



教科書ぴったりトレーニング

〈日本文教版・中学数学2年〉

この解答集は取り外してお使いください。



解答集



1章 式の計算

p.6~7

びたトレ0

1 (1)(1000-100x)円 (2)(5a+3b)円

(3) $\frac{x}{120}$ 分

解き方 (3)(時間)=(道のり)÷(速さ)だから、

$$x \div 120 = \frac{x}{120} \text{ (分)}$$

2 (1)3a+3 (2) $- \frac{5}{12}x$ (3)3a+8

(4)-5x-4 (5)7x-8 (6)-2x+6

解き方 (6)(-3x-2)-(-x-8)
=-3x-2+x+8
=-3x+x-2+8
=-2x+6

3 (1)48a (2)-6x (3)8x+14
(4)-9y+60 (5)3a-2 (6)20x-5
(7)6x+10 (8)-4x+12

解き方 (6)(-16x+4)÷(- $\frac{4}{5}$)
=(-16x+4)×(- $\frac{5}{4}$)
=-16x×(- $\frac{5}{4}$)+4×(- $\frac{5}{4}$)
=20x-5

(8) $-10 \times \frac{2x-6}{5}$
=-2×(2x-6)
=-2×2x-2×(-6)
=-4x+12

4 (1)7x+2 (2)3y-27 (3)7x-13 (4)-4y-4

解き方 (2)5(3y-6)-3(4y-1)
=15y-30-12y+3
=15y-12y-30+3
=3y-27

(4) $-\frac{1}{3}(6y+3)-\frac{1}{4}(8y+12)$
=-2y-1-2y-3
=-2y-2y-1-3
=-4y-4

5 (1)14 (2)2 (3)-20 (4)-19

解き方

負の数はかっこをつけて代入します。

(3) $-5x^2 = -5 \times (-2)^2 = -5 \times 4 = -20$

(4) $5x-3y = 5 \times (-2) - 3 \times 3 = -10 - 9 = -19$

p.9

びたトレ1

1 (1)単項式 (2)多項式 (3)多項式 (4)単項式

解き方

(1) $4ab = 4 \times a \times b$ は、数や文字についての乗法だけでできている式だから単項式です。

(2) $6b+5$ は、2つの単項式の和の形で表されている式だから多項式です。

(3) $-\frac{1}{2}x+2y-\frac{3}{5} = -\frac{1}{2}x+2y+(-\frac{3}{5})$ だから多項式です。

(4)1つの文字は単項式と考えます。

2 (1)2x, -3 (2)-3a, 4b, -2c

(3) x^2 , -5x, 7 (4) $-\frac{1}{3}ab$, 6

解き方

多項式を単項式の和の形で表して考えます。

(1) $2x-3=2x+(-3)$

(2) $-3a+4b-2c=-3a+4b+(-2c)$

(3) $x^2-5x+7=x^2+(-5x)+7$

3 (1)係数 $\dots \frac{1}{2}$, 次数 $\dots 1$

(2)係数 $\dots 3$, 次数 $\dots 3$

(3)係数 $\dots -4$, 次数 $\dots 2$

解き方

単項式の次数は、かけ合わされた文字の個数です。

(1) $\frac{x}{2} = \frac{1}{2} \times x$

かけ合わされた文字の個数は1個です。

(2) $3abc = 3 \times a \times b \times c$

かけ合わされた文字の個数は3個です。

(3) $-4y^2 = -4 \times y \times y$

かけ合わされた文字の個数は2個です。

4 (1)1 (2)2 (3)1 (4)2

解き方

- (1) $-x$ の次数は 1 で, y の次数は 1 です。
最も大きい次数は 1 だから, $-x+y$ の次数は 1 です。
- (2) 25 は定数項, $-a^2$ の次数は 2 です。最も大きい次数は 2 だから, $25-a^2$ の次数は 2 です。
- (3) $\frac{3}{4}x$ の次数は 1, $-\frac{1}{6}$ は定数項です。最も大きい次数は 1 だから, $\frac{3}{4}x-\frac{1}{6}$ の次数は 1 です。
- (4) $\frac{x^2}{2}$ の次数は 2, $-\frac{2xy}{3}$ の次数は 2 です。最も大きい次数は 2 だから, $\frac{x^2}{2}-\frac{2xy}{3}$ の次数は 2 です。

5 (1)2 次式 (2)3 次式 (3)2 次式 (4)1 次式

解き方

- (1) $8x^2$ の次数は 2 だから, 2 次式です。
- (2) 次数が最も大きい項は a^2b と $-ab^2$ で, 次数は 3 だから, 3 次式です。
- (3) 次数が最も大きい項は y^2 で, 次数は 2 だから, 2 次式です。
- (4) 次数が最も大きい項は $-6x$ と $2y$ で, 次数は 1 だから, 1 次式です。

p.11

びたトレ 1

1 (1) $3a-b$ (2) $-2x-y$
(3) $2x^2-9x$ (4) $2a^2-a$

解き方

- (1) $4a-3b-a+2b$
 $=4a-a-3b+2b$
 $= (4-1)a+(-3+2)b$
 $=3a-b$
- (2) $3x+3y-5x-4y$
 $=3x-5x+3y-4y$
 $= (3-5)x+(3-4)y$
 $=-2x-y$
- (3) $x^2-7x-2x+x^2$
 $=x^2+x^2-7x-2x$
 $= (1+1)x^2+(-7-2)x$
 $=2x^2-9x$
- (4) $-3a^2+2a+5a^2-3a$
 $=-3a^2+5a^2+2a-3a$
 $= (-3+5)a^2+(2-3)a$
 $=2a^2-a$

2 (1) $7x-3y$ (2) $-4a+10b+1$

(3) $7x^2-5x+2$ (4) $5x^2-5xy$

(5) $6a+2b$ (6) $4x^2-x-5$

解き方

かっこをはずしてから, 同類項をまとめます。

- (1) $(2x+3y)+(5x-6y)$
 $=2x+3y+5x-6y$
 $=7x-3y$
- (2) $(-7a+8b+3)+(3a+2b-2)$
 $=-7a+8b+3+3a+2b-2$
 $=-4a+10b+1$
- (3) $(4x^2+x-3)+(-6x+3x^2+5)$
 $=4x^2+x-3-6x+3x^2+5$
 $=7x^2-5x+2$
- (4) $(3x^2-2xy-y^2)+(2x^2-3xy+y^2)$
 $=3x^2-2xy-y^2+2x^2-3xy+y^2$
 $=5x^2-5xy$
- (5) $4a-3b$ (6) $3x^2+2x-7$
 $\begin{array}{r} +) 2a+5b \\ \hline 6a+2b \end{array}$ $\begin{array}{r} +) x^2-3x+2 \\ \hline 4x^2-x-5 \end{array}$

3 (1) $x-2y$ (2) $8a+4b$

(3) $3x^2-10x+8$ (4) $-2x^2+3x-5$

(5) $-8a+2b-1$ (6) $4x^2-2x$

解き方

ひく式のかっこをはずすとき, かっこの中の各項の符号が変わることに注意します。

- (1) $(3x-5y)-(2x-3y)$
 $=3x-5y-2x+3y$
 $=x-2y$
- (2) $(6a+8b)-(-2a+4b)$
 $=6a+8b+2a-4b$
 $=8a+4b$
- (3) $(2x^2-3x+5)-(-x^2+7x-3)$
 $=2x^2-3x+5+x^2-7x+3$
 $=3x^2-10x+8$
- (4) $(3x^2-1)-(5x^2-3x+4)$
 $=3x^2-1-5x^2+3x-4$
 $=-2x^2+3x-5$
- (5) $-5a+4b+2$
 $\begin{array}{r} -) 3a+2b+3 \\ \hline -8a+2b-1 \end{array}$
- (6) $3x^2-x-4$
 $\begin{array}{r} -) -x^2+x-4 \\ \hline 4x^2-2x \end{array}$

1 (1) $28a-4b$ (2) $-6x+18y$
 (3) $-2x+4y$ (4) $2x^2-6x+2$

解き方

$$\begin{aligned} (1) 4(7a-b) &= 4 \times 7a - 4 \times b \\ &= 28a - 4b \\ (2) (2x-6y) \times (-3) &= 2x \times (-3) - 6y \times (-3) \\ &= -6x + 18y \\ (3) -\frac{1}{4}(8x-16y) &= -\frac{1}{4} \times 8x - \frac{1}{4} \times (-16y) \\ &= -2x + 4y \\ (4) 2(x^2-3x+1) &= 2 \times x^2 + 2 \times (-3x) + 2 \times 1 \\ &= 2x^2 - 6x + 2 \end{aligned}$$

2 (1) $-4a+2b$ (2) $a-4b$
 (3) $-4x+6y$ (4) $-3x+5y-1$

解き方

$$\begin{aligned} (1) (-12a+6b) \div 3 &= (-12a+6b) \times \frac{1}{3} \\ &= -12a \times \frac{1}{3} + 6b \times \frac{1}{3} \\ &= -4a + 2b \\ (2) (-6a+24b) \div (-6) \\ &= (-6a+24b) \times \left(-\frac{1}{6}\right) \\ &= -6a \times \left(-\frac{1}{6}\right) + 24b \times \left(-\frac{1}{6}\right) \\ &= a - 4b \\ (3) (-2x+3y) \div \frac{1}{2} &= (-2x+3y) \times 2 \\ &= -2x \times 2 + 3y \times 2 \\ &= -4x + 6y \\ (4) (6x-10y+2) \div (-2) \\ &= (6x-10y+2) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 6x \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 10y \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -3x + 5y - 1 \end{aligned}$$

