115 ≦ a < 125
これより，誤差の絶対値はどんなに大きくても 5 です。

4 **(1)5.63×10^3 m　(2)2.80×10^3 m**

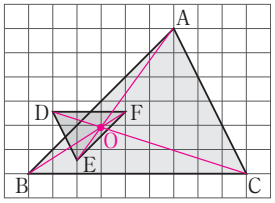
解き方
(1)$1000=10^3$ より，10 の
累乗の指数は 3 とします。



(2)十の位の数 0 も有効数字だから，整数部分が 1 けたの数は 2.8 ではなく，2.80 とします。
また，2 を 1000 倍すると 2000 になることから，10 の累乗の指数は，$1000=10^3$ より，3 とします。

p.92〜93　ぴたトレ 2

1 **(1)△ABC∽△EFD**
相似比…3：1
(2)右の図



解き方
(1)対応する辺は，辺 BC と FD であるから，相似比は　BC：FD＝9：3＝3：1

2 **合同**

解き方
相似比が 1：1 であるから，対応する辺がそれぞれ等しいことになります。

3 **(1)四角形 ABCD∽四角形 GHEF**
(2)辺 AD… 6 cm，辺 EF…7.2 cm

解き方
(1)いちばん長い辺は，辺 BC と辺 HE
いちばん大きい角は，∠A と∠G
いちばん小さい角は，∠C と∠E
対応する頂点は，頂点 A と G，B と H，C と E，D と F です。
(2)AD＝x cm とすると
x：3.6＝5：3　3x＝18　x＝6
EF＝y cm とすると
12：y＝5：3　5y＝36　y＝7.2

4 **(1)△ABC∽△ADE**
相似条件… 2 組の角がそれぞれ等しい。
(2)△ABE∽△DCE
相似条件… 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

解き方
(1)∠C＝∠AED，∠A は共通であるから
△ABC∽△ADE
(2)AE：DE＝BE：CE＝1：3，
∠AEB＝∠DEC(対頂角)であるから
△ABE∽△DCE

5 **△ADF と △CEF において**
仮定から　∠DAF＝∠ECF　……①
対頂角は等しいから
∠DFA＝∠EFC　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△ADF∽△CEF

解き方
仮定で 1 組の角の大きさが等しいことがあたえられているので，もう 1 組等しい角を見つけます。

6 **約 12 m**

解き方
∠ABC＝∠DEF＝90°
AC∥DF なので　∠BCA＝∠EFD
したがって　△ABC∽△DEF
DE＝x m とすると
4：x＝2.4：7.2　2.4x＝28.8　x＝12
(別解)となり合う 2 辺の比が等しいことから
x：7.2＝4：2.4　2.4x＝28.8　x＝12

7 約 26 m

解き方

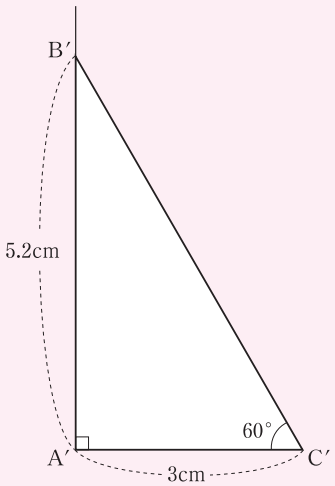
縮尺 $\frac{1}{500}$ の縮図をかくと，右の図のようになります。

AB＝x m とすると

$x：5.2＝15：3$

$3x＝78$

$x＝26$



8 (1) **1595 ≦ a ＜ 1605**　(2) **1.28×10^4 m**

解き方

(2)$10000＝10^4$ より，10 の累乗の指数は 4 とします。

$12800＝1.28\times10^4$（④）

理解のコツ

・相似な図形を，記号∽を使って表すときは，長い順に辺を組にしたり，大きい順に角を組にしたりして，対応する点の順に並べよう。

・図形の性質や共通な角から等しい角を見つけ，辺の比を求めて，相似条件にあてはまるかを調べよう。

・真の値の範囲を示すときは，何の位を四捨五入するかに注意して，数直線に • の末尾の数字 5 と ◦ の末尾の数字 5 を記入してみるとわかりやすくなるよ。

・有効数字には，四捨五入した位の数字は入らないよ。左端の数字から，四捨五入した位のすぐ上の位の数字までだよ。

・有効数字をはっきりさせる表し方では，有効数字の右端に 0 があれば，それも省略せずに書こう。また，10 の累乗の指数は，もとの数を，整数部分が 1 けたの数にするために小数点を移動したけた数に等しいよ。

p.94〜95　ぴたトレ 1

1 (1) **$x=10$，$y=7.5$**　(2) **$x=21$，$y=7$**

(3) **$x=7.5$，$y=8$**　(4) **$x=10$，$y=12$**

(5) **$x=4.5$，$y=21$**　(6) **$x=18$，$y=5$**

解き方

(2)$6：(6+12)＝7：x$

$6x＝126$　$x＝21$

$6：(6+12)＝y：21$　$18y＝126$　$y＝7$

(4)$x：15＝4：6$　$6x＝60$　$x＝10$

$4：6＝8：y$　$4y＝48$　$y＝12$

(5)$(14−8)：8＝x：6$

$8x＝36$　$x＝4.5$

$(14−8)：14＝9：y$　$6y＝126$　$y＝21$

(6)$x：(x+6)＝9：12$

$12x＝9(x+6)$　$3x＝54$　$x＝18$

$18：6＝15：y$　$18y＝90$　$y＝5$

2 **線分 DE**

理由…CD：DB＝CE：EA＝6：5 であるから DE∥BA

解き方

BD：DC，CE：EA，AF：FB を求めて，等しい比になるものを見つけます。

AF：FB＝4.8：5.2＝12：13，

AE：EC＝4：4.8＝5：6

したがって，線分 EF は辺 BC に平行ではありません。

BF：FA＝5.2：4.8＝13：12，BD：DC＝5：6

したがって，線分 FD は辺 CA に平行ではありません。

CD：DB＝6：5，CE：EA＝4.8：4＝6：5

したがって，線分 DE は辺 AB に平行です。

p.96〜97　ぴたトレ 1

1 (1)**DE と平行な辺…辺 BA**

DE と長さが等しい線分…線分 AF，FB

(2)**△EDC，△FBD，△AFE，△DEF**

相似比…2：1

(3) **3 cm^2**

解き方

(1)△CAB において，E は辺 CA の中点，D は辺 CB の中点であるから，中点連結定理より

ED∥AB，$ED=\frac{1}{2}AB$

(2)△ABC と △EDC において

AC：EC＝2：1…①，BC：DC＝2：1…②

(1)から　AB：ED＝2：1…③

①，②，③より，3 組の辺の比がすべて等しいから

△ABC∽△EDC

他の三角形が △ABC と相似であることも同様に証明できます。

(3)(2)より，△ABC は合同な 4 つの三角形に分けられるから △DEF＝12÷4＝3(cm^2)

2 (1)**EF∥BC であるから，三角形と比の定理より**

AF：FC＝AE：EB＝1：1

すなわち　AF＝FC

したがって，F は AC の中点になる。

(2)**EF… 5 cm，EG… 8 cm**

解き方 (2)△ABC で E は辺 AB の中点，F は辺 AC の中点であるから，中点連結定理より

$EF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times10=5$(cm)

同様にして，△ACD で G は辺 CD の中点であるから，中点連結定理より

$FG=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times6=3$(cm)

3 (1)**(GE＝FE の)二等辺三角形**

(2)**△DAB において，E は BD の中点，G は AD の中点であるから，中点連結定理より**

$\mathbf{GE=\frac{1}{2}AB}$

△BCD においても同様にして

$\mathbf{FE=\frac{1}{2}CD}$

また，仮定から　AB＝CD

したがって　GE＝FE

2 辺が等しいから，△EFG は二等辺三角形である。

解き方 (2) 2 辺 EG と EF の両端の点 E，G，F が，四角形 ABCD の辺や対角線の中点であることから，中点連結定理を使う三角形を見つけます。

p.98〜99　ぴたトレ 1

1 (1)$x=4.8$　(2)$x=4.5$　(3)$x=5$　(4)$x=15$

解き方 (1)$3:4=3.6:x$　$3x=14.4$　$x=4.8$

(2)$4:6=3:x$　$4x=18$　$x=4.5$

(3)$4:(12-4)=x:10$　$8x=40$　$x=5$

(4)$12:8=9:(x-9)$

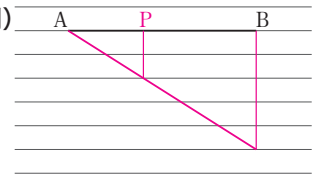
$12(x-9)=72$　$x-9=6$　$x=15$

(別解)直線 ℓ と m，ℓ と n の間の線分の比について

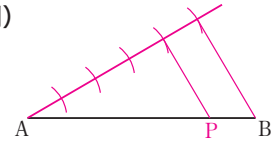
$12:(12+8)=9:x$

$12x=180$　$x=15$

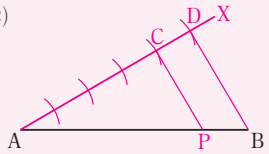
2 (1)**(例)**



(2)**(例)**



解き方 (2)



1 点 A から半直線 AX をひきます。

2 AX 上に，点 A から順に等間隔に 5 点をとり，A から 4 番目と 5 番目の点をそれぞれ C，D とし，点 D と B を結びます。

3 点 C から DB に平行な直線をひき，AB との交点を P とすればよいです。

3 (1)$x=6$　(2)$x=20$

解き方 (1)AD は ∠A の二等分線であるから

AB：AC＝BD：DC

$9:6=x:4$　$6x=36$　$x=6$

(2)$x:15=6:4.5$　$4.5x=90$　$x=20$

p.100〜101　ぴたトレ 2

1 (1)$x=9$，$y=10$　(2)$x=7.5$，$y=7$

解き方 (1)DE∥BC であるから

AD：AB＝DE：BC より

$x:27=8:24$　$24x=216$　$x=9$

AD：DB＝AE：EC より

$9:(27-9)=y:20$　$18y=180$　$y=10$

(2)DE∥BC であるから

AC：AE＝BC：DE より

$(15-6):6=x:5$　$6x=45$　$x=7.5$

AB：AD＝AC：AE より

$10.5:y=(15-6):6$　$9y=63$　$y=7$

2 **線分 DE，FD**

解き方 CD：DB＝CE：EA＝2：3

したがって，線分 DE は辺 AB に平行です。

AE：EC＝3：2，AF：FB＝2：3

したがって，線分 EF は辺 CB に平行ではありません。

BF：FA＝BD：DC＝3：2

したがって，線分 FD は辺 CA に平行です。

❸ DG…2.4 cm，EF…1.8 cm，EG…5 cm

解き方

AD，EG，BC は平行であるから
DG：GC＝AE：EB＝2：3
したがって　$DG=\frac{2}{2+3}DC=\frac{2}{5}\times 6=2.4(\text{cm})$
△ABD において，EF∥AD であるから
EF：AD＝BE：BA
EF＝x cm とすると
$x:3=3:(3+2)$　$5x=9$　$x=1.8$
△DBC において，FG∥BC であるから
FG：BC＝DG：DC
FG＝y cm とすると
$y:8=2.4:6$　$6y=19.2$　$y=3.2$
EG＝EF＋FG＝1.8＋3.2＝5(cm)

❹ (1)5：4　(2)10 cm　(3)$\frac{20}{3}$ cm

解き方

(1)AB∥CD であるから
BE：EC＝AB：DC＝15：12＝5：4
(2)EF∥CD であるから　BF：FD＝BE：EC
BF＝x cm とすると　$x:(18-x)=5:4$
$4x=5(18-x)$　$9x=90$　$x=10$
(3)EF：CD＝BE：BC であるから，EF＝y cm とすると
$y:12=5:(5+4)$　$9y=60$　$y=\frac{20}{3}$
(2)，(3)は，AB∥EF であることを使って求めることもできます。

❺ 1：3

解き方

DF：EC と EC：DG をそれぞれ求めます。
△AEC において，D は AE の中点，F は AC の中点であるから，中点連結定理より
DF：EC＝1：2　……①，DF∥EC
DG∥EC であるから
EC：DG＝BE：BD＝1：2　……②
①，②より　DF：DG＝1：4
したがって　DF：FG＝1：(4−1)＝1：3

❻ (1)△ABC において，E は AB の中点，G は AC の中点であるから，中点連結定理より

EG∥BC，$EG=\frac{1}{2}BC$

△DBC においても同様にして

HF∥BC，$HF=\frac{1}{2}BC$

したがって　EG∥HF，EG＝HF
1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，四角形 EGFH は平行四辺形になる。

(2)ひし形

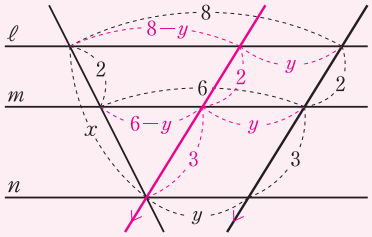
解き方

(1)(別解)△ABD と △ACD で，中点連結定理を使って，EH∥GF，EH＝GF であることから証明してもよいです。
(2)$EG=HF=\frac{1}{2}BC$，
$EH=GF=\frac{1}{2}AD$ であるから，
AD＝BC のとき，四角形 EGFH の 4 つの辺はすべて等しくなります。
4 つの辺がすべて等しい四角形はひし形です。
なお，4 つの角がすべて等しく，4 つの辺がすべて等しい四角形は正方形です。

❼ (1)$x=5$，$y=3$　(2)$x=12$，$y=14$

解き方

(1)直線 ℓ，m，n が平行であるから
$2:x=2:(2+3)$
$2x=10$　$x=5$
下の図において
$3:(3+2)=(6-y):(8-y)$
$3(8-y)=5(6-y)$
$2y=6$　$y=3$



(2)直線 ℓ，m，n が平行であるから
$x:9=10:(17.5-10)$
$7.5x=90$　$x=12$
$(y-6):6=12:9$
$9(y-6)=72$　$y-6=8$　$y=14$
(別解)$17.5:(17.5-10)=y:6$
$7:3=y:6$
$3y=42$　$y=14$

理解のコツ

・平行線があるときは，三角形と比の定理や平行線と比の定理，中点があるときは中点連結定理が使えるかを考えるようにしよう。

p.102〜103

ぴたトレ 1

1 (1)相似比…3：5，周の長さの比…3：5，面積比…9：25
(2)相似比…9：4，周の長さの比…9：4，面積比…81：16

解き方 相似比が $m:n$ ならば
周の長さの比は $m:n$，面積比は $m^2:n^2$

2 **周の長さの比…2：3，面積比…4：9**

解き方 2つの円の半径の比から，相似比，周の長さの比，面積比を求めます。

3 (1) **4 cm** (2) **180 cm²**

解き方 (1)Q の周の長さを x cm とすると
$24:x=6:1$ $6x=24$ $x=4$
(2)P の面積を x cm² とすると
$x:5=6^2:1^2$ $x=180$

4 (1)**相似比…1：3，面積比…1：9** (2)**$8a$**

解き方 (1)△APQ∽△ABC で，相似比は
AQ：AC＝1：3
(2)(1)より，△ABC の面積は(ア)の面積の 9 倍になるから
((イ)の面積)＝△ABC－((ア)の面積)
$=9a-a=8a$

p.104〜105 ぴたトレ 1

1 (1)**相似比…2：1，表面積の比…4：1，体積比…8：1**
(2)**相似比…5：6，表面積の比…25：36，体積比…125：216**

解き方 相似比が $m:n$ ならば
表面積の比は $m^2:n^2$，体積比は $m^3:n^3$

2 **表面積… 4 倍，体積… 8 倍**

解き方 相似比は 1：2 となるから，
表面積の比は $1^2:2^2=1:4$
体積比は $1^3:2^3=1:8$

3 (1)**125 cm²** (2)**256 cm³**

解き方 (1)Q の表面積を x cm² とすると
$80:x=4^2:5^2$ $16x=2000$ $x=125$
(2)P の体積を x cm³ とすると
$x:500=4^3:5^3$
$125\times x=32000$ $x=256$

4 (1)**24π cm³** (2)**1：4** (3)**$\frac{3}{8}\pi$ cm³**

解き方 (1)底面の半径が 3 cm，高さが 8 cm の円錐とみなして
$\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times8=24\pi(\text{cm}^3)$
(2)相似比は 2：8＝1：4
(3)(2)より，体積比は $1^3:4^3=1:64$
容器に入っている水の体積は，この容器の容積の $\frac{1}{64}$ 倍にあたるから
$24\pi\times\frac{1}{64}=\frac{3}{8}\pi(\text{cm}^3)$

p.106〜107 ぴたトレ 2

1 (1)**4：25** (2)**4：3** (3)**64 cm²**

解き方 (2)面積比が 16：9 であるから，
周の長さの比は $\sqrt{16}:\sqrt{9}=4:3$
(3)相似比は 40：32＝5：4
Q の面積を x cm² とすると
$100:x=5^2:4^2$ $25x=1600$ $x=64$

2 (イ)…**$8a$**，(ウ)…**$27a$**

解き方 3 つの三角形は相似で，相似比は
AP：AQ：AB＝1：(1＋2)：(1＋2＋3)
＝1：3：6
面積比は $1^2:3^2:6^2=1:9:36$
したがって，3 つの三角形の面積は，a，$9a$，$36a$ となります。
(イ)の面積は $9a-a=8a$
(ウ)の面積は $36a-9a=27a$

3 **$5\sqrt{2}$ cm**

解き方 (イ)の正六角形の 1 辺の長さを x cm とすると，大小 2 つの正六角形の相似比は $10:x$ となるから，
面積比は $10^2:x^2=100:x^2$
(ア)と(イ)の面積が等しいことから
$100:x^2=2:1$ $2x^2=100$ $x^2=50$
$x>0$ であるから $x=5\sqrt{2}$

4 **1：8**

解き方 まず，△APO と △ABC の面積比を考えます。
2 つの三角形は相似で，相似比は 1:2 であるから，
△APO と △ABC の面積比は 1：4
△ABC は平行四辺形 ABCD の半分であるから，
△APO と平行四辺形 ABCD の面積比は 1：8

5 **半径…$\frac{2}{5}$ 倍，体積…$\frac{8}{125}$ 倍**

解き方 表面積の比は 4：25 であるから
相似比は $\sqrt{4}:\sqrt{25}=2:5$
体積比は $2^3:5^3=8:125$

6 (1)9：4　(2)9：16　(3)$\frac{125}{6}$ cm^3

解き方
(1)表面積の比は 81：16 であるから
相似比は　$\sqrt{81}$ ：$\sqrt{16}$ ＝9：4
(2)体積比は　27：64＝3^3：4^3
相似比は 3：4 となるから，
側面積の比は　3^2：4^2＝9：16
(3)表面積の比は　100：144＝25：36＝5^2：6^2
相似比は 5：6 となるから，P の体積を x cm^3 とすると
x：36＝5^3：6^3　216×x＝4500
x＝$\frac{125}{6}$

7 350 cm^3

解き方
大小 2 つの正四角錐の相似比は　1：2
体積比は　1^3：2^3＝1：8
切り分けた 2 つの立体の体積比は
1：(8−1)＝1：7
したがって，もう 1 つの立体の体積は，小さい正四角錐の体積の 7 倍にあたるから
50×7＝350(cm^3)

8 約 2 L
理由… 4 号鉢と 5 号鉢は，植木鉢の上の部分の直径と高さの比がそれぞれ等しいから，ほぼ相似であると考えると，相似比は 4：5 である。
5 号鉢に必要な土を x L とすると
1：x＝4^3：5^3　64x＝125　x＝1.95…
x の値はおよそ 2 と考えられるから。

解き方
植木鉢を相似な立体とみなすことで，その相似比をもとに植木鉢に入る土の体積比から土の量を求めます。

理解のコツ
・相似な平面図形や立体では，相似比を m：n とすると，周の長さや対角線の長さ，高さなど，「長さの比」は m：n，底面積や側面積，表面積など，「面積比」は m^2：n^2，「体積比」は m^3：n^3 で，単位につく指数(例：cm，cm^2，cm^3)と同じだね。
・面積比 m^2：n^2 から平方根を使って，相似比 m：n を求められるようにもしておこう。

p.108〜109　ぴたトレ 3

1 △ABC∽△AED
相似条件… 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

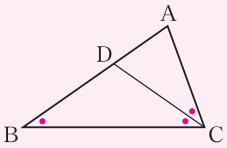
解き方
AB：AE＝(6＋8)：7＝2：1
AC：AD＝(7＋5)：6＝2：1
したがって　AB：AE＝AC：AD
∠A は共通

2 (1)x＝3，y＝13.5　(2)x＝12，y＝10

解き方
(1)6：x＝8：(12−8)
8x＝24　x＝3
8：12＝9：y　8y＝108　y＝13.5
(2)x：8＝9：6　6x＝72　x＝12
3：6＝5：y　3y＝30　y＝10

3 (1)△ABC と △ACD において
∠C＝2∠B であるから
∠ABC＝$\frac{1}{2}$∠ACB
また，CD は ∠ACB の二等分線であるから
∠ACD＝$\frac{1}{2}$∠ACB
したがって　∠ABC＝∠ACD　……①
また　∠A は共通　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△ABC∽△ACD
(2)CD… 5 cm，BC…7.5 cm

解き方
(1)右の図のように，等しい角に印をつけて相似な 2 つの三角形を見つけましょう。



(2)(1)より AB：AC＝AC：AD
AD＝x cm とすると
9：6＝6：x　9x＝36　x＝4
∠DBC＝∠DCB であるから，△DBC は二等辺三角形となり
CD＝BD＝9−4＝5(cm)
同様にして　AB：AC＝BC：CD
BC＝y cm とすると
9：6＝y：5　6y＝45　y＝7.5
(別解)CD が ∠ACB の二等分線であるから，
CA：CB＝AD：DB
BC＝y cm とすると
6：y＝4：(9−4)　4y＝30　y＝7.5

❹ 3 m

解き方

街灯と人はどちらも地面に垂直であることから，
AB＝x m とすると
2：(2＋x)＝1.6：4
1.6(2＋x)＝8　2＋x＝5　x＝3

❺ (1)16 cm^2　(2)40 cm^3

解き方

(1)Q の表面積を x cm^2 とすると
$36 : x = 3^2 : 2^2$　$9x = 144$　$x = 16$
(2)Q の体積を x cm^3 とすると
$135 : x = 3^3 : 2^3$　$27x = 135 \times 8$　$x = 40$

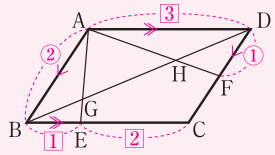
❻ 4 cm

解き方

△ABC において，AB∥FD であるから，
FD＝x cm とすると，FD：AB＝CD：CB
x：15＝3：5　5x＝45　x＝9
同様にして，△ABE において
GD＝y cm とすると，GD：AB＝ED：EB
y：15＝1：3　3y＝15　y＝5
したがって　FG＝FD−GD＝9−5＝4(cm)

❼ 5 cm

解き方



AD∥BE であるから
BG：DG＝BE：DA＝1：3
したがって　$BG = \frac{1}{4}BD = 3$(cm)
また，AB∥DF であるから
BH：DH＝AB：FD＝2：1
したがって　$DH = \frac{1}{3}BD = 4$(cm)
GH＝BD−(BG＋DH)
＝12−(3＋4)
＝5(cm)

❽ (1) 3 cm　(2) $\frac{49}{4}S$

解き方

(1)E は AB の中点，F は CD の中点であるから，
AE：EB＝DF：FC となります。
したがって，AD，EF，BC はいずれも平行となり，G，H はそれぞれ BD，AC の中点となります。
△ABC において，中点連結定理より
$EH = \frac{1}{2}BC = 5$(cm)
△ABD において，中点連結定理より
$EG = \frac{1}{2}AD = 2$(cm)
したがって　GH＝EH−EG＝5−2＝3(cm)
(別解)△ABD のかわりに，△ACD で中点連結定理を使ってもよいです。
このとき　$FH = \frac{1}{2}AD = 2$(cm)
となります。
(2)△ADI∽△CBI で，相似比は
4：10 ＝2：5 であるから
△ADI：△CBI＝$2^2 : 5^2$＝4：25
したがって　$\triangle CBI = \frac{25}{4}S$
△ADI と △ABI でそれぞれ底辺を DI，BI と見ると，高さが等しいから
△ADI：△ABI＝DI：BI
＝AD：BC
＝2：5
したがって　$\triangle ABI = \frac{5}{2}S$
同様にして　$\triangle CDI = \frac{5}{2}S$
四角形 ABCD の面積は
△ADI＋△ABI＋△CDI＋△CBI
$= S + \frac{5}{2}S + \frac{5}{2}S + \frac{25}{4}S$
$= \frac{49}{4}S$

6章　円

p.111　ぴたトレ 0

1 (1)80°　(2)75°　(3)35°　(4)30°

解き方
(1)$\angle x=180^\circ-(48^\circ+52^\circ)=80^\circ$
(2)$\angle x=35^\circ+40^\circ=75^\circ$
(3)$\angle x+95^\circ=130^\circ$
$\angle x=130^\circ-95^\circ=35^\circ$
(4)$\angle x+70^\circ=45^\circ+55^\circ$
$\angle x=45^\circ+55^\circ-70^\circ=30^\circ$

2 (1)$\angle x=70^\circ$，$\angle y=110^\circ$
(2)$\angle x=36^\circ$，$\angle y=72^\circ$

解き方
二等辺三角形の底角は等しいことを使います。
(1)$\angle x=(180^\circ-40^\circ)\div2=70^\circ$
$\angle y=180^\circ-70^\circ=110^\circ$
(2)$\angle x=180^\circ-144^\circ=36^\circ$
$\angle y=144^\circ\div2=72^\circ$

p.112〜113　ぴたトレ 1

1 (1)65°　(2)48°　(3)60°　(4)104°　(5)200°
(6)25°　(7)65°　(8)35°　(9)80°

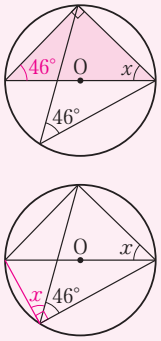
解き方
(1)(2) 1 つの弧に対する円周角の大きさは，中心角の半分です。
(1) $\angle x=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$
(3)〜(5) 1 つの弧に対する中心角の大きさは，円周角の 2 倍です。
(3)$\angle x=2\times30^\circ=60^\circ$
(6) 1 つの弧に対する円周角の大きさは一定であるから　$\angle x=25^\circ$
(7)$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角であるから
$\angle A=\angle D=45^\circ$
左側の三角形の内角と外角の関係から
$\angle x=110^\circ-45^\circ=65^\circ$
(8)$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角であるから
$\angle A=\angle D=50^\circ$
左側の三角形の内角の和から
$\angle x=180^\circ-(50^\circ+95^\circ)=35^\circ$
(9)$\overset{\frown}{BC}$ に対する中心角であるから
$\angle BOC=2\angle A=2\times33^\circ=66^\circ$
右側の三角形の内角と外角の関係から
$\angle x=66^\circ+14^\circ=80^\circ$

2 (1)正六角形の頂点は，円周を 6 等分するから
$\overset{\frown}{AF}=\overset{\frown}{BC}$
等しい弧に対する円周角は等しいから
$\angle ABF=\angle BAC$
したがって，底角が等しいから，△GAB は二等辺三角形になる。
(2)60°

解き方
(2)$\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{AF}$ は円周の $\frac{1}{6}$ であるから，それらの弧に対する中心角は
$360^\circ\times\frac{1}{6}=60^\circ$
∠BAC，∠ABF はそれぞれ $\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{AF}$ に対する円周角であるから
$\angle BAC=\angle ABF=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$
三角形の内角と外角の関係から
$\angle BGC=\angle ABG+\angle BAG$
$=30^\circ+30^\circ$
$=60^\circ$

3 (1)90°　(2)61°　(3)44°

解き方
(2)三角形の内角の和から
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+29^\circ)=61^\circ$
(3)円周角の定理を使って 46° の角をうつすと，直径を斜辺とする直角三角形の内角の和から
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+46^\circ)=44^\circ$
(別解)右の図のように，46° の角の頂点と直径の端を結び，円周角の定理を使って $\angle x$ をうつします。
$\angle x=90^\circ-46^\circ=44^\circ$



p.114〜115　ぴたトレ 1

1 ①

解き方
①点 A，D は直線 BC の同じ側にあって，
$\angle BAC=\angle BDC$ です。

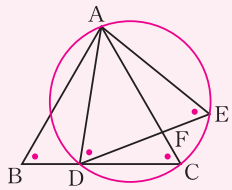
2 (1)35°　(2)55°

解き方
(1)点 A，B は直線 CD の同じ側にあるから，
$\angle x=\angle DBC$ となるとき，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にあります。
△ABC の内角の和から
$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$
したがって　$\angle x=\angle DBC=50^\circ-15^\circ=35^\circ$

(2)点 B，C は直線 AD の同じ側にあるから，
$\angle x=\angle ABD$ となるとき，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にあります。
AB を辺にもつ三角形の内角と外角の関係から
$\angle x=\angle ABD=115^\circ-60^\circ=55^\circ$

3 **4 点 A，C，D，E**
理由…直線 AD の同じ側にあって，
$\angle ACD=\angle AED=60^\circ$ であるから。

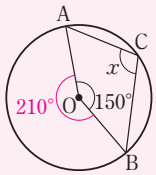
解き方
正三角形の 3 つの角はすべて等しいことから，2 つの正三角形の等しい角に印をつけて考えます。



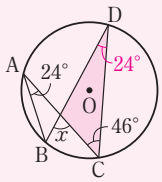
p.116〜117 **ぴたトレ 2**

1 **(1)105°　(2)70°　(3)100°　(4)35°　(5)40°　(6)95°**

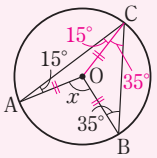
解き方
(1)点 C をふくまないほうの $\overset{\frown}{AB}$ の中心角は
$360^\circ-150^\circ=210^\circ$ で，$\angle x$ はその弧に対する円周角であるから
$\angle x=\frac{1}{2}\times210^\circ=105^\circ$



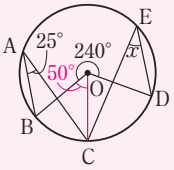
(2)$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいから
$\angle D=\angle A=24^\circ$
三角形の内角と外角の関係から
$\angle x=24^\circ+46^\circ=70^\circ$