3 (1) $5x-7y$ (2) $-a-8b$ (3) $-9x+14y-4$

解き方

分配法則を使ってかっこをはずし、同類項をまとめます。

$$\begin{aligned} (1) 2(x+4y)+3(x-5y) \\ &= 2x+8y+3x-15y \\ &= 5x-7y \\ (2) 3(3a-b)-5(2a+b) \\ &= 9a-3b-10a-5b \\ &= -a-8b \\ (3) 3(x+4y-2)-2(6x-y-1) \\ &= 3x+12y-6-12x+2y+2 \\ &= -9x+14y-4 \end{aligned}$$

4 (1) $\frac{14x-15y}{12} \left(\frac{7}{6}x - \frac{5}{4}y\right)$
 (2) $\frac{2x+2y}{3} \left(\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y\right)$

解き方

$$\begin{aligned} (1) \frac{4x-3y}{6} + \frac{2x-3y}{4} \\ &= \frac{2(4x-3y)}{12} + \frac{3(2x-3y)}{12} \\ &= \frac{2(4x-3y)+3(2x-3y)}{12} \\ &= \frac{8x-6y+6x-9y}{12} \\ &= \frac{14x-15y}{12} \\ (2) \frac{3x+y}{2} - \frac{5x-y}{6} \\ &= \frac{3(3x+y)}{6} - \frac{5x-y}{6} \\ &= \frac{3(3x+y)-(5x-y)}{6} \\ &= \frac{9x+3y-5x+y}{6} \\ &= \frac{4x+4y}{6} \\ &= \frac{2x+2y}{3} \end{aligned}$$

2でわって約分する。

別解 (分数)×(多項式)の形にして計算してもよいです。

1 (1) $12xy$ (2) $6a^2$ (3) $-16a^2b$ (4) $-4x^3$

解き方

単項式どうしの乗法は、係数どうしの積と文字どうしの積をそれぞれ求め、それらをかけ合わせます。同じ文字の積は、累乗の形にまとめます。

$$\begin{aligned} (1) 4x \times 3y \\ &= 4 \times 3 \times x \times y \\ &= 12 \times xy \\ &= 12xy \\ (2) (-2a) \times (-3a) \\ &= (-2 \times a) \times (-3 \times a) \\ &= (-2) \times (-3) \times a \times a \\ &= 6a^2 \\ (3) (-8ab) \times 2a \\ &= (-8) \times a \times b \times 2 \times a \\ &= (-8) \times 2 \times a \times a \times b \\ &= -16a^2b \\ (4) (-x)^2 \times (-4x) \\ &= (-x) \times (-x) \times (-4x) \\ &= (-1) \times (-1) \times (-4) \times x \times x \times x \\ &= -4x^3 \end{aligned}$$

2 (1)5b (2)-2y² (3)-12y (4)12a

解き方

単項式どうしの除法は、乗法になおして計算します。

$$(1)(-15ab) \div (-3a) = (-15ab) \times \left(-\frac{1}{3a}\right) \\ = \frac{15ab}{3a} = 5b$$

$$(2)(-6y^3) \div 3y = (-6y^3) \times \frac{1}{3y} \\ = -\frac{6y^3}{3y} = -2y^2$$

$$(3)8xy \div \left(-\frac{2}{3}x\right) = 8xy \div \left(-\frac{2x}{3}\right) \\ = 8xy \times \left(-\frac{3}{2x}\right) = -\frac{8xy \times 3}{2x} \\ = -12y$$

$$(4)\frac{6}{5}a^2b \div \frac{1}{10}ab = \frac{6}{5}a^2b \div \frac{ab}{10} \\ = \frac{6}{5}a^2b \times \frac{10}{ab} = \frac{6a^2b \times 10}{5 \times ab} \\ = 12a$$

3 (1)15b² (2)2x (3)-x (4)-3b³

解き方

除法を乗法になおして計算します。

$$(1)5ab \div a \times 3b = 5ab \times \frac{1}{a} \times 3b \\ = \frac{5ab \times 3b}{a} = 15b^2$$

$$(2)(-4x^2y) \div (-2x) \div y \\ = (-4x^2y) \times \left(-\frac{1}{2x}\right) \times \frac{1}{y} \\ = \frac{4x^2y}{2x \times y} = 2x$$

$$(3)3x^2 \times (-3y) \div 9xy = 3x^2 \times (-3y) \times \frac{1}{9xy} \\ = -\frac{3x^2 \times 3y}{9xy} \\ = -x$$

$$(4)4ab^2 \times 6b^2 \div (-8ab) \\ = 4ab^2 \times 6b^2 \times \left(-\frac{1}{8ab}\right) \\ = -\frac{4ab^2 \times 6b^2}{8ab} \\ = -3b^3$$

4 (1)1 (2)-\frac{8}{3}

解き方

同類項をまとめたりして、式を簡単にしてから x, y に値を代入します。

$$(1)3(2x-3y)-2(4x-5y) = -2x+y \\ = -2 \times (-2) + (-3) = 1$$

$$(2)-4xy^2 \div (-3y^2) = \frac{4xy^2}{3y^2} = \frac{4}{3}x \\ = \frac{4}{3} \times (-2) = -\frac{8}{3}$$

1 (1)単項式, 1次式 (2)単項式, 2次式
(3)多項式, 2次式 (4)多項式, 2次式
(5)多項式, 2次式 (6)多項式, 2次式

解き方

(1)次数は1です。

(2) $-2xy = -2 \times x \times y$ だから、次数は2です。

(3) $5-a^2$ では、2次の項 $-a^2$ の次数2が最も大きいから、この多項式の次数は2です。

(4) $2x+3y^2$ では、2次の項 $3y^2$ の次数2が最も大きいから、この多項式の次数は2です。

(5) $4a-a^2$ では、2次の項 $-a^2$ の次数2が最も大きいから、この多項式の次数は2です。

(6) $-3x^2+x-4$ では、2次の項 $-3x^2$ の次数2が最も大きいから、この多項式の次数は2です。

2 (1)-6ab (2)-x+4y

(3)8a²-6a (4)-3xy+8y

解き方

$$(1)8ab-5ab-9ab = (8-5-9)ab \\ = -6ab$$

$$(2)3x-y-4x+5y = (3-4)x + (-1+5)y \\ = -x+4y$$

$$(3)3a^2-2a-4a+5a^2 = (3+5)a^2 + (-2-4)a \\ = 8a^2-6a$$

$$(4)2xy+5y-5xy+3y = (2-5)xy + (5+3)y \\ = -3xy+8y$$

3 (1)5x-32 (2)-2a-b+7 (3)9ab-12a²-4(4)9x²-4y-9 (5)\frac{7}{4}x^2+\frac{2}{3}y-\frac{1}{3} (6)8a-4b

解き方

$$(1)4x-3y-12-(-x-3y+20) \\ = 4x-3y-12+x+3y-20 \\ = 5x-32$$

$$(2)(3b-5a-2)+(3a-4b+9) \\ = 3b-5a-2+3a-4b+9 \\ = -2a-b+7$$

$$(3)(ab-5a^2-1)-(7a^2-8ab+3) \\ = ab-5a^2-1-7a^2+8ab-3 \\ = 9ab-12a^2-4$$

$$(4)(6x^2-2y-5)-(4+2y-3x^2) \\ = 6x^2-2y-5-4-2y+3x^2 \\ = 9x^2-4y-9$$

$$(5)x^2-\frac{1}{3}y+\frac{1}{2}+\left(\frac{3}{4}x^2+y-\frac{5}{6}\right) \\ = x^2-\frac{1}{3}y+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}x^2+y-\frac{5}{6} \\ = \frac{7}{4}x^2+\frac{2}{3}y-\frac{1}{3}$$

$$(6)5a-b-\{2b-(3a-b)\} = 5a-b-(2b-3a+b) \\ = 5a-b-(3b-3a) = 5a-b-3b+3a \\ = 8a-4b$$

- 4 (1)和 $a-10b+2c$, 差 $-3a+4b-2c$
 (2)和 $3x^2-2x-8$, 差 $21x^2-14x+2$

解き方

(1)和 $(-a-3b)+(2a-7b+2c)$
 $=a-10b+2c$
 差 $(-a-3b)-(2a-7b+2c)$
 $=-a-3b-2a+7b-2c$
 $=-3a+4b-2c$
 (2)和 $(12x^2-8x-3)+(6x-5-9x^2)$
 $=3x^2-2x-8$
 差 $(12x^2-8x-3)-(6x-5-9x^2)$
 $=12x^2-8x-3-6x+5+9x^2$
 $=21x^2-14x+2$

- 5 (1) $14x-4y$ (2) a^2-2a+3
 (3) $-x-7y$ (4) $3x+2y+14$
 (5) $\frac{17x+13y}{12}$ $\left(\frac{17}{12}x+\frac{13}{12}y\right)$ (6) $\frac{x}{6}$

解き方

(1) $2(7x-2y)=2\times 7x+2\times(-2y)$
 $=14x-4y$
 (2) $(2a^2-4a+6)\div 2=(2a^2-4a+6)\times\frac{1}{2}$
 $=2a^2\times\frac{1}{2}-4a\times\frac{1}{2}+6\times\frac{1}{2}$
 $=a^2-2a+3$
 (3) $3(x-y)-4(x+y)=3x-3y-4x-4y$
 $=-x-7y$
 (4) $4(2x+3y+1)-5(x+2y-2)$
 $=8x+12y+4-5x-10y+10$
 $=3x+2y+14$
 (5) $\frac{3x-y}{4}+\frac{2x+4y}{3}=\frac{3(3x-y)+4(2x+4y)}{12}$
 $=\frac{9x-3y+8x+16y}{12}$
 $=\frac{17x+13y}{12}$
 (6) $\frac{2x-3y}{3}-\frac{x-2y}{2}=\frac{2(2x-3y)-3(x-2y)}{6}$
 $=\frac{4x-6y-3x+6y}{6}$
 $=\frac{x}{6}$