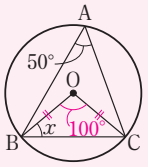
(3)半径 OC をひきます。
△OAC，△OBC は二等辺三角形であり，底角は等しいから
$\angle ACO=15^\circ$，$\angle BCO=35^\circ$
$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角であるから
$\angle x=2\angle ACB=2\times(15^\circ+35^\circ)=100^\circ$



(4)半径 OC をひきます。
$\overset{\frown}{BC}$ に対する中心角であるから
$\angle BOC=2\angle A=50^\circ$
$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角であるから
$\angle x=\frac{1}{2}\angle COD$
$=\frac{1}{2}\times(360^\circ-240^\circ-50^\circ)=35^\circ$

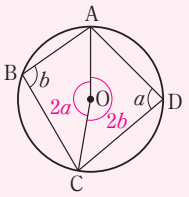


(5)$\overset{\frown}{BC}$ に対する中心角であるから
$\angle BOC=2\angle BAC$
$=2\times50^\circ$
$=100^\circ$
△OBC は二等辺三角形であり，底角は等しいから
$\angle x=(180^\circ-100^\circ)\div2=40^\circ$



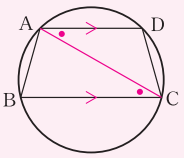
(6)$\angle x$ は，点 D をふくむほうの $\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角です。
点 B をふくむほうの $\overset{\frown}{AC}$ に対する中心角は
$360^\circ-2\angle ADC=360^\circ-2\times85^\circ=190^\circ$
したがって　$\angle x=\frac{1}{2}\times190^\circ=95^\circ$

(参考)右の図で，
$2a+2b=360^\circ$ であるから
$a+b=180^\circ$
4 つの頂点が 1 つの円周上にある四角形の対角の和は 180°になります。



2 **対角線 AC をひくと，平行線の錯角（さっかく）は等しいから　$\angle ACB=\angle CAD$**
円周角が等しいから，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ であり，1 つの円で，等しい弧に対する弦は等しいから
AB＝CD

解き方
1 つの円で，
等しい円周角に対する弧は等しいです。
⇨等しい弧に対する弦は等しいです。

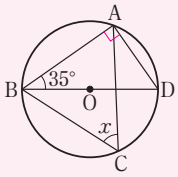


3 **△CDF と △EDG において**
$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BE}$ で，等しい弧に対する円周角は等しいから
$\angle ADC=\angle BDE$　……①
$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$ であるから，同様にして
$\angle DEG=\angle DCF$　……②
正五角形の辺の長さは等しいから
CD＝DE　……③
①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△CDF≡△EDG

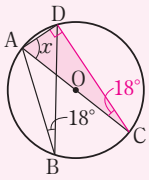
4 (1)55°　(2)72°　(3)114°

解き方

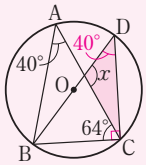
(1)BD は直径であるから
∠BAD＝90°
∠x は $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角であるから，△ABD の内角の和を考えて
∠x＝∠ADB
＝180°－(90°＋35°)＝55°



(2)弦 CD をひきます。
AC は直径であるから
∠ADC＝90°
$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は等しいから
∠ACD＝∠ABD＝18°
△ACD の内角の和から
∠x＝180°－(90°＋18°)＝72°



(3)$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角は等しいから　∠D＝∠A＝40°
BD は直径であるから
∠BCD＝90°
∠ACD＝90°－64°＝26°
三角形の内角の和から
∠x＝180°－(40°＋26°)＝114°

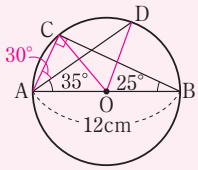


5 2π cm

解き方

弦 AC をひきます。
AB は直径であるから
∠ACB＝90°
△ABC の内角の和から
∠CAD
＝180°－(90°＋35°＋25°)＝30°
$\overset{\frown}{CD}$ に対する中心角であるから
∠COD＝2∠CAD＝60°
円周の長さは 12π であるから

$$\overset{\frown}{CD}=12\pi\times\frac{60}{360}=2\pi\text{(cm)}$$



6 1 つの円周上にあるといえる。
理由…(例)三角形の内角と外角の関係から
∠BAC＝95°－35°＝60°
直線 BC の同じ側にあって，∠BAC＝∠BDC であるから。
(別解)∠ACD＝95°－60°＝35°
直線 AD の同じ側にあって，∠ABD＝∠ACD であるから。

解き方

角の大きさを求め，等しい角をみつけて，円周角の定理の逆にあてはまるかどうかを調べます。

7 4 点 B，C，D，E
証明…△ABE と △ACD において
仮定から　AB＝AC　……①
点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点であるから

$$AD=\frac{1}{2}AB\quad\cdots\cdots②\qquad AE=\frac{1}{2}AC\quad\cdots\cdots③$$

①，②，③より　AD＝AE　……④
また　∠A は共通　……⑤
①，④，⑤より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから　△ABE≡△ACD
合同な図形の対応する角は等しいから
∠ABE＝∠ACD
したがって，点 B，C は直線 DE の同じ側にあって，∠DBE＝∠DCE であるから，4 点 B，C，D，E は 1 つの円周上にある。

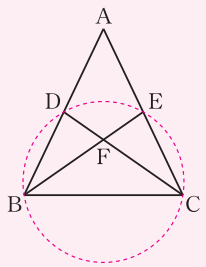
(別解)△DBC と △ECB において
仮定から　AB＝AC　……①
点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点であるから

$$DB=\frac{1}{2}AB\quad\cdots\cdots②\qquad EC=\frac{1}{2}AC\quad\cdots\cdots③$$

①，②，③より　DB＝EC　……④
二等辺三角形の底角は等しいから
∠DBC＝∠ECB　……⑤
また　BC は共通　……⑥
④，⑤，⑥より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから　△DBC≡△ECB
合同な図形の対応する角は等しいから
∠BDC＝∠CEB
したがって，点 D，E は直線 BC の同じ側にあって，∠BDC＝∠BEC であるから，4 点 B，C，D，E は 1 つの円周上にある。

解き方

図から 4 点 B，C，D，E が 1 つの円周上にあることが予想できます。そのことを証明するには，
∠ABE＝∠ACD
∠BDC＝∠BEC
のいずれかを証明します。

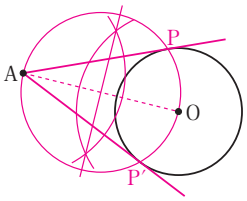


理解のコツ

・円周角や中心角は，必ずどの弧に対するものか確認しよう。
・直径があるときは，90°になる円周角を見つけよう。
・半径や弦をかき入れて，円周角や中心角をつくることもあるよ。

p.118〜119　ぴたトレ 1

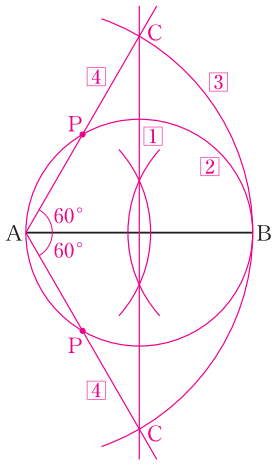
1



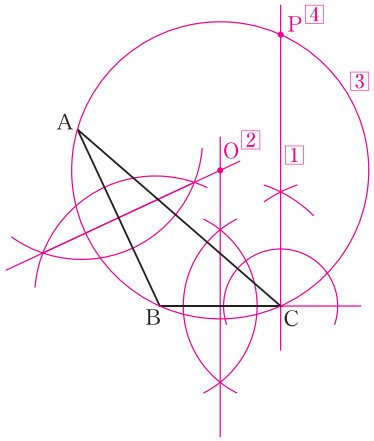
証明…△APO と △AP′O において
円の接線は，接点を通る半径に垂直であるから，
△APO と △AP′O は直角三角形である。
円の半径の長さは等しいから
OP＝OP′　……①
また　OA は共通　……②
①，②より，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいことから
△APO≡△AP′O
したがって　AP＝AP′

解き方
円の接線は接点を通る半径に垂直であるから
∠APO＝∠AP′O＝90°
したがって，線分 AO を直径とする円を作図して，円 O との交点を P，P′ とすればよいです。
線分 AO を直径とする円の中心は，線分 AO の垂直二等分線と AO の交点になります。

2　(1)



(2)



解き方
(1)条件㋐から，点 P は線分 AB を直径とする円の周上にあります。
条件㋑から，点 P は線分 AB を 1 辺とする正三角形の辺の上にあります。
次のように作図します。点 P は 2 つあります。
1 線分 AB の垂直二等分線をひく。
2 線分 AB を直径とする円をかく。
3 点 A を中心とし，線分 AB を半径とする円をかき，1 との交点を C とする。
4 直線 AC をひき，2 でかいた円との交点を P とする。
(2)条件㋐から，4 点 A，B，C，P は 1 つの円周上にあり，∠BAC と ∠BPC は $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角です。
条件㋑から，BC と CP は垂直です。
次のように作図します。
1 点 C を通り，直線 BC に垂直な直線をひく。
2 線分 AB，BC の垂直二等分線をそれぞれひき，その交点を O とする。
3 O を中心とし，OA を半径とする円をかく。
4 1 でひいた直線と 3 でかいた円の交点を P とする。

p.120〜121　ぴたトレ 1

1　(1)$x=6$　(2)$x=7.8$

解き方
2 組の角がそれぞれ等しいから，いずれも
△PAC∽△PDB です。相似な 2 つの三角形の対応する辺で比例式をつくります。
(1)PA：PC＝PD：PB
8：12＝x：9　$12x=72$　$x=6$
(2)PA：AC＝PD：DB
6：10＝x：13　$10x=78$　$x=7.8$

2 △ABD と △EBC において
$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから
∠ADB＝∠ECB　……①
$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$ で，等しい弧に対する円周角は等しいから
∠ABD＝∠EBC　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△ABD∽△EBC

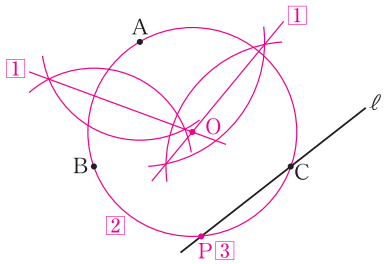
解き方　円周角と二等辺三角形の底角で，等しい角に印をつけて考えます。

3 △ABE と △BDE において
仮定から　∠BAE＝∠CAE
$\overset{\frown}{CE}$ に対する円周角は等しいから
∠CAE＝∠DBE
したがって　∠BAE＝∠DBE　……①
また　∠E は共通　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△ABE∽△BDE

解き方　円周角と共通な角で，等しい角に印をつけて考えます。

p.122〜123　ぴたトレ 2

1



解き方　次のように作図します。
1 線分 AB，AC の垂直二等分線をひき，その交点を O とする。
2 O を中心とし，OA を半径とする円をかく。
3 直線 ℓ と円 O の 2 つの交点のうち，点 C と異なるほうを点 P とする。

2 (1)△ABD と △AEB において
$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから
∠ACB＝∠ADB
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$ であるから
∠ACB＝∠ABE
したがって　∠ADB＝∠ABE　……①
また　∠A は共通　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△ABD∽△AEB

(2)$2\sqrt{14}$ cm

解き方　(2) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$ であるから
AB＝AC
AC＝x cm とすると，(1)の結果より
AB：AE＝AD：AB
$x:(4+10)=4:x$　$x^2=56$
$x>0$ であるから　$x=2\sqrt{14}$

3 △BCE と △FBE において
$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから
∠CBE＝∠CAD
AD∥BF より，平行線の錯角は等しいから
∠CAD＝∠BFE
したがって　∠CBE＝∠BFE　……①
また　∠BEC＝∠FEB　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△BCE∽△FBE

解き方　△BCE と △FBE で，∠BEC と ∠FEB は共通な角であるから，円周角の定理と平行線の性質を使って，等しい角の組をもう 1 組見つけます。

4 △ACF と △BCE において
AB は直径であるから　∠ACB＝90°
したがって　∠ACF＝∠BCE＝90°　……①
$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから
∠CAF＝∠CBE　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△ACF∽△BCE
相似な図形の対応する辺の比は等しいから
AC：BC＝AF：BE

解き方　AC と AF，BC と BE を辺にもつ △ACF と △BCE に着目します。

5 (1)$2a$°
(2)△BCD と △CED において
$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$ で，等しい弧に対する円周角は等しいから
∠CBD＝∠ECD　……①
また　∠BDC＝∠CDE　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△BCD∽△CED

解き方

(1) $\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角は等しいから

$\angle ABD=\angle ACD=a^\circ$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$ で，等しい弧に対する円周角は等しいから　$\angle CBD=\angle ACD=a^\circ$

したがって

$\angle ABC=\angle ABD+\angle CBD=a^\circ+a^\circ=2a^\circ$

理解のコツ

- 90°の角の頂点の作図では，半円の弧に対する円周角が90°になることから，直径になる線分を見つけて円をかこう。
- 大きさの等しい角の頂点の作図では，円周角の定理の逆を使って円をかけばいいね。
- 円周角の定理や図形の性質を使って等しい角の組を見つけて，三角形の相似を証明しよう。
- 垂線，垂直二等分線，角の二等分線，円の中心の作図なども復習しておこう。

p.124〜125　ぴたトレ3

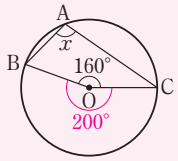
❶ (1)**90°**　(2)**100°**　(3)**60°**　(4)**65°**　(5)**55°**　(6)**58°**

解き方

(2)$\angle x$ は下側の $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角であるから

$\angle x=\frac{1}{2}\times(360^\circ-160^\circ)$

$=100^\circ$

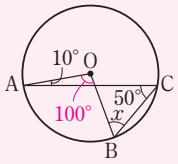


(3)$\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角であるから

$\angle AOB=2\angle ACB=100^\circ$

2つの三角形の内角と外角の関係から

$\angle x+50^\circ=100^\circ+10^\circ$　$\angle x=60^\circ$



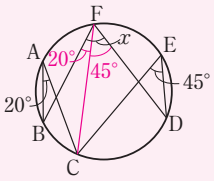
(4)弦 CF をひきます。

$\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角の和であるから

$\angle x$

$=\angle BAC+\angle CED$

$=20^\circ+45^\circ=65^\circ$



(5)半径 OA をひきます。

点 B をふくむほうの $\overset{\frown}{AC}$ に対する中心角は

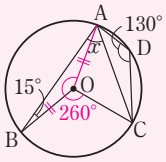
$2\angle D=260^\circ$

△OAB は二等辺三角形であるから

$\angle AOB=180^\circ-15^\circ\times2=150^\circ$

$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角であるから

$\angle x=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times(260^\circ-150^\circ)=55^\circ$



(6)弦 CD をひきます。

BD は直径であるから

$\angle BCD=90^\circ$

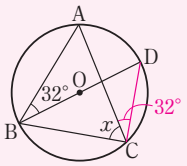
$\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角であるから　$\angle ACD=32^\circ$

したがって　$\angle x=90^\circ-32^\circ=58^\circ$

(別解)弦 AD をひいてもよいです。

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角であるから

$\angle x=\angle ADB=180^\circ-(90^\circ+32^\circ)=58^\circ$



❷ **$\angle x=66^\circ$，$\angle y=36^\circ$**

解き方

$\overset{\frown}{BD}$ に対する円周角であるから

$\angle C=\angle A=\angle y$

△ECB で，内角と外角の関係から

$\angle x+\angle y=102^\circ$　……①

△ABF で，内角と外角の関係から

$\angle x=\angle y+30^\circ$　……②

②を①に代入すると

$(\angle y+30^\circ)+\angle y=102^\circ$　$\angle y=36^\circ$

これを②に代入すると　$\angle x=36^\circ+30^\circ=66^\circ$

(別解)$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角であるから

$\angle ADC=\angle ABC=\angle x$

四角形 DEBF の内角の和から

$2(180^\circ-\angle x)+102^\circ+30^\circ=360^\circ$

$2\angle x=132^\circ$　$\angle x=66^\circ$

❸ **25°**

解き方

三角形の内角の和から

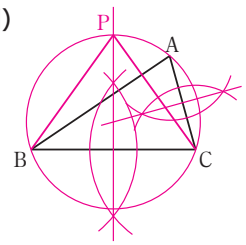
$\angle BDC=180^\circ-(80^\circ+35^\circ)=65^\circ$

直線 BC の同じ側にあって，$\angle BAC=\angle BDC$ であるから，4点 A，B，C，D は1つの円周上にあります。

この円の $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角であるから

$\angle x=\angle ACB=80^\circ-55^\circ=25^\circ$

❹ **(例)**



解き方 BC を底辺と見るとき，△PBC の面積がもっとも大きいのは，高さがもっとも長いときです。∠A＝∠BPC であるから，4 点 A，B，C，P は 1 つの円周にあり，点 P は BC の上側にあります。この円の中心は，△ABC の 2 辺の垂直二等分線の交点になります。また，△PBC で面積がもっとも大きいのは，点 P が弦 BC の垂直二等分線と円との交点になるときです。

5 (1)△ABD∽△ACE であるから
∠EBD＝∠ECD
直線 DE の同じ側にあるから，円周角の定理の逆より，4 点 B，C，D，E は 1 つの円周上にある。
(2)(例)△BCF と △EDF において
対頂角は等しいから
∠BFC＝∠EFD　……①
(1)の結果より，$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから　∠FBC＝∠FED　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△BCF∽△EDF

解き方 (2)$\overset{\frown}{BE}$ に対する円周角は等しいことから
∠BCF＝∠EDF としてもよいです。

6 相似な三角形…△ABD と △AFC
証明…△ABD と △AFC において
AD は直径であるから　∠ABD＝90°
したがって　∠ABD＝∠AFC＝90°　……①
$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから
∠ADB＝∠ACF　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△ABD∽△AFC

相似な三角形…△BDE と △ACE
証明…△BDE と △ACE において
対頂角は等しいから
∠BED＝∠AEC　……①
$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから
∠DBE＝∠CAE　……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△BDE∽△ACE

解き方 △BDE∽△ACE の証明では，$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角のかわりに，$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角が等しいことから，∠BDE＝∠ACE としてもよいです。

7 章　三平方の定理

p.127　ぴたトレ 0

1 (1)13 cm^2　(2)17 cm^2

解き方 1 辺が 5 cm の大きな正方形から，周りの直角三角形をひいて考えます。
(1)$5\times5-\left(\frac{1}{2}\times2\times3\right)\times4=25-12=13$(cm^2)
(2)$5\times5-\left(\frac{1}{2}\times1\times4\right)\times4=25-8=17$(cm^2)

2 (1)$x=\pm3$　(2)$x=\pm\sqrt{13}$
(3)$x=\pm\sqrt{17}$　(4)$x=\pm4\sqrt{2}$

解き方 (1)$x^2=9$
$x=\pm\sqrt{9}=\pm3$
(4)$x^2=32$
$x=\pm\sqrt{32}=\pm4\sqrt{2}$

3 (1)256 cm^3　(2)180π cm^3

解き方 角錐，円錐の体積を求める公式は，
$\frac{1}{3}\times$(底面積)$\times$(高さ)です。
(1)底面の 1 辺が 8 cm で，高さが 12 cm の正四角錐です。
$\frac{1}{3}\times(8\times8)\times12=256$(cm^3)
(2)底面の半径が 6 cm，高さが 15 cm の円錐です。
$\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times15=180\pi$(cm^3)

p.128〜129　ぴたトレ 1

1 (1)$x=2\sqrt{13}$　(2)$x=\sqrt{5}$　(3)$x=4$
(4)$x=5\sqrt{3}$　(5)$x=3\sqrt{5}$　(6)$x=3$
(7)$x=\sqrt{11}$　(8)$x=13$　(9)$x=5$

解き方 (1)$6^2+4^2=x^2$　$x^2=52$
$x>0$ であるから　$x=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$
(4)$x^2+5^2=10^2$　$x^2=75$
$x>0$ であるから　$x=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

2 ㋑，㋓

解き方 もっとも長い辺を c cm として，3 辺の長さ a cm，b cm，c cm の間に，$a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立つかどうかを調べます。
㋐$a=5$，$b=8$，$c=9$ とすると
$a^2+b^2=5^2+8^2=89$
$c^2=9^2=81$
したがって，$a^2+b^2=c^2$ という関係が成り立たないので，㋐は直角三角形ではありません。

㋒a，bが正の数で，$a<b$ならば $\sqrt{a}<\sqrt{b}$ となります。

$3^2=9$，$(\sqrt{2})^2=2$，$(\sqrt{6})^2=6$ で

$2<6<9$ であるから　$\sqrt{2}<\sqrt{6}<3$

$a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{6}$，$c=3$ とします。

p.130〜131　ぴたトレ 2

❶ (1)$x=2\sqrt{14}$　(2)$x=\sqrt{6}$　(3)$x=3$　(4)$x=6$
(5)$x=21$　(6)$x=1.3$　(7)$x=14$　(8)$x=7$

解き方

(5)$x^2+20^2=29^2$

$x^2=29^2-20^2=(29+20)\times(29-20)=49\times9$

$x>0$ であるから　$x=7\times3=21$

$x^2-a^2=(x+a)(x-a)$ を使って計算します。

(6)$1.2^2+0.5^2=x^2$　$x^2=1.69$

$x>0$ であるから　$x=1.3$

(7)△ABD で　$y^2+12^2=15^2$

$y^2=15^2-12^2=81$

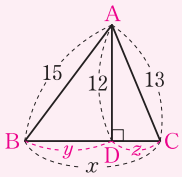
$y>0$ であるから　$y=9$

△ACD で　$z^2+12^2=13^2$

$z^2=13^2-12^2=25$

$z>0$ であるから　$z=5$

$x=y+z=14$



(8)△ABD で　$y^2+1^2=5^2$

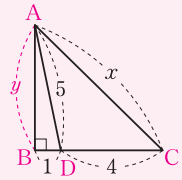
$y^2=5^2-1^2=24$

△ABC で

$y^2+(1+4)^2=x^2$

$x^2=49$

$x>0$ であるから　$x=7$



❷ (1)$2\sqrt{2}$ cm　(2)$2\sqrt{6}$ cm

解き方

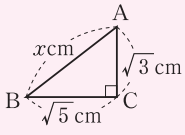
(1)斜辺は辺 AB です。

AB$=x$ cm とすると

$(\sqrt{5})^2+(\sqrt{3})^2=x^2$

$x^2=8$

$x>0$ であるから　$x=2\sqrt{2}$

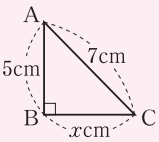


(2)斜辺は辺 AC です。

BC$=x$ cm とすると

$5^2+x^2=7^2$　$x^2=24$

$x>0$ であるから　$x=2\sqrt{6}$



❸ (1)AB$=(x-6)$ cm，CA$=(x+2)$ cm
(2)$(8+4\sqrt{2})$ cm

解き方

(2)いちばん長い CA が斜辺になります。

$(x-6)^2+x^2=(x+2)^2$

整理すると　$x^2-16x+32=0$

これを解くと

$$x=\frac{-(-16)\pm\sqrt{(-16)^2-4\times1\times32}}{2\times1}$$

$$=\frac{16\pm8\sqrt{2}}{2}=8\pm4\sqrt{2}$$

AB$=x-6>0$，すなわち $x>6$ であるから，

$x=8-4\sqrt{2}$ は問題に適していません。

$x=8+4\sqrt{2}$ は問題に適しています。

❹ ㋑，㋔，㋕

解き方

㋑$5^2+(2\sqrt{6})^2=7^2$

㋔$5^2+\left(\frac{8}{3}\right)^2=\left(\frac{17}{3}\right)^2$

(別解)各辺を 3 倍してから 2 乗してもよいです。

$15^2+8^2=17^2$

㋕$\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2=(\sqrt{3})^2$

(別解)各辺を 2 倍してから 2 乗すると

$(\sqrt{5})^2+(\sqrt{7})^2=(2\sqrt{3})^2$

❺ (1)AB$=\sqrt{65}$ cm，BC$=\sqrt{13}$ cm，
CA$=2\sqrt{13}$ cm
(2)∠C$=90°$ の直角三角形
理由…AB$^2=65$，BC$^2=13$，CA$^2=52$で，
BC$^2+$CA$^2=$AB^2 が成り立つから。

解き方

(1)AB$=\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{65}$ (cm)

BC$=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$ (cm)

CA$=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$ (cm)

❻ (1)(長さが $n+1$ の辺を斜辺とする)直角三角形
理由…もっとも長い辺は $n+1$ であるから

$(2\sqrt{n})^2+(n-1)^2=4n+(n^2-2n+1)$

$=n^2+2n+1$

$(n+1)^2=n^2+2n+1$

となり，$(2\sqrt{n})^2+(n-1)^2=(n+1)^2$ が成り立つから。

(2)(例) 3，4，5 (8，15，17 や 10，24，26)

解き方

(2)$\sqrt{n}$ の平方根のなかの値が整数の 2 乗になるように，$n>1$ をみたす n を代入します。

$n=4$ のとき

$2\sqrt{n}=4$，$n-1=3$，$n+1=5$

$n=9$ のとき

$2\sqrt{n}=6$，$n-1=8$，$n+1=10$

$n=16$ のとき

$2\sqrt{n}=8$，$n-1=15$，$n+1=17$

$n=25$ のとき

$2\sqrt{n}=10$，$n-1=24$，$n+1=26$

理解のコツ

・「三平方の定理」を使うときは「斜辺」を，「三平方の定理の逆」を使うときは「もっとも長い辺」を確認して，定理にあてはめよう。

p.132〜133　ぴたトレ 1

1　(1)$\sqrt{74}$ cm　(2)$8\sqrt{2}$ cm

解き方

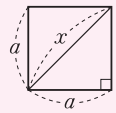
(2)対角線の長さを x cm とすると

$x^2=8^2+8^2=8^2\times2$

$x>0$ であるから　$x=8\sqrt{2}$

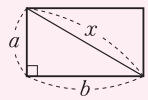
正方形の対角線の長さは

$x=\sqrt{2}\,a$



長方形の対角線の長さは

$x=\sqrt{a^2+b^2}$



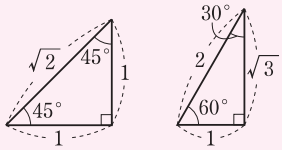
2　(1)$x=3\sqrt{3}$，$y=6\sqrt{3}$

(2)$x=7$，$y=7\sqrt{2}$

(3)$x=5\sqrt{2}$，$y=5\sqrt{6}$

解き方

特別な直角三角形の 3 辺の比



を使います。

(1)$x:9=1:\sqrt{3}$

$\sqrt{3}\,x=9$　$x=\dfrac{9}{\sqrt{3}}=\dfrac{9\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$

$3\sqrt{3}:y=1:2$　$y=6\sqrt{3}$

(2)$7:y=1:\sqrt{2}$　$y=7\sqrt{2}$

(3)$x:10=1:\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\,x=10$　$x=\dfrac{10}{\sqrt{2}}=\dfrac{10\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$

$5\sqrt{2}:y=1:\sqrt{3}$　$y=5\sqrt{6}$

3　(1)高さ…$4\sqrt{3}$ cm，面積…$16\sqrt{3}$ cm^2

(2)高さ…$\sqrt{11}$ cm，面積…$5\sqrt{11}$ cm^2

解き方

△ABH≡△ACH であるから，H は辺 BC の中点です。

(1)△ABH で，AH$=h$ cm とすると

$4^2+h^2=8^2$　$h^2=48$

$h>0$ であるから　$h=4\sqrt{3}$

したがって，面積は

$\dfrac{1}{2}\times8\times4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$ (cm^2)

(別解)△ABH は，3 つの角が 30°，60°，90°であることから，AH$=h$ とすると

AH：BH$=\sqrt{3}:1$　$h:4=\sqrt{3}:1$

4　(1)$2\sqrt{10}$　(2)$\sqrt{41}$

解き方

(1)右の図の直角三角形 ABC で

AC$=2-(-4)=6$

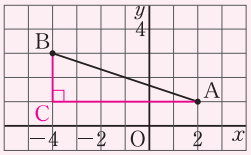
BC$=3-1=2$

AB$=d$ とすると

$d^2=6^2+2^2=40$

$d>0$ であるから

$d=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$



(2)AB$^2=\{3-(-1)\}^2+\{2-(-3)\}^2=4^2+5^2=41$

AB>0 であるから　AB$=\sqrt{41}$

p.134〜135　ぴたトレ 1

1　(1)$4\sqrt{2}$ cm　(2) 4 cm

解き方

AH＝BH です。△OAH で三平方の定理を使います。

(1)AH$=x$ cm とすると，△OAH は直角三角形であるから

$1^2+x^2=3^2$　$x^2=8$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

AB$=2$AH$=2\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$ (cm)

(2)OH$=x$ cm とすると

$3^2+x^2=5^2$　$x^2=16$

$x>0$ であるから　$x=4$

2　$3\sqrt{5}$ cm

解き方

接線 AP の長さを x cm とすると，△AOP は直角三角形であるから

$2^2+x^2=7^2$　$x^2=45$

$x>0$ であるから　$x=3\sqrt{5}$

3　(1)$3\sqrt{5}$ cm　(2)$2\sqrt{3}$ cm

解き方

(1)△FGH は直角三角形であるから

$FH^2=5^2+4^2$　……①

△DFH も直角三角形であるから

$DF^2=FH^2+2^2$　……②

①，②から　$DF^2=5^2+4^2+2^2=45$

$DF>0$ であるから　$DF=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ (cm)

(別解)$\sqrt{4^2+5^2+2^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ (cm)

(2)$\sqrt{2^2+2^2+2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ (cm)

4 (1)半径…$3\sqrt{5}$ cm，体積…90π cm^3

(2)高さ…$2\sqrt{7}$ cm，体積…$\dfrac{32\sqrt{7}}{3}$ cm^3

解き方

円錐や角錐の体積 V は，次の式で求めます。

$V=\dfrac{1}{3}\times$(底面積)$\times$(高さ)

(1)OB$=r$ cm とすると

$r^2+6^2=9^2$　$r^2=45$

$r>0$ であるから　$r=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

したがって，体積は

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{5})^2\times6=90\pi$ (cm^3)

(2)正方形 ABCD で

$AC=\sqrt{2}\,AB=4\sqrt{2}$ (cm)