- 6 (1) $-16a^2b$ (2) $36x^3$ (3) $-2x$
 (4) $-2a^3$ (5) $-2xy^2$ (6) $\frac{1}{3}b$

解き方

(1) $(-2a)\times 8ab=(-2)\times 8\times a\times a\times b$
 $=-16a^2b$
 (2) $(-2x)^2\times 9x=4x^2\times 9x=36x^3$
 (3) $4xy\div(-2y)=4xy\times\left(-\frac{1}{2y}\right)$
 $=-\frac{4xy}{2y}=-2x$

$$(4)(4a^2b)^2\div(-8ab^2)=16a^4b^2\times\left(-\frac{1}{8ab^2}\right)$$

$$=-\frac{16a^4b^2}{8ab^2}$$

$$=-2a^3$$

$$(5)3x^2y\div(-3x)\times 2y=3x^2y\times\left(-\frac{1}{3x}\right)\times 2y$$

$$=-\frac{3x^2y\times 2y}{3x}$$

$$=-2xy^2$$

$$(6)2ab^2\div(-b)\div(-6a)=2ab^2\times\left(-\frac{1}{b}\right)\times\left(-\frac{1}{6a}\right)$$

$$=\frac{2ab^2}{b\times 6a}$$

$$=\frac{1}{3}b$$

- 7 (1) -1 (2) 8

解き方

(1) $8(2x-3y)-5(3x-5y)$
 $=16x-24y-15x+25y$
 $=x+y=2+(-3)=-1$
 (2) $8x^3\div 4x^2y\times xy=8x^3\times\frac{1}{4x^2y}\times xy$
 $=\frac{8x^3\times xy}{4x^2y}=2x^2=2\times 2^2=8$

理解のコツ

- ・ひく式のかっこをはずすときは、かっこの中の各項の符号が変わることに注意しよう。
- ・式の値を求める問題では、与えられた式をよく見て、簡単にしてから代入しよう。

p.19

びたトレ1

- 1 もとの自然数の十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、

もとの自然数は $10x+y$

入れかえてできた数は $10y+x$

と表される。

もとの自然数と入れかえてできた数を2倍した数の和は

$$(10x+y)+2(10y+x)$$

$$=10x+y+20y+2x$$

$$=12x+21y$$

$$=3(4x+7y)$$

$4x+7y$ は整数だから、 $3(4x+7y)$ は3の倍数になる。

したがって、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできた数を2倍した数の和は、3の倍数になる。

解き方

3の倍数であることを説明するには、 $3\times(\text{整数})$ の形をつくります。

2 (1) $y=3x-4$ (2) $b=4n-a$

(3) $a=\frac{\ell}{2}-b$ (4) $x=\frac{3n-y}{2}$

解き方

(1) $9x-3y=12$
 $-3y=-9x+12$
 $y=3x-4$

9xを移項する。
 両辺を-3でわる。

(2) $4n=a+b$
 $a+b=4n$
 $b=4n-a$

両辺を入れかえる。
 aを移項する。

(3) $\ell=2(a+b)$
 $2(a+b)=\ell$
 $a+b=\frac{\ell}{2}$
 $a=\frac{\ell}{2}-b$

両辺を入れかえる。
 両辺を2でわる。
 bを移項する。

(4) $n=\frac{2x+y}{3}$
 $\frac{2x+y}{3}=n$
 $2x+y=3n$
 $2x=3n-y$
 $x=\frac{3n-y}{2}$

両辺を入れかえる。
 両辺に3をかける。
 yを移項する。
 両辺を2でわる。

3 (1) AB を直径とする半円の弧の長さ $\cdots\frac{1}{2}\pi x$

BC を直径とする半円の弧の長さ $\cdots\pi x$

(2) AB, BC をそれぞれ直径とする2つの半円の弧の長さの和は

$$\frac{1}{2}\pi x + \pi x = \frac{3}{2}\pi x$$

AC=3x だから、AC を直径とする半円の弧の長さは

$$3\pi x \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}\pi x$$

したがって、AB, BC をそれぞれ直径とする2つの半円の弧の長さの和は、AC を直径とする半円の弧の長さに等しい。

解き方

(1) 半円の弧の長さは
 (直径) \times (円周率) $\div 2$
 となります。

AB=x とすると、BC=2x です。

(2) AB=x とすると、AC=3x と表されることから、AC を直径とする半円の弧の長さを x を使って表します。

1 m, n を整数とすると、2つの偶数は $2m, 2n$ と表される。

2つの偶数の和は

$$2m+2n=2(m+n)$$

$m+n$ は整数だから、 $2(m+n)$ は偶数になる。したがって、偶数と偶数の和は偶数になる。

解き方

偶数であることをいうには、 $2\times(\text{整数})$ の形をつくります。2つの偶数を同じ文字を使って表してはいけません。

2 n を整数とすると、連続する2つの偶数のうち、小さい方の偶数は $2n$

大きい方の偶数は $2n+2$

と表される。

連続する2つの偶数の和は

$$\begin{aligned} 2n+(2n+2) &= 2n+2n+2 \\ &= 4n+2 \\ &= 2(2n+1) \end{aligned}$$

$2n+1$ は、連続する2つの偶数の間の奇数だから、 $2(2n+1)$ は、連続する2つの偶数の間の奇数の2倍になる。

したがって、連続する2つの偶数の和は、その間の奇数の2倍になる。

解き方

ある数の2倍になることを説明するには、 $2\times(\text{整数})$ の形をつくります。

3 もとの自然数の百の位の数を x 、十の位の数を y 、一の位の数を z とすると、

もとの自然数は $100x+10y+z$

入れかえてできた数は $100z+10y+x$

と表される。

もとの数と入れかえてできた数の差は

$$\begin{aligned} 100x+10y+z-(100z+10y+x) \\ = 99x-99z=99(x-z) \end{aligned}$$

$x-z$ は整数だから、 $99(x-z)$ は99の倍数になる。

したがって、3けたの自然数と、その数の百の位の数と一の位の数を入れかえてできた数の差は、99の倍数になる。

解き方

99の倍数であることを説明するには、 $99\times(\text{整数})$ の式をつくります。

$$\diamond 4 \quad (1)y = \frac{20-3x}{15} \quad \left(y = \frac{4}{3} - \frac{1}{5}x\right)$$

$$(2)x = \frac{5y+28}{7} \quad (3)h = \frac{3V}{\pi r^2}$$

$$(4)a = 3S - b - c$$

解き方

$$(1)15y = 20 - 3x \text{ より } y = \frac{20-3x}{15}$$

$$(2)7x = 5y + 28 \text{ より } x = \frac{5y+28}{7}$$

$$(3)3V = \pi r^2 h \text{ より } h = \frac{3V}{\pi r^2}$$

$$(4)a + b + c = 3S \text{ より } a = 3S - b - c$$

$$\diamond 5 \quad (1)h = \frac{2S}{a} \quad (2)h = 2$$

解き方

$$(1)2S = ah \text{ より } h = \frac{2S}{a}$$

(2)(1)の式に $S=6$, $a=6$ を代入して

$$h = \frac{2 \times 6}{6} = 2$$

6 2倍

解き方

正四角柱 A の体積は $a^2 h$

正四角柱 B は、底面の 1 辺の長さは $2a$ 、高さは

$\frac{1}{2}h$ だから、その体積は $(2a)^2 \times \frac{1}{2}h = 2a^2 h$

したがって $2a^2 h \div a^2 h = 2$ (倍)

$$\diamond 7 \quad (1)x = 200 - \pi r \quad (2)2\pi m$$

解き方

(1)直線部分の長さは $x \times 2 = 2x$ (m)

曲線部分の長さは、半径 r m の円周に等しいから $2\pi r$ m

トラックの長さは $(2x + 2\pi r)$ m と表されるから

$$2x + 2\pi r = 400$$

この式を、 x について解きます。

(2)1 m 外側の線の直線部分の長さは変わらないから

$$2x \text{ m}$$

また、曲線部分の長さは、半径 $(r+1)$ m の円周に等しいから

$$2\pi(r+1) \text{ (m)}$$

したがって $2\pi(r+1) - 2\pi r = 2\pi$ (m)

理解のコツ

・数の性質を説明する問題では、数を文字で表すことができるかどうかポイント。また「偶数になる」、「3の倍数になる」などのようになるためには、どんな式をつくれればよいかを考えてから解こう。

・等式の変形は、1年生で学習した方程式の解き方を思い出して解こう。両辺に同じ数をかけたり、両辺を同じ数でわったりするとき、片方の辺へのかけ忘れ、わり忘れに注意しよう。

1 (1)単項式, 2次式 (2)多項式, 1次式

(3)多項式, 2次式 (4)単項式, 3次式

解き方

単項式は数と文字をかけた形、多項式は2つ以上の単項式の和の形で表される式です。多項式では、各項の次数のうちで最も大きいものを、その多項式の次数といいます。

$$2 \quad (1)3a - 6b \quad (2)3y^2 - y + 6$$

$$(3)10x - 3y - 9 \quad (4)-6a + 7b + 8$$

解き方

$$(1)2a + 3b + a - 9b = (2+1)a + (3-9)b = 3a - 6b$$

$$(2)(-2y^2 + 3y - 1) - (4y - 5y^2 - 7) = -2y^2 + 3y - 1 - 4y + 5y^2 + 7 = 3y^2 - y + 6$$