AH$=$CH であるから　$AH=2\sqrt{2}$ cm

OH$=h$ cm とすると，△OAH で

$(2\sqrt{2})^2+h^2=6^2$　$h^2=28$

$h>0$ であるから　$h=2\sqrt{7}$

体積は $\dfrac{1}{3}\times4^2\times2\sqrt{7}=\dfrac{32\sqrt{7}}{3}$ (cm^3)

p.136〜137

ぴたトレ 2

1 (1)$6\sqrt{2}$ cm

(2)高さ…$5\sqrt{3}$ cm，面積…$25\sqrt{3}$ cm^2

(3)$2\sqrt{6}$ cm　(4)$2\sqrt{5}$ cm

解き方

(1)対角線の長さを x cm とすると

$x^2=6^2+6^2=6^2\times2$

$x>0$ であるから　$x=6\sqrt{2}$

(別解)45°，45°，90°の直角二等辺三角形の3辺の比を使うと　$6:x=1:\sqrt{2}$　$x=6\sqrt{2}$

(2)高さを h cm とすると

$5^2+h^2=10^2$　$h^2=75$

$h>0$ であるから　$h=5\sqrt{3}$

したがって，面積は

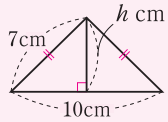
$\dfrac{1}{2}\times10\times5\sqrt{3}=25\sqrt{3}$ (cm^2)

(別解)30°，60°，90°の直角三角形の3辺の比を使うと　$5:h=1:\sqrt{3}$　$h=5\sqrt{3}$

(3)高さを h cm とすると

$5^2+h^2=7^2$　$h^2=24$

$h>0$ であるから　$h=2\sqrt{6}$



(4)横の長さを x cm とすると

$4^2+x^2=6^2$　$x^2=20$

$x>0$ であるから　$x=2\sqrt{5}$

2 BE…$12\sqrt{2}$ cm，CD…$(8\sqrt{6}-12\sqrt{2})$ cm，DE…$4\sqrt{6}$ cm

解き方

△ABC で

AB：BC$=1:\sqrt{2}$ より

BC$=\sqrt{2}$ AB$=12\sqrt{2}$ cm

BE$=$BC であるから　BE$=12\sqrt{2}$ cm

△EBD で

BE：BD$=\sqrt{3}:2$ より

$BD=\dfrac{2}{\sqrt{3}}BE=\dfrac{2\times12\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=8\sqrt{6}$ (cm)

したがって　CD$=8\sqrt{6}-12\sqrt{2}$ (cm)

また，DE：BD$=1:2$ より

$DE=\dfrac{1}{2}BD=4\sqrt{6}$ (cm)

3 (1)$4\sqrt{3}$ cm　(2)$4\sqrt{7}$ cm

解き方

△ACH は3つの角が 30°，60°，90°の直角三角形です。

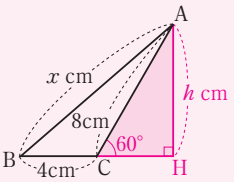
(1)高さを h cm とすると，

△ACH で

$h:8=\sqrt{3}:2$

$2h=8\sqrt{3}$

$h=4\sqrt{3}$



(2)CH$=\dfrac{1}{2}$AC$=4$ cm で，AB$=x$ cm とすると，

△ABH で

$x^2=(4+4)^2+(4\sqrt{3})^2=112$

$x>0$ であるから　$x=4\sqrt{7}$

4 $5\sqrt{2}$

解き方

A$(-3,\ 9)$，B$(2,\ 4)$ であるから

$AB^2=\{2-(-3)\}^2+(4-9)^2=50$

AB>0 であるから　AB$=5\sqrt{2}$

5 (1)$3\sqrt{3}$ cm　(2)32π cm^2

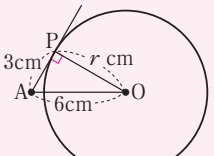
解き方

(1)円 O の半径を r cm とすると

$3^2+r^2=6^2$　$r^2=27$

$r>0$ であるから

$r=3\sqrt{3}$

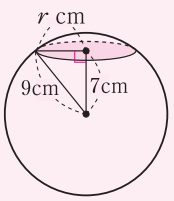


(2)切り口の円の半径を r cm とすると

$r^2+7^2=9^2$　$r^2=32$

この円の面積は

$\pi r^2=32\pi$ (cm^2)



6 (1) 6 cm

(2)底面の半径… 5 cm，体積…100π cm^3

解き方

(1)点 M を通り，面 BFGC に平行な面でこの立方体を縦に切ると，BM は縦 2 cm，横 4 cm，高さ 4 cm の直方体の対角線になります。

$BM=\sqrt{2^2+4^2+4^2}=6$(cm)

(2)底面の半径を r cm とすると

$r^2+12^2=13^2$　$r^2=25$

$r>0$ であるから　$r=5$

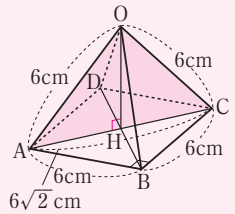
体積は　$\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi$(cm^3)

7 $72\sqrt{2}$ cm^3

解き方

右の図のように，正八面体の上半分は正四角錐で，△OAC は，直角二等辺三角形になります。△OAH も直角二等辺三角形となるから

$OH=AH=3\sqrt{2}$ (cm)



正八面体の体積は，正四角錐 2 つ分の体積であるから

$\left(\frac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{2}\right)\times2=72\sqrt{2}$ (cm^3)

理解のコツ

・図形のなかに直角三角形を見つけたり，つくるのがポイントだよ。

・図がない問題では，図をかいてあたえられた数値や垂線をかき入れて問題を解こう。

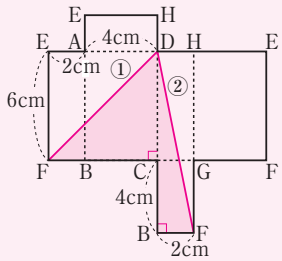
p.138〜139　ぴたトレ 1

1 (1)①$6\sqrt{2}$ cm　②$2\sqrt{26}$ cm

(2)辺 AB を通るほうが短いといえる。

解き方

(1)糸のようすは下の図のようになります。



①△DFC で　FC=CD=6(cm)であるから

$DF=6\sqrt{2}$ (cm)

②△DBF で　$DF^2=10^2+2^2=104$

$DF>0$ であるから　$DF=2\sqrt{26}$ (cm)

(2)$(6\sqrt{2})^2=72$，$(2\sqrt{26})^2=104$ であるから

$6\sqrt{2}<2\sqrt{26}$

2 $\frac{7}{4}$ cm

解き方

折り返しの部分であるから

∠FDB=∠CDB

また，AB∥DC であるから

∠FBD=∠CDB

したがって　∠FDB=∠FBD

底角が等しいから，△FBD は二等辺三角形となります。EF=x cm とすると

BF=DF=8−x(cm)

△EBF で　$x^2+6^2=(8-x)^2$

これを解くと　$x=\frac{7}{4}$

(別解)△EBF≡△ADF であることを使ってもよいです。

3 BE… 3 cm，CF… $\frac{3}{2}$ cm

解き方

△AEF≡△ADF であるから

AE=AD=5 cm，EF=DF

また，△ABE で　$BE^2+4^2=5^2$　$BE^2=9$

$BE>0$ であるから　BE=3 cm

△ECF で，CF=x cm とすると，

BE=3 cm，EF=4−x(cm) であるから

$2^2+x^2=(4-x)^2$　これを解くと　$x=\frac{3}{2}$

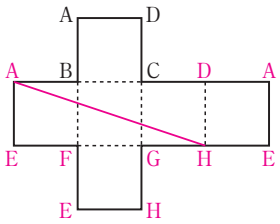
(別解)△ABE∽△ECF であることを使ってもよいです。

AB：BE=EC：CF

4：3=2：CF

p.140〜141　ぴたトレ 2

1



$3\sqrt{10}$ cm

解き方

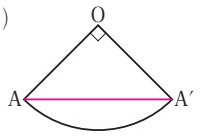
まずは展開図に頂点をかき入れます。糸が辺 BF，CG を通ることに注意しましょう。

糸の長さを x cm とすると

$x^2=3^2+9^2=90$

$x>0$ であるから　$x=3\sqrt{10}$

2 (1)

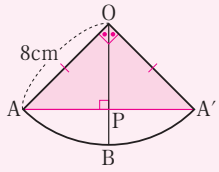


(2)$8\sqrt{2}$ cm

(3)$(8-4\sqrt{2})$ cm

解き方

(1)点 A と A′ は重なります。



(2)上の側面の展開図より，もっとも短くなるときのひもの長さは

$AA' = \sqrt{2}\,OA = 8\sqrt{2}$ (cm)

(3)$OP = AP = 4\sqrt{2}$ cm となり

$BP = 8 - 4\sqrt{2}$ (cm)

(補足)側面になるおうぎ形の $\overset{\frown}{AA'}$ は，底面の円の円周に等しいから　4π

半径 8 cm の円の円周は 16π であるから，

弧の長さは　$\dfrac{4\pi}{16\pi} = \dfrac{1}{4}$

おうぎ形の弧の長さは中心角に比例するから，中心角は

$360^\circ \times \dfrac{1}{4} = 90^\circ$

になります。

❸ (1) $\dfrac{12}{5}$ cm　(2) $\dfrac{8}{5}$ cm

解き方

(1)折り返した部分であるから

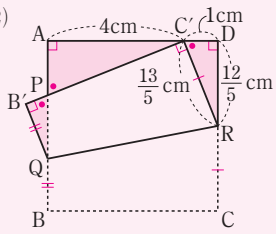
CR＝C′R

DR＝x cm とすると，△DC′R は直角三角形であるから

$1^2 + x^2 = (5-x)^2$

これを解くと　$x = \dfrac{12}{5}$

(2)



△APC′∽△DC′R で，

AP：AC′＝DC′：DR＝1：$\dfrac{12}{5}$＝5：12 より

$AP = \dfrac{5}{12}AC' = \dfrac{5}{12} \times 4 = \dfrac{5}{3}$(cm)

△B′PQ∽△DC′R で，

B′Q：PQ＝DR：C′R＝$\dfrac{12}{5}$：$\dfrac{13}{5}$＝12：13 より

$PQ = \dfrac{13}{12}B'Q$

折り返した部分であるから　BQ＝B′Q

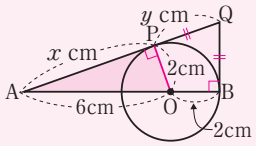
BQ＝x cm とすると，

AP＋PQ＋QB＝5(cm) より

$\dfrac{5}{3} + \dfrac{13}{12}x + x = 5$　$\dfrac{25}{12}x = \dfrac{10}{3}$　$x = \dfrac{8}{5}$

❹ $2\sqrt{2}$ cm

解き方



AO：OB＝3：1 であるから

AO＝6 cm，OB＝2 cm

AP＝x cm とすると，△AOP で

$x^2 + 2^2 = 6^2$　$x^2 = 32$

$x > 0$ であるから　$x = 4\sqrt{2}$

接線の長さは等しいから　PQ＝BQ

PQ＝y cm とすると，△ABQ で

$8^2 + y^2 = (4\sqrt{2} + y)^2$　これを解くと　$y = 2\sqrt{2}$

(別解)△AOP∽△AQB であることから　y の値を求めることもできます。

AP：AB＝OP：QB

$4\sqrt{2}$ ：8＝2：y　$4\sqrt{2}\,y = 16$　$y = 2\sqrt{2}$

❺ 右の図のように，直角三角形 OBP をつくる。

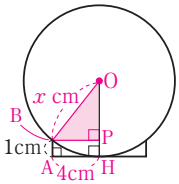
OB＝OH＝x cm とすると，

△OBP で

$BP^2 + PO^2 = OB^2$

$4^2 + (x-1)^2 = x^2$

これを解くと　$x = \dfrac{17}{2}$



答　$\dfrac{17}{2}$ cm

解き方

半径を斜辺とする直角三角形を 1 つつくって，三平方の定理を使います。

理解のコツ

・立体の表面にかけた糸のようすは，糸がかかる面がつながるように展開図をかいて考えよう。両端の点を結ぶ線分になるとき，長さがもっとも短くなるね。

・図のなかに直角三角形を見つけたり，つくったりすれば，三平方の定理を使って長さが求められるね。直角に着目しよう。

p.142〜143

ぴたトレ 3

❶ (1)$x = 2\sqrt{13}$　(2)$x = 2\sqrt{5}$

解き方

(1)$x^2 = 4^2 + 6^2 = 52$

$x > 0$ であるから　$x = 2\sqrt{13}$

(2)$(\sqrt{5})^2 + x^2 = 5^2$　$x^2 = 20$

$x > 0$ であるから　$x = 2\sqrt{5}$

❷ ㋑，㋒

解き方

㋐$5^2+7^2=74$，$9^2=81$

㋑$2^2+(\sqrt{5})^2=9$，$3^2=9$

したがって，$2^2+(\sqrt{5})^2=3^2$ が成り立ちます。

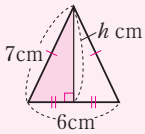
㋒$1^2+2.4^2=6.76$，$2.6^2=6.76$

したがって，$1^2+2.4^2=2.6^2$ が成り立ちます。

❸ (1)$2\sqrt{10}$ cm　(2)10 cm　(3)$\sqrt{19}$ cm　(4)$5\sqrt{3}$ cm

解き方

(1)高さを h cm とすると



$3^2+h^2=7^2$　$h^2=40$

$h>0$ であるから

$h=2\sqrt{10}$

(2)ひし形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，1辺の長さを x cm とすると

$x^2=6^2+8^2=100$

$x>0$ であるから　$x=10$

(3)中心Oと弦ABとの距離を x cm とすると

$9^2+x^2=10^2$　$x^2=19$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{19}$

(4)1辺の長さが a の立方体の対角線の長さは

$\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\sqrt{3}\,a$ です。

求める1辺の長さを x cm とすると

$\sqrt{3}\,x=15$　$x=\dfrac{15}{\sqrt{3}}=\dfrac{15\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}$

❹ (1) 6 cm　(2)84 cm^2

解き方

(1)三平方の定理を利用して AH^2 を2通りで表します。$AH=h$ cm，$BH=x$ cm とすると，

△ABH で，$x^2+h^2=10^2$ より

$h^2=-x^2+100$　……①

△ACH で，$(21-x)^2+h^2=17^2$

展開して整理すると

$h^2=-x^2+42x-152$　……②

①を②に代入すると

$-x^2+100=-x^2+42x-152$

$-42x=-252$　$x=6$

(2)(1)より　$h^2=-6^2+100=64$

$h>0$ であるから　$h=8$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times21\times8=84\,(\text{cm}^2)$

❺ $(2\sqrt{5}\,,\ \sqrt{5}+5)$，$(-2\sqrt{5}\,,\ -\sqrt{5}+5)$

解き方

点Pの座標を $\left(t,\ \dfrac{1}{2}t+5\right)$ とします。

A $(0,\ 5)$ より　$AO=5$

$AP^2=(t-0)^2+\left\{\left(\dfrac{1}{2}t+5\right)-5\right\}^2=\dfrac{5}{4}t^2$

$AO^2=AP^2$ となるから

$\dfrac{5}{4}t^2=5^2$　$t^2=20$　$t=\pm2\sqrt{5}$

$t=2\sqrt{5}$ のとき　$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{5}+5=\sqrt{5}+5$

$t=-2\sqrt{5}$ のとき

$\dfrac{1}{2}\times(-2\sqrt{5})+5=-\sqrt{5}+5$

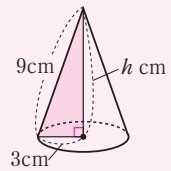
❻ 高さ…$6\sqrt{2}$ cm，体積…$18\sqrt{2}\,\pi$ cm^3

解き方

側面になるおうぎ形の弧の長さは，底面の円の円周に等しいから

底面の半径を r cm とすると

$2\pi\times9\times\dfrac{120}{360}=2\pi r$　$r=3$



高さを h cm とすると

$3^2+h^2=9^2$　$h^2=72$

$h>0$ であるから　$h=6\sqrt{2}$

したがって，体積は

$\dfrac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times6\sqrt{2}=18\sqrt{2}\,\pi\,(\text{cm}^3)$

❼ 周の長さ…$18\sqrt{2}$ cm，面積…$27\sqrt{3}$ cm^2

解き方

六角形のすべての辺は，等しい2辺が3 cmの直角二等辺三角形の斜辺で，$3\sqrt{2}$ cm です。

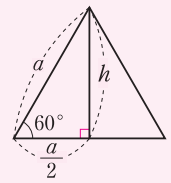
したがって，周の長さは

$3\sqrt{2}\times6=18\sqrt{2}\,(\text{cm})$

1辺が $3\sqrt{2}$ cm の正六角形の面積は，1辺が $3\sqrt{2}$ cm の正三角形の6個分であるから

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(3\sqrt{2})^2\times6=27\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

(参考) 1辺が a の正三角形の高さを h とすると

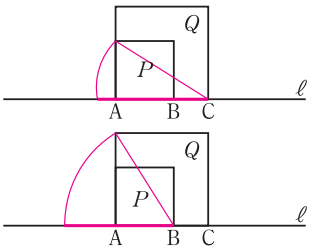


$\dfrac{a}{2}:h=1:\sqrt{3}$　$h=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

したがって，面積は

$\dfrac{1}{2}\times a\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

❽ (例)



解き方

$P+Q=AB^2+AC^2$ であるから，$P+Q$ は直角をはさむ2辺の長さがAB，ACとなる直角三角形の斜辺の長さを1辺とする正方形の面積に等しくなります。

8章　標本調査

p.145　ぴたトレ 0

1 (1)**0.27**　(2)**0.60**

解き方　1000 回の結果を使って相対度数を求めます。
(1)$265 \div 1000 = 0.265$
(2)$602 \div 1000 = 0.602$

2 (1)**0.4 倍**　(2)**2.5 倍**

解き方　(割合)＝(比べられる量)÷(もとにする量)で求められます。
(1)中庭全体の面積に対する花だんの面積の割合だから，比べられる量は花だんの面積，もとにする量は中庭全体の面積です。
$240 \div 600 = 0.4$(倍)
(2)$600 \div 240 = 2.5$(倍)

3 **1960 円**

解き方　3 割引きということは，定価の (10−3) 割で買うことになります。
$2800 \times (1 - 0.3) = 1960$(円)

p.146〜147　ぴたトレ 1

1 (1)**全数調査**　(2)**標本調査**

解き方　(1)全校生徒を調査します。
(2)湖の何か所かの水を調査します。

2 **母集団…ある中学校の全校生徒 320 人**
標本…学年ごとに 20 人ずつ選び出された 60 人
標本の大きさ…60

解き方　この調査は，ある中学校の全校生徒の傾向を調べるのが目的です。

3 (1)**1.8 個**　(2)**約 225 個**

解き方　(1)$(3+2+1+2+1) \div 5 = 9 \div 5 = 1.8$(個)
(2) 5 日間に取り出した製品の個数は
$200 \times 5 = 1000$(個)
このうち，不良品は 9 個だから，不良品の割合は　$\frac{9}{1000}$
$1000 \times 25 \times \frac{9}{1000} = 225$(個)

4 (1)**母集団…袋の中の白と黒の碁石 400 個**
標本…抽出した 25 個の碁石
(2)**およそ 240 個**

解き方　(2)標本の白い碁石の割合は　$\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$
袋の中の白い碁石は　$400 \times \frac{3}{5} = 240$(個)

5 **適切とはいえない。**
理由…抽出した標本が図書室にいた生徒のみで，無作為に抽出したとはいえないから。

解き方　本の好きな生徒が多く，標本がかたよる可能性があります。

p.148〜149　ぴたトレ 2

1 (1)**全数調査**　(2)**標本調査**　(3)**標本調査**

解き方　(2)時間や手間がかかり全数調査は無理です。
(3)製品をこわすことになり全数調査は無理です。

2 **できない。**
理由…数学が得意であるというかたよりがあるから。

解き方　選んだ標本にかたよりがないか考えます。
数学のテストの得点が高かった生徒からではなく，1 校から各学年 5 人ずつ無作為に抽出すればよいです。

3 (1)**母集団…袋の中のひまわりの種**
標本…ひとつかみ取り出した 32 個の種
(2)**無作為に抽出するため，印をつけた種がかたよりなく，まんべんなく混ざるから。**
(3)**およそ 270 個**

解き方　(3)印をつけた種の割合は　$\frac{6}{32} = \frac{3}{16}$
袋の中のひまわりの種の数を x 個とすると
$x \times \frac{3}{16} = 50$　$x = 266.\cdots$

4 **およそ 80 個**

解き方　不良品の割合は　$\frac{4}{250} = \frac{2}{125}$
したがって，5000 個の製品のうち，不良品の数は　$5000 \times \frac{2}{125} = 80$(個)

5 **およそ 180 個**

解き方　赤いボタンの割合は　$\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$
したがって，袋の中の全体のボタンのうち，赤いボタンの数は　$300 \times \frac{3}{5} = 180$(個)

❻ (1)およそ $\frac{7}{20}$

(2)白い碁石…およそ 175 個
黒い碁石…およそ 325 個

解き方 (1)抽出された 20 個のうちの白い碁石の数の平均は　$(7+8+5+9+6)\div5=7$(個)

抽出された白い碁石の割合は　$\frac{7}{20}$

(2)袋の中の全体の碁石のうち，白い碁石の数は

$500\times\frac{7}{20}=175$(個)

したがって，黒い碁石の数は

$500-175=325$(個)

(別解)抽出された黒い碁石の割合は $\frac{13}{20}$ であるから，

黒い碁石の数は　$500\times\frac{13}{20}=325$(個)

❼ およそ 270 個

解き方 最初に袋の中に入っている白球の個数を x 個とすると，赤球を 30 個入れたから，袋の中には $(x+30)$ 個の球が入っています。赤球の割合が，標本と母集団でほぼ等しいと考えて，比例式で表すと

$4:40=30:(x+30)$

$4(x+30)=1200$

$x=270$

理解のコツ

・標本調査では，母集団と標本をしっかり確認することが大切だよ。

・無作為に抽出された標本では，標本での割合と母集団での割合はほぼ等しいことを利用して問題を解決するんだよ。

p.150〜151　ぴたトレ 3

❶ (1)全数調査　(2)標本調査　(3)標本調査

解き方 調査するのはすべてか一部かを考えます。

❷ 母集団…ある都市の中学生 8590 人
標本…選び出した 500 人

解き方 標本は，実際に調査する集団です。

❸ (1)乱数表，乱数さい，
コンピューター(の表計算ソフト)

(2)かたよりなく選ぶために，無作為に抽出しなければならないから。

解き方 標本調査は，その標本の傾向から母集団の傾向を推測することが目的です。したがって，母集団の中から標本を無作為に抽出しなければなりません。

(1)乱数表では，各数字のあらわれる確率が，上下，左右，斜(なな)めのどこをとっても，いつも $\frac{1}{10}$ になっていて，数字の並び方に規則性がないようにくふうされています。

乱数さいは，正二十面体の各面に 0 から 9 までの数字が，それぞれ 2 回ずつ書かれたもので，ふつうのさいころと同じように，どの目が出る確率も等しくなっています。

コンピューターの表計算ソフトを使えば，整数を無作為に発生させることができます。

したがって，番号を無作為に抽出して標本として選ぶとき，このような方法を使います。

❹ およそ 28 個

解き方 無作為に抽出された製品の数は 180 個で，その中にふくまれる不良品の割合は

$\frac{2}{180}=\frac{1}{90}$

したがって，1 日に作ることができる製品のうち，不良品の数は　$2520\times\frac{1}{90}=28$(個)

❺ およそ 160 頭

解き方 印をつけたシカの割合は　$\frac{4}{33}$

この山にいるシカの全体の数を x 頭とすると

$x\times\frac{4}{33}=19$　$x=19\times\frac{33}{4}=156.\overset{60}{\cdots}$

❻ およそ 280 個

解き方 最初に箱の中に入っている赤球の個数を x 個とすると，青球を 20 個入れたから，箱の中には全部で $(x+20)$ 個の球が入っています。青球の割合が，標本と母集団でほぼ等しいと考えて，比例式で表すと

$2:30=20:(x+20)$

$2(x+20)=600$

$x=280$

定期テスト予想問題〈解答〉 p.154~168

p.154~155 予想問題 1

出題傾向

公式を利用した展開や因数分解は，必ず何問か出題される。ここで確実に点をとれるようにしておこう。また，式を1つの文字におきかえて考える展開や因数分解，展開や因数分解を利用した計算や数の性質を証明する問題もよく出る。このような問題にも慣れておこう。

1 (1) $-6a^2+4ab$　(2) $20a-8b$

解き方

(2) $\frac{3}{4}a=\frac{3a}{4}$ として，逆数をかけます。

$$(15a^2-6ab)\div\frac{3}{4}a=(15a^2-6ab)\times\frac{4}{3a}$$
$$=20a-8b$$

2 (1) $2a^2-5ab-3b^2+4a+2b$　(2) $x^2-5x-24$

(3) $a^2+\frac{7}{12}a-\frac{5}{24}$　(4) $y^2-12y+36$

(5) $81-x^2$　(6) $4x^2+20xy+25y^2$

(7) a^2-b^2+6b-9

解き方

(1) $(a-3b+2)(2a+b)$
$=2a^2+ab-6ab-3b^2+4a+2b$
$=2a^2-5ab-3b^2+4a+2b$

(4) $(-y+6)^2=\{-(y-6)\}^2=(y-6)^2$

(5) $(9-x)(x+9)=(9-x)(9+x)$

(6) $(2x+5y)^2=(2x)^2+2\times5y\times2x+(5y)^2$

(7) $(a+b-3)(a-b+3)=(a+b-3)\{a-(b-3)\}$ として，$b-3=X$ とおいて考えます。

3 (1) $-2x^2-6x+21$　(2) $24x+9$

解き方

(1) $(x-3)^2-3(x-2)(x+2)$
$=(x^2-6x+9)-3(x^2-4)$
$=x^2-6x+9-3x^2+12$
$=-2x^2-6x+21$

(2) $(3x+2)^2-(3x+1)(3x-5)$
$=(3x)^2+2\times2\times3x+2^2$
$\quad-\{(3x)^2+(1-5)\times3x+1\times(-5)\}$
$=9x^2+12x+4-(9x^2-12x-5)$
$=9x^2+12x+4-9x^2+12x+5$
$=24x+9$

4 (1) $7ab(a-2b+4)$　(2) $(x-2)(x+10)$
(3) $(x-12)^2$　(4) $-2(x-1)(x-5)$
(5) $2z(3x+2y)(3x-2y)$　(6) $(x-y+4)^2$
(7) $(x+1)(xy-5)$

解き方

(5) $18x^2z-8y^2z=2z(9x^2-4y^2)$
$=2z(3x+2y)(3x-2y)$

(6) $x-y=A$ とおくと
$(x-y)^2+8(x-y)+16=A^2+8A+16$
$=(A+4)^2$
$=(x-y+4)^2$

(7) $x^2y+xy-5x-5$
yをふくむ　yをふくまない
$=xy(x+1)-5(x+1)$　$x+1=A$ とおくと $xyA-5A$
$=(x+1)(xy-5)$　$=A(xy-5)$

(別解) $x^2y+xy-5x-5$
$=x^2y-5x+xy-5$
$=x(xy-5)+(xy-5)$　$xy-5=A$ とおくと $xA+A$
$=(xy-5)(x+1)$　$=A(x+1)$

5 (1) $5.1\times4.9=(5+0.1)\times(5-0.1)$
$=5^2-0.1^2$
$=25-0.01$
$=24.99$

(2) 0

解き方

(1) $5.1=5+0.1$，$4.9=5-0.1$ と考え，
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を使います。

(2) 因数分解した式 $(3x-4y)^2$ に代入します。

6 偶数は，整数 n を使って $2n$ と表される。この偶数を2乗した数から1をひくと
$(2n)^2-1=4n^2-1=(2n+1)(2n-1)$
$2n-1$ と $2n+1$ は，$2n$ をはさむ2つの奇数だから，偶数を2乗した数から1をひくと，その偶数をはさむ2つの奇数の積になる。

解き方

偶数 $2n$ をはさむ整数は $2n-1$，$2n+1$ と表され，奇数になります。

❼ 2

解き方
3つの続いた偶数は，整数 n を使って
$2n-2$，$2n$，$2n+2$ と表されます。それぞれの2乗の和は
$(2n-2)^2+(2n)^2+(2n+2)^2$
$=12n^2+8$　6でわったときの余り
$=6(2n^2+1)+2$
(別解) 3つの続いた偶数を，整数 n を使って
$2n$，$2n+2$，$2n+4$ と表してもよいです。このとき，それぞれの2乗の和は
$(2n)^2+(2n+2)^2+(2n+4)^2$
$=12n^2+24n+20$　6でわったときの余り
$=6(2n^2+4n+3)+2$
となります。

❽ 道は，4つの長方形と半径 a m，中心角 90°のおうぎ形を4つ合わせたものであるから，道の面積 S m^2 は，次のように計算できる。
$S=4ap+\pi a^2$　……①
道の真ん中を通る線の長さ ℓ m は，直線部分と半径 $\frac{a}{2}$ m，中心角 90°のおうぎ形の弧を4つ合わせたものであるから
$\ell=4p+2\pi\times\frac{a}{2}=4p+\pi a$
となる。この式の両辺に a をかけて
$a\ell=a(4p+\pi a)=4ap+\pi a^2$　……②
①，②より　$S=a\ell$

解き方
道の4すみのおうぎ形を合わせると，半径 a m の円になります。

出題傾向
平方根の意味や大小，根号をふくむ式の乗除や加減の計算は，必ず何問か出題される。ここで確実に点をとれるようにしておこう。また，無理数と有理数，根号をふくむ式のいろいろな計算もよく出る。このような問題にも慣れておこう。素因数分解の復習も忘れずに。

❶ (1)±5　(2)$\pm\sqrt{0.9}$　(3)0.9　(4)○　(5)36

解き方
正の数 a には平方根が2つあります。
a ⇄（2乗(平方)／平方根）$\sqrt{a}$ …正，$-\sqrt{a}$ …負
(2)0.09 の平方根が ±0.3 です。
(3)$\sqrt{0.81}$ は 0.81 の2つの平方根のうち，正のほうです。
$\sqrt{0.81}=0.9$，$-\sqrt{0.81}=-0.9$ です。
(4)$\sqrt{(-7)^2}=\sqrt{49}=7$
(5)$(-\sqrt{36})^2=(-\sqrt{36})\times(-\sqrt{36})=36$