(3)同類項の係数を縦にたします。

(4)同類項の係数を縦にひきます。

$$3 \quad (1)-10a - 5b + 15 \quad (2)2x - 5y$$

$$(3)-2x - 2y \quad (4)\frac{4x+11y}{6} \left(\frac{2}{3}x + \frac{11}{6}y\right)$$

解き方

分配法則を使ってかっこをはずし、同類項があればまとめます。かっこの前に-があるときは、符号の変化に注意します。

$$(1)-5(2a+b-3) = -5 \times 2a - 5 \times b - 5 \times (-3) = -10a - 5b + 15$$

$$(2)(8x-20y) \div 4 = (8x-20y) \times \frac{1}{4} = 2x - 5y$$

$$(3)3(-2x+6y) + 4(x-5y) = -6x + 18y + 4x - 20y = -2x - 2y$$

$$(4)\frac{2x+y}{2} - \frac{x-4y}{3} = \frac{3(2x+y) - 2(x-4y)}{6} = \frac{6x+3y-2x+8y}{6} = \frac{4x+11y}{6}$$

4 (1) $-125a^3$ (2) $4y$ (3) $2x^2$ (4) $-\frac{a}{8}$

解き方

$$(1)(-5a)^3 = (-5a) \times (-5a) \times (-5a) = -125a^3$$

$$(2)(-32xy) \div (-8x) = (-32xy) \times \left(-\frac{1}{8x}\right) = 4y$$

$$(3)4xy \times (-9xy) \div (-18y^2) = 4xy \times (-9xy) \times \left(-\frac{1}{18y^2}\right) = \frac{4xy \times 9xy}{18y^2} = 2x^2$$

$$(4)\left(-\frac{a^2b}{6}\right) \div \frac{b}{3} \div 4a = \left(-\frac{a^2b}{6}\right) \times \frac{3}{b} \times \frac{1}{4a} = -\frac{a^2b \times 3 \times 1}{6 \times b \times 4a} = -\frac{a}{8}$$

5 (1) -11 (2) 2

解き方

$$(1)7(4x-5y)-5(6x-8y) = 28x-35y-30x+40y = -2x+5y = -2 \times \frac{1}{2} + 5 \times (-2) = -1-10 = -11$$

$$(2)6x^2y \div (-3x) = -\frac{6x^2y}{3x} = -2xy = -2 \times \frac{1}{2} \times (-2) = 2$$

6 2けたの自然数の十の位の数をもとに x 、一の位の数をもとに y とすると、2けたの自然数は $10x+y$ と表される。

各位の数の和が3の倍数だから、 n を整数とすると、 $x+y=3n$ と表される。

$$10x+y = 9x+x+y = 9x+3n = 3(3x+n)$$

$3x+n$ は整数だから、 $3(3x+n)$ は3の倍数になる。

したがって、各位の数の和が3の倍数である2けたの自然数は3の倍数になる。

解き方

2けたの自然数を文字を使って表し、その式を変形して、 $3 \times (\text{整数})$ の形をつくります。

7 (1) $y=2x-3$ (2) $b=a-2m$

解き方

$$(1)2y=4x-6 \text{ より } y=2x-3$$

$$(2)2m=a-b \text{ より } b=a-2m$$

8 (1) $t = \frac{5}{24}a$ (2) $a=2$

解き方

$$(1) \text{行きにかかった時間は } \frac{a}{12} \text{ 時間}$$

$$\text{帰りにかかった時間は } \frac{a}{8} \text{ 時間}$$

したがって、往復するのにかかった時間は

$$t = \frac{a}{12} + \frac{a}{8} = \frac{5}{24}a$$

(2)(1)の式を、 a について解くと

$$a = \frac{24}{5}t$$

$$t = \frac{25}{60} \text{ を } a = \frac{24}{5}t \text{ に代入して、}$$

$$a = \frac{24}{5} \times \frac{25}{60} = 2$$

9 一定で長さは変わらない。

解き方

もとの2つの円の周の和は

$$2\pi a + 2\pi b \quad \dots\dots ①$$

円Aの半径を x cm 長くし、円Bの半径を x cm 短くすると、2つの円の周の和は

$$2\pi(a+x) + 2\pi(b-x) = 2\pi a + 2\pi x + 2\pi b - 2\pi x = 2\pi a + 2\pi b \quad \dots\dots ②$$

また、円Aの半径を x cm 短くし、円Bの半径を x cm 長くすると、2つの円の周の和は

$$2\pi(a-x) + 2\pi(b+x) = 2\pi a - 2\pi x + 2\pi b + 2\pi x = 2\pi a + 2\pi b \quad \dots\dots ③$$

①、②、③より、長さは変わりません。

2章 連立方程式

p.25

びたトレ0

- ① (1) $x=-15$ (2) $x=5$ (3) $x=14$
 (4) $x=4$ (5) $x=-5$ (6) $x=2$

解き方

(4)両辺に10をかけると

$$7x-26=-4x+18$$

$$11x=44$$

$$x=4$$

(6)両辺に分母の公倍数20をかけて分母をはらうと

$$\frac{x+3}{5} \times 20 = \frac{3x-2}{4} \times 20$$

$$(x+3) \times 4 = (3x-2) \times 5$$

$$4x+12=15x-10$$

$$-11x=-22$$

$$x=2$$

- ② 9人

解き方

色紙の枚数を、2通りの配り方で、それぞれ式に表します。

生徒の人数を x 人とする

$$4x+15=6x-3$$

$$4x-6x=-3-15$$

$$-2x=-18$$

$$x=9$$

生徒の人数を9人とする、問題にあっています。

- ③ プリン 8個、シュークリーム 4個

解き方

プリン x 個とすると、シュークリームの個数は $12-x$ (個) となります。

代金について式をつくと

$$120x+150(12-x)+100=1660$$

$$120x+1800-150x+100=1660$$

$$120x-150x=1660-1800-100$$

$$-30x=-240$$

$$x=8$$

シュークリームの個数は $12-8=4$ (個)

プリンを8個、シュークリームを4個つめたると、問題にあっています。

p.27

びたトレ1

① (1)①

x	-2	-1	0	1	2
y	-12	-7	-2	3	8

②

x	-2	-1	0	1	2
y	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{9}{2}$

$$(2) \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$$

解き方

(1)①, ②それぞれの式の x に $-2, -1, 0, 1, 2$ を代入して y の値を求めます。

(2)①と②に共通する x, y の値の組を見つけます。

- ② ア

解き方

x, y の値の組を2つの方程式に代入して、どちらの方程式も同時に成り立たせる文字の値の組を選びます。

- ③

$$(1) \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x=-24 \\ y=-5 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$$

解き方

それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。

(1)①, ②の左辺どうし、右辺どうしをそれぞれたすと

$$x+y=6$$

$$+) x-y=-2$$

$$\hline 2x = 4$$

$$x=2$$

$x=2$ を①に代入すると

$$2+y=6 \quad y=4$$

(2)①, ②の左辺どうし、右辺どうしをそれぞれたすと $2x=2 \quad x=1$

$x=1$ を②に代入すると

$$1+2y=-5 \quad y=-3$$

(3)①, ②の左辺どうし、右辺どうしをそれぞれたすと $y=-5$

$y=-5$ を②に代入すると

$$x-3 \times (-5)=-9 \quad x=-24$$

(4)①, ②の左辺どうし、右辺どうしをそれぞれひくと

$$5x-3y=-2$$

$$-) 8x-3y=-5$$

$$\hline -3x = 3$$

$$x=-1$$

$x=-1$ を①に代入すると

$$5 \times (-1) - 3y = -2 \quad y = -1$$

$$1 \quad (1) \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$$

それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。

$$(1) \begin{array}{r} ① \times 4 \quad 4x+8y=16 \\ ② \quad \quad -) 4x+3y=6 \\ \hline \quad \quad \quad 5y=10 \\ \quad \quad \quad \quad y=2 \end{array}$$

$y=2$ をどちらかの式に代入して、 x の値を求めます。

$$(2) \begin{array}{r} ① \quad \quad 2x+3y=8 \\ ② \times 2 \quad -) 2x+2y=4 \\ \hline \quad \quad \quad \quad y=4 \end{array}$$

$y=4$ をどちらかの式に代入して、 x の値を求めます。

$$(3) \begin{array}{r} ① \times 4 \quad 8x+4y=20 \\ ② \quad \quad +) x-4y=-2 \\ \hline \quad \quad \quad 9x \quad = 18 \\ \quad \quad \quad \quad x=2 \end{array}$$

$x=2$ をどちらかの式に代入して、 y の値を求めます。

$$(4) \begin{array}{r} ① \times 4 \quad 8x-4y=16 \\ ② \quad \quad +) 5x+4y=-3 \\ \hline \quad \quad \quad 13x \quad = 13 \\ \quad \quad \quad \quad x=1 \end{array}$$

$x=1$ をどちらかの式に代入して、 y の値を求めます。

$$2 \quad (1) \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x=5 \\ y=-7 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。

$$(1) \begin{array}{r} ① \times 2 \quad -4x+6y=0 \\ ② \times 3 \quad +) 9x-6y=15 \\ \hline \quad \quad \quad 5x \quad = 15 \\ \quad \quad \quad \quad x=3 \end{array}$$

$x=3$ をどちらかの式に代入して、 y の値を求めます。

$$(2) \begin{array}{r} ① \times 3 \quad 9x+12y=30 \\ ② \times 4 \quad +) 20x-12y=28 \\ \hline \quad \quad \quad 29x \quad = 58 \\ \quad \quad \quad \quad x=2 \end{array}$$