❷ (1)$4<\sqrt{17}$　(2)$-3>-\sqrt{10}$

解き方
(1)$4^2=16$，$(\sqrt{17})^2=17$ で，$16<17$ であるから
$4<\sqrt{17}$
(2)$3^2=9$，$(\sqrt{10})^2=10$ で，$9<10$ であるから
$3<\sqrt{10}$　したがって　$-3>-\sqrt{10}$

❸ $-\sqrt{22}$，π

解き方
$\sqrt{16}=4$ であるから，$\sqrt{16}$ は有理数です。

❹ (1)$\sqrt{35}$　(2)-8　(3)$-\sqrt{3}$　(4)4

解き方
a，b を正の数とするとき
$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$　$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$
(2)$(-\sqrt{2})\times\sqrt{32}=-\sqrt{64}=-8$
(4)$\sqrt{96}\div\sqrt{6}=\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{96}{6}}=\sqrt{16}=4$

❺ (1)$\frac{\sqrt{3}}{5}$　(2)$\frac{3\sqrt{2}}{2}$

解き方
分母に根号がない形にします。
(1)$\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{3}}=\frac{3}{5\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\frac{3\times\sqrt{3}}{5\times3}=\frac{\sqrt{3}}{5}$

(2) $\dfrac{9}{\sqrt{18}}=\dfrac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{3}}\sqrt{2}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

6 (1)$30\sqrt{2}$　(2)$\dfrac{7}{2}$　(3)$\sqrt{3}$　(4)$-\dfrac{\sqrt{35}}{7}$

解き方

(1) $3\sqrt{5}\times2\sqrt{10}=3\times\sqrt{5}\times2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}$
$=3\times2\times(\sqrt{5})^2\times\sqrt{2}$
$=30\sqrt{2}$

(2) $\dfrac{\sqrt{63}}{4}\times\dfrac{\sqrt{28}}{3}=\dfrac{3\sqrt{7}\times2\sqrt{7}}{4\times3}=\dfrac{7}{2}$

(3) $\dfrac{\sqrt{15}}{15}\times\sqrt{45}=\dfrac{\sqrt{15}\times3\sqrt{5}}{15}$ ← $\dfrac{\sqrt{3\times5}\times\sqrt{5}}{5}$
$=\dfrac{\sqrt{3\times5^2}}{5}=\dfrac{5\sqrt{3}}{5}=\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{30}\div(-\sqrt{42})=-\dfrac{\overset{1}{\cancel{\sqrt{6}}}\times\sqrt{5}}{\underset{1}{\cancel{\sqrt{6}}}\times\sqrt{7}}=-\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$
$=-\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=-\dfrac{\sqrt{35}}{7}$

7 (1)$-2\sqrt{2}$　(2)$5\sqrt{3}$　(3)$-\sqrt{5}$
(4)$-\sqrt{3}+4\sqrt{2}$

解き方

(2) $\sqrt{12}+\sqrt{27}=\sqrt{2^2\times3}+\sqrt{3^2\times3}$
$=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}$
$=5\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{45}-\dfrac{20}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}-\dfrac{20\sqrt{5}}{5}$
$=3\sqrt{5}-4\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

(4) $2\sqrt{48}-2\sqrt{32}-3\sqrt{27}+4\sqrt{18}$
$=2\times4\sqrt{3}-2\times4\sqrt{2}-3\times3\sqrt{3}+4\times3\sqrt{2}$
$=8\sqrt{3}-8\sqrt{2}-9\sqrt{3}+12\sqrt{2}$
$=(8-9)\sqrt{3}+(-8+12)\sqrt{2}$
$=-\sqrt{3}+4\sqrt{2}$

8 (1)$7\sqrt{5}-4\sqrt{7}$　(2)**11**　(3)$2+2\sqrt{5}$　(4)$8\sqrt{3}$

解き方

(1) $\sqrt{7}(\sqrt{35}-4)=\sqrt{7}\times\sqrt{7\times5}-\sqrt{7}\times4$
$=7\sqrt{5}-4\sqrt{7}$

(2) $(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)=(2\sqrt{3})^2-1^2$
$=12-1$
$=11$

(3) $(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-1)=(\sqrt{5})^2+(3-1)\sqrt{5}-3$
$=5+2\sqrt{5}-3$
$=2+2\sqrt{5}$

(4) $(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2$
$=6+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{6}+2-(6-2\times\sqrt{2}\times\sqrt{6}+2)$
$=6+4\sqrt{3}+2-6+4\sqrt{3}-2=8\sqrt{3}$

(別解)因数分解すると
$\{(\sqrt{6}+\sqrt{2})+(\sqrt{6}-\sqrt{2})\}$
$\times\{(\sqrt{6}+\sqrt{2})-(\sqrt{6}-\sqrt{2})\}=2\sqrt{6}\times2\sqrt{2}$

9 **15**

解き方

$\sqrt{60n}$ が自然数になるには，$60n$ が，ある自然数の 2 乗になればよいです。
$60=2^2\times3\times5$
これをある自然数の 2 乗にするには，
$2^2\times3\times5$ に 3×5 をかければよいです。

10 **1**

解き方

$1^2<2<2^2$ より　$1<\sqrt{2}<2$
したがって，$\sqrt{2}$ の整数部分は 1 だから
$a=\sqrt{2}-1$
$a^2+2a=a(a+2)$
$=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$
$=(\sqrt{2})^2-1^2$
$=1$

p.158〜159　予想問題 3

出題傾向

2次方程式の計算は，必ず何問か出題される。平方根の考え，解の公式，因数分解を使った解き方をしっかり練習し，ここで確実に点をとれるようにしておこう。また，2次方程式の利用では，数に関する問題，立体の展開図に関する問題，動点の問題もよく出る。文章題では，解が問題に適しているかの確認も忘れずに。

❶ ㋐，㋒

解き方　x に -3 を代入して，方程式が成り立つものを選びます。

❷ (1) $x=\pm\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$　(2) $x=8$，$x=-4$

(3) $x=-3\pm2\sqrt{3}$

解き方
(2) $(x-2)^2-36=0$
$(x-2)^2=36$　$x-2=\pm6$　$x=2\pm6$
(3)次のように，$(x+▲)^2=●$ の形に変形します。
$x^2+6x-3=0$
$x^2+6x=3$
$x^2+6x+3^2=3+3^2$ ⟶ $(x+3)^2=12$
（6 の $\frac{1}{2}$ の2乗）
$x+3=\pm2\sqrt{3}$
$x=-3\pm2\sqrt{3}$

❸ (1) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{21}}{2}$　(2) $x=\dfrac{2\pm\sqrt{10}}{3}$

(3) $x=-\dfrac{1}{2}$，$x=-1$

解き方
(1)解の公式に，$a=1$，$b=-1$，$c=-5$ を代入すると
$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}$
$=\dfrac{1\pm\sqrt{21}}{2}$
(2)解の公式に，$a=3$，$b=-4$，$c=-2$ を代入すると
$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}$
$=\dfrac{4\pm\sqrt{40}}{6}=\dfrac{4\pm2\sqrt{10}}{6}=\dfrac{2\pm\sqrt{10}}{3}$
(3)解の公式に，$a=2$，$b=3$，$c=1$ を代入すると
$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\dfrac{-3\pm1}{4}$
$x=\dfrac{-3+1}{4}=-\dfrac{1}{2}$，$x=\dfrac{-3-1}{4}=-1$

❹ (1) $x=3$，$x=-\dfrac{5}{2}$　(2) $x=-2$，$x=9$

(3) $x=6$，$x=12$　(4) $x=-6$　(5) $x=3$

(6) $x=0$，$x=2$

解き方　(5)両辺を2でわると，$x^2-6x+9=0$
$(x-3)^2=0$　$x-3=0$　$x=3$

❺ (1) $x=4$，$x=-5$　(2) $x=1$，$x=3$

(3) $x=2$，$x=6$　(4) $x=-2$，$x=-5$

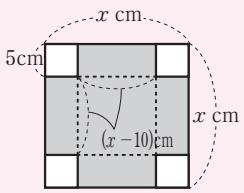
解き方　(1)〜(3)(2次式)$=0$ の形に変形します。
(1) $(x-3)(x+4)=8$
$x^2+x-20=0$　$(x-4)(x+5)=0$
(2) $(2x-3)^2=x^2$
$3x^2-12x+9=0$
両辺を3でわると，$x^2-4x+3=0$
$(x-1)(x-3)=0$
(3) $\dfrac{1}{4}x^2=2x-3$
両辺に4をかけると，$x^2=8x-12$
$x^2-8x+12=0$　$(x-2)(x-6)=0$
(4) $(x+2)^2+3x+6=0$
$(x+2)^2+3(x+2)=0$　$x+2=A$ とおくと
$(x+2)(x+2+3)=0$　$A^2+3A=0$
$(x+2)(x+5)=0$　$A(A+3)=0$

❻ 8と10

解き方　小さいほうの数を x とすると，大きいほうの数は $x+2$ と表されます。
$x(x+2)=80$　$x^2+2x-80=0$
$(x-8)(x+10)=0$　$x=8$，$x=-10$
$x>0$ でなければならないから，$x=-10$ は問題に適していません。$x=8$ は問題に適しています。
$x=8$ のとき，大きいほうの数は　$8+2=10$

❼ 22 cm

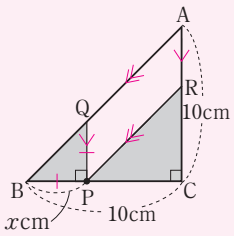
解き方　紙の1辺の長さを x cm とします。
$5(x-10)^2=720$
$(x-10)^2=144$
$x-10=\pm12$
$x=22$，$x=-2$
$x>10$ でなければならないから $x=-2$ は問題に適していません。$x=22$ は問題に適しています。



❽ 5 cm

解き方

QP∥AR，PR∥QA であるから，
四角形 QPRA は平行四辺形で，△BPQ は直角二等辺三角形です。
BP＝x cm とすると，
QP＝x cm，
PC＝10－x(cm)



△BPQ と △PCR の面積の和が，△ABC の面積の半分になるとき，▱QPRA＝$\frac{1}{2}$△ABC となるから

$x(10-x)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times10\times10\right)$　$x=5$

$0\leqq x\leqq10$ でなければならないから，$x=5$ は問題に適しています。

❾ **$a=-3$，$b=-28$**

解き方

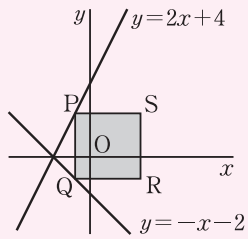
$x^2+ax+b=0$ の x に -4 と 7 をそれぞれ代入し，連立方程式をつくります。
$x=-4$ を代入すると
$16-4a+b=0$　……①
$x=7$ を代入すると
$49+7a+b=0$　……②
①，②を連立方程式として解くと
$a=-3$，$b=-28$

(別解)解が -4，7 である 2 次方程式は
$\{x-(-4)\}(x-7)=0$
$(x+4)(x-7)=0$
$x^2-3x-28=0$
したがって　$a=-3$，$b=-28$

❿ **$(-2+\sqrt{2}\,,\ 2\sqrt{2}\,)$**

解き方

P$(a,\ 2a+4)$，Q$(a,\ -a-2)$
PQ＝$2a+4-(-a-2)$
　＝$3a+6$
正方形の面積は PQ^2 であるから，
$(3a+6)^2$ となります。
$(3a+6)^2=18$
$(a+2)^2=2$
$a=-2\pm\sqrt{2}$
$y=2x+4$ と $y=-x-2$ の交点は$(-2,\ 0)$で，
$a>-2$ であるから，$a=-2-\sqrt{2}$ は問題に適していません。
$a=-2+\sqrt{2}$ は問題に適しています。
P の y 座標は　$2a+4=2\times(-2+\sqrt{2}\,)+4=2\sqrt{2}$



p.160〜161　予想問題 4

出題傾向

関数 $y=ax^2$ のグラフをかいたり，関数 $y=ax^2$ の式や変化の割合を求める問題はよく出る。関数 $y=ax^2$ のグラフと 1 次関数のグラフを比較し，それぞれの特徴をしっかり理解し，ここで確実に点をとれるようにしておこう。また，x の変域から y の変域を求める問題，関数 $y=ax^2$ の利用では，平均の速さを求めたり，動点に関する問題もよく出る。このような問題にも慣れておこう。

❶ **$y=x^2$**

解き方

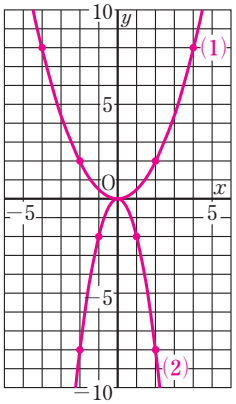
$y=\frac{1}{2}\times x\times2x$

❷ (1)**$y=2x^2$**　(2)**$y=18$**

解き方

(1)$y=ax^2$ に $x=-2$，$y=8$ を代入して，a の値を求めます。

❸



解き方

x，y 座標ともに整数の点をとっていきます。
(1)$(-2,\ 2)$，$(2,\ 2)$，$(-4,\ 8)$，$(4,\ 8)$
(2)$(-1,\ -2)$，$(1,\ -2)$，$(-2,\ -8)$，$(2,\ -8)$

❹ (1)㋐　(2)㋒　(3)㋓　(4)㋑

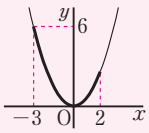
解き方

a の値の絶対値が大きいほど，グラフの開き方は小さいです。
$a>0$ のときは上に開いた形，$a<0$ のときは下に開いた形になります。

❺ **$a=\frac{2}{3}$**

解き方

y の変域が正の数であるから，グラフは x 軸の上側にあり，
$a>0$ です。
$x=-3$ のとき，最大値 6 をとるから，$y=ax^2$ に $x=-3$，$y=6$ を代入します。



❻ $a=-\frac{2}{3}$

解き方 $y=-2x+3$ の変化の割合と等しいから，変化の割合は -2 になります。

$\frac{25a-4a}{5-(-2)}=-2$

❼ (1)㋑，㋓　(2)㋒，㋔　(3)㋑　(4)㋑，㋓

解き方 (1)関数 $y=ax^2$

(2)関数 $y=ax+b$ のうち，$a<0$ のとき

(3)関数 $y=ax^2$ のうち，$a>0$ のとき

(4)関数 $y=ax^2$

❽ (2，2)

解き方 点 A の x 座標を t とすると，点 A は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあるから $A\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$ となります。

四角形 ACOB が正方形になるから　OB＝AB

したがって　$t=\frac{1}{2}t^2$　整理すると　$t(t-2)=0$

$t>0$ であるから　$t=2$

❾ (1)**70 g…140 円，150 g…210 円**

(2)$\boldsymbol{150<x\leqq 250}$

解き方 (1)重さが 70 g は，$50<x\leqq 100$ にふくまれます。

重さが 150 g は，$100<x\leqq 150$ にふくまれます。

↑ 150 をふくむ

p.162〜163　予想問題 5

出題傾向

相似比を使って辺の長さを求めたり，相似な三角形を選び出し，そのときに使った相似条件を書く問題は，必ず何問か出る。3 つの相似条件をしっかり覚えて，ここで確実に点をとれるようにしよう。また，三角形と比の定理，中点連結定理，平行線と比の定理を使って辺や線分の長さを求める問題，相似な平面図形の相似比や面積比，相似な立体の表面積の比や体積比もよく出る。このような問題にも慣れておこう。