$x=2$ をどちらかの式に代入して、 y の値を求めます。

$$(3) \begin{array}{r} ① \times 5 \quad 15x+10y=5 \\ ② \times 2 \quad -) 8x+10y=-30 \\ \hline \quad \quad \quad 7x \quad = 35 \\ \quad \quad \quad \quad x=5 \end{array}$$

$x=5$ をどちらかの式に代入して、 y の値を求めます。

$$(4) \begin{array}{r} ① \times 2 \quad 4x-12y=16 \\ ② \times 3 \quad +) 9x+12y=-3 \\ \hline \quad \quad \quad 13x \quad = 13 \\ \quad \quad \quad \quad x=1 \end{array}$$

$x=1$ をどちらかの式に代入して、 y の値を求めます。

$$3 \quad (1) \begin{cases} x=-4 \\ y=2 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=-10 \\ y=3 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases}$$

それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。

$$(1) \begin{array}{r} ②を①に代入すると \quad -2y-2y=-8 \\ \quad \quad \quad -4y=-8 \quad y=2 \\ y=2を②に代入すると \\ \quad \quad \quad x=-2 \times 2 = -4 \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{r} ②を①に代入すると \\ \quad \quad \quad x=-5(-2x-17)+5 \\ \quad \quad \quad x=10x+85+5 \\ \quad \quad \quad -9x=90 \quad x=-10 \\ x=-10を②に代入すると \\ \quad \quad \quad y=-2 \times (-10)-17=3 \end{array}$$

$$(3) \begin{array}{r} ①を②に代入すると \\ \quad \quad \quad 8(2y-3)+y=10 \\ \quad \quad \quad 16y-24+y=10 \\ \quad \quad \quad 17y=34 \quad y=2 \\ y=2を①に代入すると \\ \quad \quad \quad x=2 \times 2-3=1 \end{array}$$

$$(4) \begin{array}{r} ①を②に代入すると \\ \quad \quad \quad 3x-2(3x-7)=11 \\ \quad \quad \quad 3x-6x+14=11 \\ \quad \quad \quad -3x=-3 \quad x=1 \\ x=1を①に代入すると \\ \quad \quad \quad y=3 \times 1-7=-4 \end{array}$$

解き方

解き方

解き方

$$1 \quad (1) \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$$

解き方

かっこがある連立方程式は、かっこをはずして式を整理してから解きます。

それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。

(1)②の式のかっこをはずして整理すると

$$\begin{array}{r} 2x-y=2 \quad \cdots\cdots\textcircled{3} \\ \textcircled{1} \quad 2x+y=10 \\ \textcircled{3} \quad +) \quad 2x-y=2 \\ \hline 4x \quad = 12 \\ x=3 \end{array}$$

$x=3$ を①に代入すると

$$2 \times 3 + y = 10 \quad y = 4$$

(2)①の式のかっこをはずして整理すると

$$\begin{array}{r} 8x-6y=-6 \quad \cdots\cdots\textcircled{3} \\ \textcircled{2} \times 2 \quad -8x+2y=-14 \\ \textcircled{3} \quad +) \quad 8x-6y=-6 \\ \hline -4y=-20 \\ y=5 \end{array}$$

$y=5$ を②に代入すると

$$\begin{array}{r} -4x+5=-7 \\ -4x=-12 \quad x=3 \end{array}$$

$$2 \quad (1) \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases}$$

解き方

係数に小数をふくむ方程式の両辺に 10 をかけ、係数を整数にします。

それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。

(1)①の式の両辺に 10 をかけると

$$\begin{array}{r} 2x+y=5 \quad \cdots\cdots\textcircled{3} \\ \textcircled{3} \times 4 \quad 8x+4y=20 \\ \textcircled{2} \quad +) \quad 3x-4y=2 \\ \hline 11x \quad = 22 \\ x=2 \end{array}$$

$x=2$ を②に代入すると

$$\begin{array}{r} 3 \times 2 - 4y = 2 \\ -4y = -4 \\ y = 1 \end{array}$$

(2)②の式の両辺に 10 をかけると

$$\begin{array}{r} -x+2y=-11 \quad \cdots\cdots\textcircled{3} \\ \textcircled{1} \times 2 \quad 8x+2y=34 \\ \textcircled{3} \quad -) \quad -x+2y=-11 \\ \hline 9x \quad = 45 \\ x=5 \end{array}$$

$x=5$ を①に代入すると

$$4 \times 5 + y = 17 \quad y = -3$$

$$3 \quad (1) \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=8 \\ y=5 \end{cases}$$

解き方

係数に分数をふくむ方程式の両辺に分母の公倍数をかけて、係数を整数にします。

それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。

(1)①の式の両辺に 6 をかけると

$$\begin{array}{r} 3x+2y=18 \quad \cdots\cdots\textcircled{3} \\ \textcircled{3} \quad 3x+2y=18 \\ \textcircled{2} \quad -) \quad 3x-y=9 \\ \hline 3y=9 \\ y=3 \end{array}$$

$y=3$ を②に代入すると $3x-3=9$

$$3x=12 \quad x=4$$

(2)②の式の両辺に 20 をかけると

$$\begin{array}{r} -5x+16y=40 \quad \cdots\cdots\textcircled{3} \\ \textcircled{1} \times 5 \quad 10x-15y=50 \\ \textcircled{3} \times 2 \quad +) \quad -10x+32y=80 \\ \hline 17y=85 \\ y=5 \end{array}$$

$y=5$ を①に代入すると $2x-3 \times 5 = 1$

$$2x=16 \quad x=8$$

$$4 \quad \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$$

解き方

$A=B=C$ の形の方程式だから、例えば、

$$\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases} \text{の形にすると}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=2y+7 \quad \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 4x+11y=2y+7 \quad \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

①、②の右辺の $2y$ を移項すると

$$\begin{cases} 2x+y=7 \\ 4x+9y=7 \end{cases}$$

この連立方程式を解きます。

1 ㊦

解き方

それぞれの x, y の値の組を 2 つの方程式に代入して、どちらの等式も成り立たせるものを選びます。一方の方程式だけが成り立つ場合は、連立方程式の解とはいええないことに注意します。

2 (1) $\begin{cases} x = -4 \\ y = 9 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$
 (3) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

解き方

それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。

(1) ① $\times 5$ $5x + 10y = 70$
 ② $-) 5x + y = -11$
 $9y = 81$ $y = 9$

(2) ① $4x + 5y = 8$
 ② $\times 5$ $+) 5x - 5y = -35$
 $9x = -27$ $x = -3$

(3) ① $\times 4$ $-12x + 8y = 20$
 ② $\times 3$ $+) 12x - 9y = -18$
 $-y = 2$ $y = -2$

(4) ① $\times 5$ $15x - 20y = -55$
 ② $\times 3$ $-) 15x + 18y = 135$
 $-38y = -190$ $y = 5$

3 (1) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$
 (3) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = -5 \\ y = 6 \end{cases}$

解き方

それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。
 (1) ①を②に代入します。
 (2) ①を②に代入します。
 (3) ②を①に代入します。
 (4) ②を①に代入して x を消去するか、①を②に代入して y を消去します。

4 ㊧

解き方

方程式の両辺に 6 をかけます。右辺にも 6 をかけるのを忘れないように注意しましょう。

5 (1) $\begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$
 (4) $\begin{cases} x = -5 \\ y = 8 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 \end{cases}$

解き方

それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。

(1) それぞれの方程式の定数項を右辺に移動してから解きます。
 (2) それぞれの方程式のかっこをはずして整理してから解きます。
 (3) ① $\times 10$ $5x - y = 10$
 (4) ② $\times 10$ $11x + 7y = 10$
 (5) ② $\times 6$ $x - 3y = -12$
 (6) ② $\times 4$ $2x - y = -1$

6

(1) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -5 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$

解き方

$A = B = C$ の形の方程式において

(1) $\begin{cases} A = C \\ B = C \end{cases}$ より $\begin{cases} 2x + 3y = -9 \\ 7x + 6y = -9 \end{cases}$
 (2) $\begin{cases} A = B \\ A = C \end{cases}$ より $\begin{cases} 7x + y = 8 - y \\ 7x + y = 5x + 1 \end{cases}$

理解のコツ

- x, y のどちらの文字を消去するかは、 x, y の係数を見て判断しよう。係数の絶対値が等しい文字は、同符号ならひけば消去できるし、異符号ならたせば消去できます。
- 係数が小数や分数の方程式は、両辺に同じ数をかけて、係数を整数になおそう。

1 大人 1 人 200 円，中学生 1 人 100 円

解き方

大人 1 人 x 円，中学生 1 人 y 円とすると

$$\begin{cases} 3x + 4y = 1000 \\ 2x + 3y = 700 \end{cases}$$

 これを解くと $\begin{cases} x = 200 \\ y = 100 \end{cases}$

2

	高速道路	ふつうの道路	合計
道のり (km)	x	y	80
速さ (km/h)	80	30	
時間 (時間)	$\frac{x}{80}$	$\frac{y}{30}$	$\frac{4}{3}$

(1) $x + y = 80$
 (2) $\frac{x}{80} + \frac{y}{30} = \frac{4}{3}$

高速道路を走った道のりは 64 km，
 ふつうの道路を走った道のりは 16 km

解き方

(1) 高速道路を走った時間は

$$x \div 80 = \frac{x}{80} \text{ (時間)}$$

$$(2) \begin{cases} x+y=80 \\ \frac{x}{80} + \frac{y}{30} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

を解きます。

$$\text{これを解くと } \begin{cases} x=64 \\ y=16 \end{cases}$$

3 電車代 420 円, バス代 280 円

解き方

3 年前の電車代とバス代, 今年の電車代とバス代についてそれぞれ考え, 2 つの方程式をつくります。

3 年前の電車代を x 円, バス代を y 円とすると

$$\begin{cases} x+y=550 \\ \frac{120}{100}x + \frac{140}{100}y = 700 \end{cases}$$

$$\text{これを解くと } \begin{cases} x=350 \\ y=200 \end{cases}$$

連立方程式の解は, 3 年前の電車代とバス代です。求める数量は今年の電車代とバス代だから, 今年の電車代は

$$350 \times \frac{120}{100} = 420 \text{ (円)}$$

今年のバス代は

$$200 \times \frac{140}{100} = 280 \text{ (円)}$$

連立方程式の解をそのまま答えとしてしまわないように注意しましょう。

p.36~37

びたトレ 2

1 みかん 13 個, りんご 7 個

解き方

みかんを x 個, りんごを y 個買ったとすると

$$\begin{cases} x+y=20 \\ 60x+90y=1410 \end{cases}$$

$$\text{これを解くと } \begin{cases} x=13 \\ y=7 \end{cases}$$

2 プリン 1 個 120 円, ジュース 1 本 150 円

解き方

プリン 1 個の値段を x 円, ジュース 1 本の値段を y 円とすると

$$\begin{cases} 2x+3y=690 \\ 5x+2y=900 \end{cases}$$

$$\text{これを解くと } \begin{cases} x=120 \\ y=150 \end{cases}$$

3 高速道路を走った道のりは 138 km, ふうの道路を走った道のりは 56 km

解き方

高速道路を x km, ふうの道路を y km 走った

$$\text{とすると } \begin{cases} x+y=194 \\ \frac{x}{90} + \frac{y}{48} = 2\frac{42}{60} \end{cases}$$

$$\text{これを解くと } \begin{cases} x=138 \\ y=56 \end{cases}$$

4 A さんの歩く速さは分速 120 m, B さんの歩く速さは分速 80 m

解き方

A さんの歩く速さを分速 x m, B さんの歩く速さを分速 y m とすると

$$\begin{cases} 10x+10y=2000 \\ 50x-50y=2000 \end{cases}$$

$$\text{これを解くと } \begin{cases} x=120 \\ y=80 \end{cases}$$

5 シャツ 1800 円, 帽子 1400 円

解き方

シャツの定価を x 円, 帽子の定価を y 円とすると

$$\begin{cases} x+y=3200 \\ \frac{80}{100}x + \frac{70}{100}y = 2420 \end{cases}$$

$$\text{これを解くと } \begin{cases} x=1800 \\ y=1400 \end{cases}$$

6 (1) 昨年の男子 230 人, 昨年の女子 220 人
(2) 今年の男子 253 人, 今年の女子 209 人

解き方

(1) 昨年の男子の人数を x 人, 女子の人数を y 人と

$$\text{すると } \begin{cases} x+y=450 \\ \frac{10}{100}x - \frac{5}{100}y = 12 \end{cases}$$

$$\text{これを解くと } \begin{cases} x=230 \\ y=220 \end{cases}$$

別解 次の連立方程式を解いてもよい。

$$\begin{cases} x+y=450 \\ \frac{110}{100}x + \frac{95}{100}y = 450+12 \end{cases}$$

$$(2) \text{ 今年の男子の人数は } 230 \times \frac{110}{100} = 253 \text{ (人)}$$

$$\text{今年の女子の人数は } 220 \times \frac{95}{100} = 209 \text{ (人)}$$

7 中学生 1 人…500 円, 大人 1 人…800 円

解き方

1 人分の入園料を中学生 x 円, 大人 y 円とすると

$$\begin{cases} 3x+2y=3100 \\ 35x \times \frac{8}{10} + y = 14800 \end{cases}$$

$$\text{すなわち } \begin{cases} 3x+2y=3100 \\ 28x+y=14800 \end{cases}$$

$$\text{これを解くと } \begin{cases} x=500 \\ y=800 \end{cases}$$

理解のコツ

- ・問題文の中の数量の何を x , y で表せばよいかよく考えよう。
- ・速さに関する問題では、道のりの関係から1つの方程式を、時間の関係からもう1つの方程式をつくることが多い。

p.38~39

びたトレ3

① ㉞, ④, ㉟

解き方 $3x+y=10$ に、それぞれの x , y の値を代入して、等式が成り立つものを選びます。

- ② (1) $\begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=-4 \\ y=7 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$
 (4) $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$
 (7) $\begin{cases} x=-2 \\ y=-10 \end{cases}$ (8) $\begin{cases} x=5 \\ y=-4 \end{cases}$

解き方 それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。

- (1)代入法を使って解きます。
 (2)~(4)加減法を使って解きます。
 (5)まずかっこをはずして整理します。
 (6)② $\times 10$ より $x+8y=-5$
 (7)② $\times 10$ より $5x-8y=70$
 (8)① $\times 10$ より $3x-5y=35$
 ② $\times 20$ より $4x-15y=80$

- ③ (1) $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$

- 解き方 (1) $\begin{cases} 4x+3y=6 \\ -2x-6y=6 \end{cases}$ を解きます。
 (2) $\begin{cases} 2x-4y+16=0 \\ 6x+4y=0 \end{cases}$ を解きます。

④ a の値... -2 , b の値... -1

解き方 連立方程式に $x=3$, $y=-4$ を代入すると
 $\begin{cases} 3a-4b=-2 \\ 3b-4a=5 \end{cases}$ すなわち $\begin{cases} 3a-4b=-2 \\ -4a+3b=5 \end{cases}$
 これを解くと $\begin{cases} a=-2 \\ b=-1 \end{cases}$

⑤ ノート1冊...150円, ボールペン1本...100円

解き方 ノート1冊の値段を x 円, ボールペン1本の値段を y 円とすると
 $\begin{cases} 3x+2y=650 \\ 2x=3y \end{cases}$
 これを解くと $\begin{cases} x=150 \\ y=100 \end{cases}$

⑥ (1)42分間... $\frac{7}{10}y$ km, 48分間... $\frac{4}{5}y$ km

(2)歩いた速さ...時速4km

自動車の速さ...時速40km

解き方 (1)(道のり)=(速さ) \times (時間)
 $42分=\frac{42}{60}$ 時間 $48分=\frac{48}{60}$ 時間
 (2)歩いた速さを時速 x km, 自動車の速さを時速 y km とすると
 $\begin{cases} 2x+\frac{7}{10}y=36 \\ x+\frac{4}{5}y=36 \end{cases}$
 これを解くと $\begin{cases} x=4 \\ y=40 \end{cases}$

⑦ 今年の男子部員...15人

今年の女子部員...23人

解き方 昨年の男子部員を x 人, 女子部員を y 人とすると
 $\begin{cases} x+y=32 \\ \frac{25}{100}x=\frac{15}{100}y \end{cases}$
 これを解くと $\begin{cases} x=12 \\ y=20 \end{cases}$
 今年増加した人数は男女とも
 $12 \times \frac{25}{100} = 3$ (人)
 今年の男子部員数は $12+3=15$ (人)
 今年の女子部員数は $20+3=23$ (人)

3章 1次関数

p.41

びたトレ0

1 (1) $y=4x$ (2) $y=120-x$ (3) $y=\frac{40}{x}$

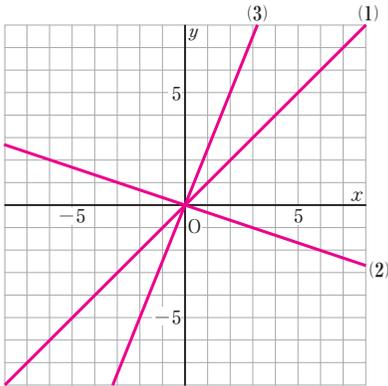
比例するもの…(1)

反比例するもの…(3)

解き方

比例定数を a とすると、比例の関係は $y=ax$ の形、反比例の関係は $y=\frac{a}{x}$ の形で表されます。

2



解き方

原点以外のもう1つの点は、 x 座標、 y 座標がともに整数となる点をとります。

(2) $x=3$ のとき $y=-1$ だから、原点と点 $(3, -1)$ の2点を結びます。

(3) $x=2$ のとき $y=5$ だから、原点と点 $(2, 5)$ の2点を結びます。

p.43

びたトレ1

1 (1) $y=30x$ 1次関数である。
 (2) $y=x^2$ 1次関数でない。
 (3) $y=5x+20$ 1次関数である。

解き方

y が x の1次式 $y=ax+b$ ($b=0$ でもよい) で表されるとき、 y は x の1次関数です。

(1) y は x の1次式で表されるから、 y は x の1次関数です。

(2) y は x の2次式で表されるから、 y は x の1次関数ではありません。

(3) y は x の1次式で表されるから、 y は x の1次関数です。

2 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{3}{2}$

解き方

(1) x の増加量は $8-2=6$

y の増加量は

$$\frac{3}{2} \times 8 + 1 - \left(\frac{3}{2} \times 2 + 1 \right) = 9$$

変化の割合は $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

(2) x の増加量は $1 - (-4) = 5$

y の増加量は

$$\frac{3}{2} \times 1 + 1 - \left\{ \frac{3}{2} \times (-4) + 1 \right\} = \frac{15}{2}$$