❶ (1)**3：2**　(2)**12 cm**

解き方 (1)対応する部分の長さの比を求めます。

15：10＝3：2

(2)BC＝x cm とすると　AB：EF＝BC：FG

3：2＝x：8　$x=12$

❷ (1)**△ABC∽△AED**

相似条件… 2 組の角がそれぞれ等しい。

(2)**△ABC∽△ADB**

相似条件… 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

解き方 3 つの三角形の相似条件のうち，どれにあてはまるかを考えます。

(1)∠AED＝∠ABC，∠A は共通

(2)AB：AC＝AD：AB＝1：2，∠A は共通

❸ **△ABD と △ACE において**

△ABC∽△ADE より，対応する辺の比は等しいから

AB：AD＝AC：AE

したがって　AB：AC＝AD：AE　……①

△ABC∽△ADE より，対応する角は等しいから

∠BAC＝∠DAE

∠BAD＝∠BAC−∠DAC

∠CAE＝∠DAE−∠DAC

したがって　∠BAD＝∠CAE　……②

①，②より，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABD∽△ACE

解き方 △ABC∽△ADE より，等しい比の辺や等しい角を見つけて，どの三角形の相似条件にあてはまるかを考えます。
$a:c=b:d$ ならば $a:b=c:d$ となることを使います。

4 1.40×10^2 g

解き方 有効数字が 1，4，0 で，0 も有効数字であるから，答えは 1.4×10^2 ではなく 1.40×10^2 になります。

5 (1)$x=12$，$y=25$　(2)$x=15$

解き方 (1)DE∥BC であるから
AD：DB＝AE：EC　9：6＝x：8
AD：AB＝DE：BC　9：(9＋6)＝15：y
(2)CD∥EF であるから
BE：BC＝6：10＝3：5
BE：EC＝3：(5−3)＝3：2
AB∥CD であるから
BE：CE＝AB：DC　3：2＝x：10

6 2 cm

解き方 点 E は辺 AB の中点で，EF∥BD であるから
AF：FD＝AE：EB＝1：1
したがって　$FD=\frac{1}{2}AD$
また，EF：BD＝1：2，BD＝DC で，
EF∥DC であるから
FG：DG＝EF：CD＝1：2
したがって
$FG=\frac{1}{3}FD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}AD=\frac{1}{6}AD$

7 $x=9$，$y=6$

解き方 3：x＝4：(16−4)　$4x=36$　$x=9$
y：18＝4：(16−4)　$12y=72$　$y=6$
(別解)y：18＝3：9　$9y=54$　$y=6$

8 (1)9：16　(2)185 cm^3

解き方 (1)水が入っている部分と容器は相似だから，それぞれを相似な立体と考えます。円 P と円 Q の相似比が 15：20＝3：4 であるから，面積比は，$3^2:4^2=9:16$
(2)水の入っている部分の体積を x cm^3 とすると
$3^3:4^3=x:320$　$x=135$
$320-135=185$(cm^3)

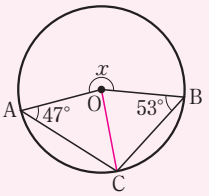
p.164〜165　予想問題 6

出題傾向

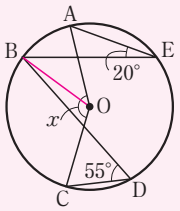
円周角や中心角の大きさを求める問題は，必ず何問か出題される。ここで確実に点をとれるようにしておこう。また，円周角の定理の逆を使って 4 点が 1 つの円周上にあることを証明する問題や，円周角の定理などを使って相似な図形を証明する問題もよく出る。このような問題にも慣れておこう。

1 (1)55°　(2)120°　(3)200°　(4)150°

解き方 (3)点 O と点 C を結びます。
△OAC は
OA＝OC の二等辺三角形であるから
∠OCA＝47°
△OCB も OC＝OB の二等辺三角形であるから
∠OCB＝53°
$\angle x=(47^\circ+53^\circ)\times2$
$=200^\circ$

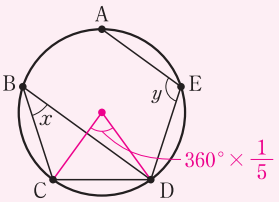


(4)点 O と点 B を結びます。
∠AOB は $\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角であるから
∠AOB＝20°×2
∠BOC は $\overset{\frown}{BC}$ に対する中心角であるから
∠BOC＝55°×2



2 ∠x＝36°，∠y＝108°

解き方 A，B，C，D，E は，円周を 5 等分する点であるから，
$\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{CD}$，$\overset{\frown}{DE}$，$\overset{\frown}{EA}$ の長さはすべて等しいです。

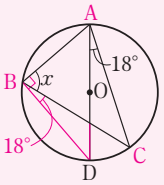


∠x は $\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角であるから
$\angle x=\frac{1}{2}\times\left(360^\circ\times\frac{1}{5}\right)$
∠y は点 B をふくむほうの $\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角であるから
$\angle y=\frac{1}{2}\times\left(360^\circ\times\frac{3}{5}\right)$

❸ (1)15°　(2)72°　(3)122°

解き方

(2)直線 AO と円周との交点を D とし，弦 BD をひきます。



$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから

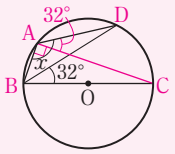
∠CBD＝∠CAD＝18°

また，AD は直径であるから

∠ABD＝90°　∠x＝90°－18°＝72°

(3)弦 AC をひきます。BC は直径であるから

∠BAC＝90°



$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから

∠CAD＝∠CBD＝32°

したがって　∠x＝90°＋32°＝122°

❹ 34°

解き方

∠ACB＝180°－(79°＋36°)＝65°

∠ADB＝∠ACB で，2 点 C，D が直線 AB の同じ側にあるので，4 点 A，B，C，D は 1 つの円周上にあります。

∠ABD＝79°－∠BAC＝79°－45°＝34°

❺ 仮定から　∠BDC＝∠BEC

2 点 D，E は直線 BC の同じ側にあるので，4 点 B，C，D，E は 1 つの円周上にある。

$\overset{\frown}{DE}$ に対する円周角は等しいから

∠DBE＝∠DCE　……①

$\overset{\frown}{BD}$ に対する円周角は等しいから

∠DEB＝∠DCB　……②

CD は ∠C の二等分線であるから

∠DCE＝∠DCB　……③

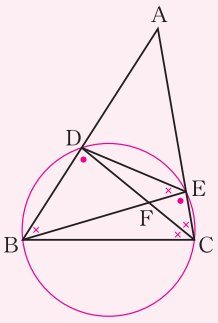
①，②，③より　∠DBE＝∠DEB

底角が等しいから，△DBE は二等辺三角形である。

したがって　BD＝DE

解き方

円周角の定理の逆を使って，1 つの円周上にある点を見つけ，等しい角をさがします。



❻ 相似な三角形…△FEC

証明…△ABD と △FEC において

$\overset{\frown}{AB}$ の円周角は等しいから

∠ADB＝∠FCE　……①

DC∥EF で平行線の錯角（さっかく）は等しいから

∠ACD＝∠FEC

$\overset{\frown}{AD}$ の円周角は等しいから

∠ACD＝∠ABD

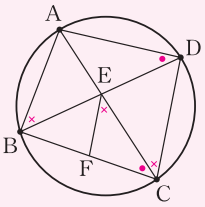
したがって　∠ABD＝∠FEC　……②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから

△ABD∽△FEC

解き方

円周角の定理や，平行線の性質から同じ大きさの角をさがします。



p.166〜167　予想問題 7

出題傾向

三平方の定理や特別な直角三角形の3辺の比を使って，直角三角形の辺の長さを求める問題は，必ず何問か出題される。ここで，確実に点をとれるようにしておこう。また，三平方の定理を利用して，二等辺三角形の高さや面積を求めたり，直方体や立方体の対角線，角錐や円錐の高さや体積を求める問題もよく出る。平方根や2次方程式の解き方も復習しておこう。

1　(1)$x=2$　(2)$x=8$

解き方
(1)$x^2+3^2=(\sqrt{13})^2$
(2)$(2\sqrt{7})^2+6^2=x^2$

2　$(7+2\sqrt{5})$ cm

解き方
斜辺の長さがもっとも長く，この問題で斜辺はCAです。
CA$=x$ cmとすると，BC$=x-2$(cm)，
AB$=x-5$(cm)と表されます。
$x^2=(x-2)^2+(x-5)^2$
整理すると　$x^2-14x+29=0$
これを解くと

$$x=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4\times1\times29}}{2\times1}$$

$$=\frac{14\pm\sqrt{80}}{2}=\frac{14\pm4\sqrt{5}}{2}=7\pm2\sqrt{5}$$

AB$=x-5>0$，すなわち$x>5$であるから，
$x=7-2\sqrt{5}$ は問題に適していません。
$x=7+2\sqrt{5}$ は問題に適しています。

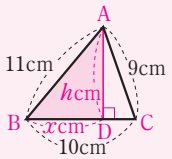
(別解)BC$=x$ cmとしてもよいです。このとき，
AB$=x-3$(cm)，CA$=x+2$(cm)と表されます。
$(x-3)^2+x^2=(x+2)^2$
整理すると　$x^2-10x+5=0$
これを解くと　$x=5\pm2\sqrt{5}$
BC$=x$ cmとした場合，もっとも長い辺がCAなので，最後に2をたすのを忘れないようにしましょう。

3　㋒

解き方
三平方の定理の逆を使います。
㋒もっとも長い辺は2.9で，$2.1^2+2^2=2.9^2$

4　(1)13 cm
(2)高さ…$6\sqrt{2}$ cm　面積…$30\sqrt{2}$ cm^2

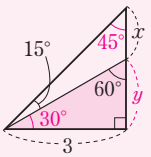
解き方
(1)対角線の長さをx cmとします。
$12^2+5^2=x^2$
(2)AD$=h$ cm
BD$=x$ cm
CD$=(10-x)$ cm
として，
△ABDと△ACDで三平方の定理を使い，h^2をそれぞれxの式で表します。



$h^2=11^2-x^2$　$h^2=9^2-(10-x)^2$
$11^2-x^2=9^2-(10-x)^2$　$x=7$
△ABDで，$h^2=11^2-7^2=72$
$h>0$であるから　$h=6\sqrt{2}$

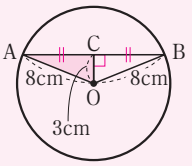
5　(1)$x=2\sqrt{3}$，$y=\sqrt{6}$　(2)$x=3-\sqrt{3}$

解き方
(1)$x:4=\sqrt{3}:2$より　$x=2\sqrt{3}$
$y:2\sqrt{3}=1:\sqrt{2}$　$\sqrt{2}y=2\sqrt{3}$　$y=\sqrt{6}$
(2)$y:3=1:\sqrt{3}$より
$y=\sqrt{3}$
$x+\sqrt{3}=3$より
$x=3-\sqrt{3}$



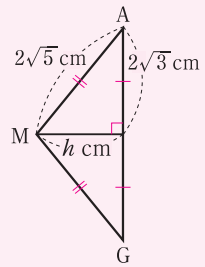
6　(1)$4\sqrt{10}$　(2)$2\sqrt{55}$ cm

解き方
(1)AB$^2=(6-2)^2+\{3-(-9)\}^2$
(2)△AOCはAOを斜辺とする直角三角形であるから
$AC^2+3^2=8^2$
AC>0であるから
AC$=\sqrt{55}$(cm)



7　周の長さ…$(4\sqrt{3}+4\sqrt{5})$ cm
面積…$4\sqrt{6}$ cm^2

解き方
AGは立方体の対角線であるから
AG$=\sqrt{4^2+4^2+4^2}$
$=4\sqrt{3}$ (cm)
△ABM，△GFMは合同な直角三角形であるから
AM$=$GM$=\sqrt{4^2+2^2}$
$=2\sqrt{5}$ (cm)



△AMGの周の長さは，AG+GM+MAより
$4\sqrt{3}+2\sqrt{5}+2\sqrt{5}=4\sqrt{3}+4\sqrt{5}$ (cm)
点Mから辺AGにひいた高さをh cmとすると
$h^2+(2\sqrt{3})^2=(2\sqrt{5})^2$　$h^2=8$
$h>0$であるから　$h=2\sqrt{2}$
$\triangle AMG=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=4\sqrt{6}$ (cm^2)

❽ 234 cm^3

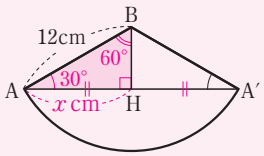
解き方

底面の1辺を x cm とすると
底面の対角線の長さは $\sqrt{2}\,x$ cm
$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2+13^2=14^2$ より　$x^2=54$ ←底面積
体積は　$\frac{1}{3}\times54\times13=234(cm^3)$

❾ $12\sqrt{3}$ cm

解き方

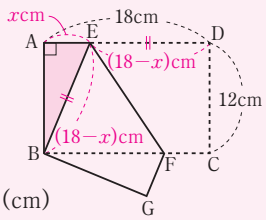
おうぎ形の弧 $\overset{\frown}{AA'}$ の長さは，底面の円周の長さに等しく，8π である。
$2\times12\times\pi=24\pi$ だから，おうぎ形の中心角は
$360^\circ\times\frac{8\pi}{24\pi}=120^\circ$
もっとも短くなるのは線分 AA′ のときで，
△AHB で
$x:12=\sqrt{3}:2$
$x=6\sqrt{3}$
したがって
$AA'=2AH=2\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$ (cm)



❿ AE… 5 cm，BE…13 cm

解き方

AE＝x cm
とすると
BE＝DE＝$(18-x)$ cm
△ABE で
$x^2+12^2=(18-x)^2$
$x=5$　BE＝18−5＝13(cm)



p.168　予想問題 8

出題傾向

ある調査が，全数調査なのか標本調査なのかを答える問題は，基本だ。ここで確実に点をとれるようにしよう。また，標本調査を利用して，いろいろなものの数を推測する問題もよく出る。このような問題にも慣れておこう。

❶ (1)標本調査　(2)全数調査　(3)標本調査

解き方

調査の対象となっている集団全部について調査することを全数調査，集団の一部分を調査して，集団全体の傾向（けいこう）を推測する調査を標本調査といいます。

❷ 母集団…ある都市の中学校の3年生
標本…選び出した300人，標本の大きさ…300

解き方

標本調査を行うとき，傾向を知りたい集団全体を母集団といい，母集団の一部分として取り出して実際に調べたものを標本といいます。

❸ およそ125個

解き方

4回の取り出したビー玉の個数が等しくないので，4回の合計を求めます。
取り出した赤いビー玉の合計は
10＋12＋7＋11＝40(個)
取り出した白いビー玉の合計は
28＋25＋26＋25＝104(個)
赤いビー玉の割合は　$\frac{40}{40+104}=\frac{5}{18}$
したがって，赤いビー玉の数は
$450\times\frac{5}{18}=125$(個)
(別解)赤いビー玉の割合を，次のように求めてもよいです。
取り出した赤いビー玉の数の平均は
$(10+12+7+11)\div4=10$(個)
取り出した白いビー玉の数の平均は
$(28+25+26+25)\div4=26$(個)
赤いビー玉の割合は　$\frac{10}{10+26}=\frac{5}{18}$

❹ およそ1100匹

解き方

印をつけた魚の割合は　$\frac{28}{296}=\frac{7}{74}$
この池にいる魚の数を x 匹とすると
$x\times\frac{7}{74}=103$
$x=103\times\frac{74}{7}=1088.\cdots$