変化の割合は $\frac{15}{2} \div 5 = \frac{3}{2}$

3 (1) 2 (2) -1 (3) $-\frac{1}{2}$

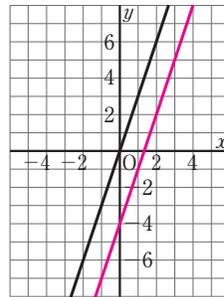
解き方

1次関数 $y=ax+b$ では、変化の割合は一定で、 x の係数 a に等しくなります。

p.45

びたトレ1

1



解き方

1次関数 $y=ax+b$ のグラフは、 $y=ax$ のグラフを、 y 軸の正の方向に b だけ平行移動した直線です。

2 (1) -3 (2) 1

解き方

1次関数 $y=ax+b$ の b を、このグラフの切片といいます。

(1) $y=2x-3=2x+(\underline{-3})$

(2) $y=-3x+\underline{1}$

3 (1) 4 (2) -1

解き方

1次関数 $y=ax+b$ の a を、このグラフの傾きといいます。

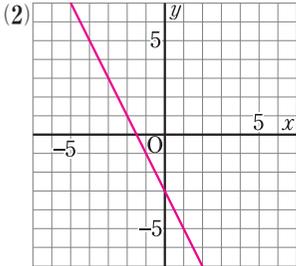
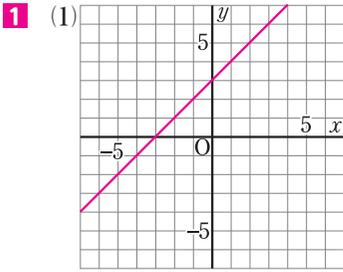
(1) $y=\underline{4}x-1$

(2) $y=-x+5=\underline{-1}x+5$

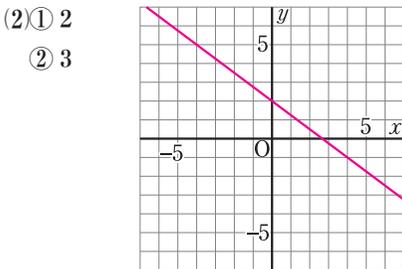
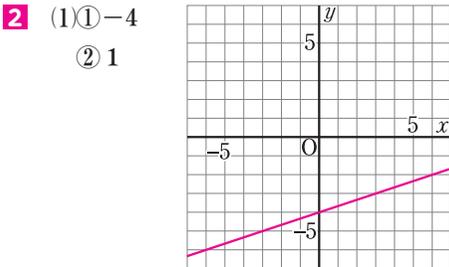
4 ① 0 ② 係数 ③ 4

解き方

1次関数 $y=ax+b$ の x の係数 a がこのグラフの傾きで、定数項 b がこのグラフの切片です。



解き方 (1)点(0, 3)から、右へ1進むと上へ1進みます。
 (2)点(0, -3)から、右へ1進むと下へ2進みます。



解き方 グラフが通る2点のx座標とy座標がどちらも整数となるような点をとります。

- 1 (1) $y=2x-2$ (2) $y=-x+2$
 (3) $y=-\frac{3}{4}x-3$ (4) $y=\frac{1}{4}x+3$

解き方 直線の傾きと切片を読み取ります。
 (1)切片は-2, 傾きは2
 (2)切片は2, 傾きは-1
 (3)切片は-3, 傾きは $-\frac{3}{4}$
 (4)切片は3, 傾きは $\frac{1}{4}$

- 2 (1) $y=2x-3$ (2) $y=3x+5$

解き方

(1)変化の割合が2の1次関数の式は $y=2x+b$ と表せます。この式に $x=4, y=5$ を代入して、 b の値を求めます。
 (2)傾きが3の直線の式は $y=3x+b$ と表せます。この式に $x=-1, y=2$ を代入して、 b の値を求めます。

- 3 (1) $y=x+3$ (2) $y=\frac{3}{2}x+5$

解き方

(1)傾きは $\frac{6-4}{3-1}=1$
 直線の式を $y=x+b$ と表して、この式に $x=1, y=4$ を代入して、 b の値を求めます。
 (2)傾きは $\frac{8-(-1)}{2-(-4)}=\frac{3}{2}$
 直線の式を $y=\frac{3}{2}x+b$ と表して、この式に $x=-4, y=-1$ を代入して、 b の値を求めます。

別解 求める1次関数の式を $y=ax+b$ とします。

(1) $x=1$ のとき $y=4$ だから
 $4=a+b$ ……①
 $x=3$ のとき $y=6$ だから
 $6=3a+b$ ……②
 ①, ②を連立方程式として解くと、 a, b の値を求めることができます。

(2)①と同じようにして

$$\begin{cases} -1=-4a+b \\ 8=2a+b \end{cases}$$
 の連立方程式を解いてもよいです。

- 4 $y=\frac{1}{2}x+6$

解き方

切片が6の直線の式は $y=ax+6$ と表せます。

- 1 ㉞, ㉠, ㉡, ㉢

解き方

①の比例は1次関数の特別な場合といえます。
 ㉠と㉡は、 y が x の1次式で表されていないので、1次関数ではありません。

- 2 (1)4 (2)1 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{4}{3}$

解き方

1次関数 $y=ax+b$ の変化の割合は、 x の係数 a に等しい。

3 (1)-3 (2)-1 (3)いえない。

解き方

$$(1) \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{3-6}{2-1} = -3$$

$$(2) \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})} = \frac{2-3}{3-2} = -1$$

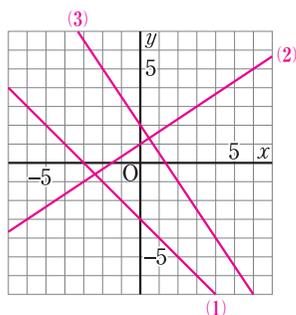
- 4 (1)傾き...-2, 切片...2
 (2)傾き...1, 切片...-6
 (3)傾き... $\frac{2}{3}$, 切片...1
 (4)傾き... $-\frac{1}{2}$, 切片...0

解き方

1次関数 $y=ax+b$ のグラフで、 a を傾き、 b を切片といいます。

$$(4) y = -\frac{1}{2}x + 0 \text{ と考えます。}$$

5



解き方

- (1)切片 -3, 傾き -1 の直線をひきます。
 (2)切片 1, 傾き $\frac{2}{3}$ の直線をひきます。
 (3)切片 2, 傾き $-\frac{3}{2}$ の直線をひきます。

6 (1) $y = -2x - 3$ (2) $y = \frac{5}{3}x + 2$

解き方

- (1)切片は -3 で、傾きは -2 です。
 (2)切片は 2 です。この直線は右へ 3 進むと上へ 5 進んでいるから、傾きは $\frac{5}{3}$ です。

7 (1) $y = -x - \frac{1}{3}$ (2) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$
 (3) $y = \frac{5}{4}x - 2$ (4) $y = -2x - 1$

解き方

- (1)点 $(0, -\frac{1}{3})$ を通るから、この直線の切片が $-\frac{1}{3}$ であることがわかります。
 (2)求める 1 次関数の式を $y=ax+b$ とすると、
 $x=0$ のとき $y = \frac{1}{4}$ だから $b = \frac{1}{4}$ です。
 (3)変化の割合は $\frac{5}{4}$ です。
 (4)平行な 2 直線の傾きは等しくなります。

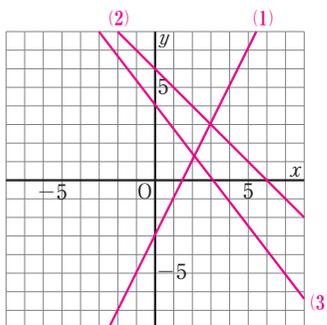
理解のコツ

- 1次関数のグラフの傾きを読み取るには、グラフ上で x 座標、 y 座標がともに整数である 2 点を見つけよう。
- 傾きが a であるとはどういうことか、切片が b である点はどこであるかを理解しておこう。
- 直線の式は、 $y=ax+b$ とおいて、与えられた条件から a 、 b の値を求めます。

p.53

びたトレ 1

1



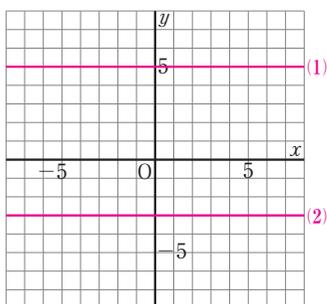
解き方

それぞれの方程式を y について解きます。

$$(1) y = 2x - 3 \quad (2) y = -x + 6$$

$$(3) y = -\frac{4}{3}x + 4$$

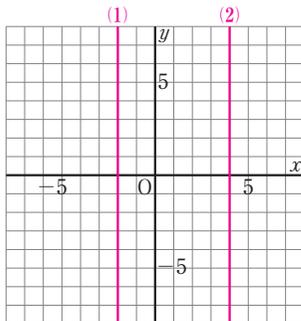
2



解き方

- $y=k$ のグラフは、点 $(0, k)$ を通り、 x 軸に平行な直線です。
 (2) $y = -3$ のグラフをかきます。

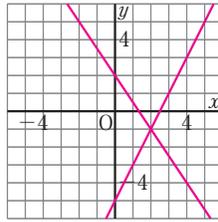
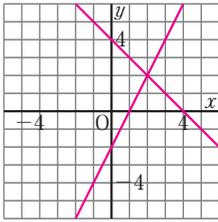
3



解き方

- $x=h$ のグラフは、点 $(h, 0)$ を通り、 y 軸に平行な直線です。
 (2) $x = 4$ のグラフをかきます。

$$1 \quad (1) \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$$



解き方

連立方程式の2つの方程式のグラフをそれぞれかいて、その交点の座標を読み取ります。交点の x 座標、 y 座標の組が、連立方程式の解です。

$$2 \quad (1) \textcircled{1} y = -\frac{3}{2}x + 4 \quad \textcircled{2} y = x + 1$$

$$(2) \left(\frac{6}{5}, \frac{11}{5} \right)$$

解き方

(1)①傾きが $-\frac{3}{2}$ 、切片が4の直線です。

②傾きが1、切片が1の直線です。

(2)連立方程式 $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 4 \\ y = x + 1 \end{cases}$ を解くと

$$\begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{11}{5} \end{cases}$$

$$1 \quad (1) y = \frac{18}{5}x + 10 \quad (2) 15 \text{ 分後}$$

解き方

(1)直線の傾きは $\frac{28-10}{5-0} = \frac{18}{5}$ 切片は10

(2) $y = \frac{18}{5}x + 10$ に $y=64$ を代入して、 x の値を求めます。

$$2 \quad (1) \text{分速 } 75 \text{ m} \quad (2) 12 \text{ 分後} \quad (3) 900 \text{ m}$$

解き方

(1)グラフの傾きが速さを表しています。

10分間で750m進んでいるから、
 $750 \div 10 = 75$ 分速 75 m

(2)図からグラフの交点の x 座標を読み取ると、 $x=12$ です。

(3) $y=75x$ に $x=12$ を代入して、 y の値を求めます。

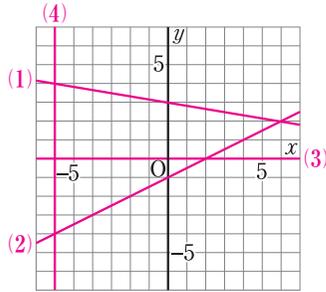
$$1 \quad (1) \textcircled{ア}, \textcircled{エ} \quad (2) \textcircled{エ}$$

解き方

(1) $x=2, y=3$ を式に代入して、等式が成り立つものを選びます。

(2) $y=k$ のグラフは、 x 軸に平行な直線です。

2



解き方

(1), (2)を y について解くと

$$(1) y = -\frac{1}{6}x + 3$$

$$(2) y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$(3) y = 0$$

$$(4) x = -6$$

3

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases}$$

解き方

方程式 $x+6y=18$ のグラフと方程式 $x-2y=2$ のグラフの交点の座標を読み取ります。

4

$$(1) \left(-\frac{5}{2}, -1 \right) \quad (2) \left(-\frac{8}{5}, \frac{12}{5} \right)$$

解き方

(1)直線①の式は $y=2x+4$

直線②の式は $y=-1$

この2つの式を連立方程式として解きます。

(2)直線①の式は $y = -\frac{3}{2}x$

直線②の式は $y=x+4$

この2つの式を連立方程式として解きます。

5

(1) $y=0.1x$ ($0 \leq x \leq 6$)

$$y = -0.1x + 1.2 \quad (6 \leq x \leq 7)$$

(2) $y=0.25x-1.25$ ($5 \leq x \leq 7$)

(3)午前10時7分, 0.5 km

解き方

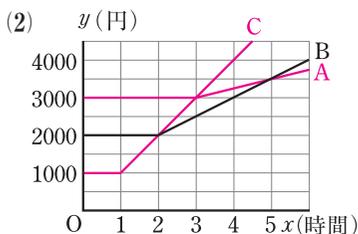
(1)分速が直線の傾きになります。

(2)点(5, 0)を通り、傾きは分速に等しく0.25

(3)グラフの交点の座標を読み取ります。

$$\begin{cases} y = -0.1x + 1.2 \\ y = 0.25x - 1.25 \end{cases} \text{ を解く方法もあります。}$$

6 (1)① 2 ② 2000 ③ 500



(3) 5 時間

解き方

- (1) $0 \leq x \leq 2$ では、 $y=2000$ で一定です。
 $2 \leq x$ のとき、変化の割合は 500
 (2) A は $0 \leq x \leq 3$ のとき $y=3000$
 $3 \leq x$ のとき、 $(3, 3000)$ を通り、傾き 250 の直線になります。
 (3) A のグラフが最も下になるときの x の変域を考えます。A のグラフと B のグラフが交わるのは、 $x=5$ のときです。

理解のコツ

- ・ x 軸との交点 $\rightarrow y=0$
 y 軸との交点 $\rightarrow x=0$
- ・ 2 直線の交点の座標 \rightarrow 2 直線の方程式を連立方程式として解きます。
- ・ 速さに関する問題では、直線の傾きが速さを表すことが多い。

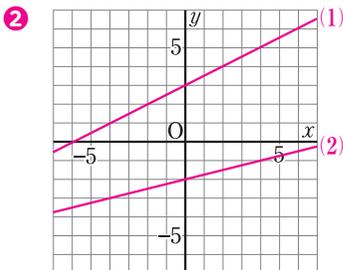
p.60~61

びたトレ 3

1 (1) $-\frac{3}{4}$ (2) 傾き $\dots -\frac{3}{4}$, 切片 $\dots -2$

解き方

- (1) 1 次関数 $y=ax+b$ の変化の割合は、 x の係数 a に等しい。
 (2) 1 次関数 $y=ax+b$ のグラフの傾きは a , 切片は b です。
 $y = -\frac{3}{4}x - 2 = -\frac{3}{4}x + (-2)$ と考えます。



解き方

傾きと切片を使って、グラフをかきます。

3 (1) $y = -2x + 13$ (2) $y = \frac{1}{2}x - 4$

(3) $y = 6x - 5$ (4) $y = -\frac{1}{3}x + 6$

解き方

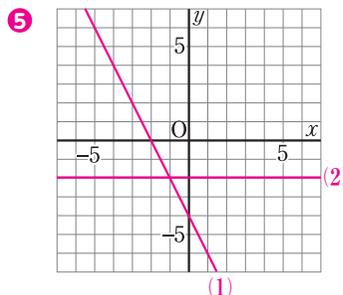
- (1) $y = -2x + b$ に $x=4, y=5$ を代入します。
 (2) $y = ax - 4$ に $x=-2, y=-5$ を代入します。
 (3) $y = ax + b$ に 2 点の座標を代入します。
 (4) $y = ax + b$ に 2 組の x の値、 y の値を代入します。

4 (1) $y = x - 1$ (2) $y = -\frac{1}{4}x + 3$

(3) $y = -\frac{2}{3}x - 2$ (4) $y = 3x - 9$

解き方

- (1)~(3) のグラフから、切片と傾きを読み取ります。
 (1) 切片が -1 で、傾きは 1
 (2) 切片が 3 で、傾きは $-\frac{1}{4}$
 (3) 切片が -2 で、傾きは $-\frac{2}{3}$
 (4) グラフから切片が読み取れないので、グラフから通る 1 点の座標と傾きを読み取ります。
 点 $(3, 0)$ を通り、傾きは 3 です。



解き方

- (1) $y = -2x - 4$
 (2) $y = -2$ より、グラフは点 $(0, -2)$ を通り、 x 軸に平行な直線になります。

6 $(\frac{15}{4}, \frac{7}{2})$

解き方

- ℓ は傾き $\frac{2}{3}$, 切片 1 の直線だから、直線 ℓ の式は $y = \frac{2}{3}x + 1$
 m は傾き 2 , 切片 -4 の直線だから、直線 m の式は $y = 2x - 4$
 この ℓ, m の式を連立方程式として解きます。

⑦ (1) $y=32x$ (2) $y=-32x+384$

(3) $\frac{7}{2}$ 秒後, $\frac{17}{2}$ 秒後

解き方

(1) $y = \frac{1}{2} \times 16 \times 4x = 32x$

x の変域は $0 \leq x \leq 4$ となります。

(2) $PB = 16 \times 3 - 4x = 48 - 4x$

$y = \frac{1}{2} \times 16 \times (48 - 4x) = -32x + 384$

x の変域は $8 \leq x \leq 12$ となります。

(3)点 P が辺 AD 上にあるときは

$y = \frac{1}{2} \times 16 \times 16 = 128(\text{cm}^2)$

したがって、辺 CD 上と辺 AB 上にあるとき、面積が 112 cm^2 になります。

$32x = 112$, $-32x + 384 = 112$ をそれぞれ解きます。

4章 図形の性質と合同

p.63

びたトレ 0

- ① (1)頂点 A と頂点 G, 頂点 B と頂点 H,
頂点 C と頂点 E, 頂点 D と頂点 F
(2)辺 AB と辺 GH, 辺 BC と辺 HE,
辺 CD と辺 EF, 辺 DA と辺 FG
(3) $\angle A$ と $\angle G$, $\angle B$ と $\angle H$, $\angle C$ と $\angle E$,
 $\angle D$ と $\angle F$

解き方

四角形 GHEF は四角形 ABCD を 180° 回転移動した形です。

- ② (1) $DE = 3 \text{ cm}$, $EF = 4 \text{ cm}$, $FD = 2 \text{ cm}$
(2) $\angle D = 105^\circ$, $\angle F = 47^\circ$

解き方

合同な図形では、対応する辺の長さは等しく、対応する角の大きさも等しくなっています。
 $\angle B = \angle E$ なので、頂点 B と頂点 E が対応しているとわかります。このことから、対応している辺や角を見つけます。

- (1)辺 AB と辺 DE, 辺 BC と辺 EF, 辺 CA と辺 FD
が、それぞれ対応しています。
(2) $\angle A$ と $\angle D$, $\angle C$ と $\angle F$ が、それぞれ対応しています。

- ③ (1) $\angle x = 30^\circ$ (2) $\angle y = 125^\circ$

解き方

- (1)三角形の3つの角の和は 180° だから、
 $\angle x = 180^\circ - 85^\circ - 65^\circ = 30^\circ$
(2)2つの角の和は、
 $50^\circ + 75^\circ = 125^\circ$
だから、残りの角の大きさは、
 $180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$
一直線は 180° なので、
 $\angle y = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

p.65

びたトレ 1

- ① $\angle a = 70^\circ$, $\angle b = 45^\circ$, $\angle c = 65^\circ$

解き方

$\angle a$ は 70° の角の対頂角で、 $\angle c$ は 65° の角の対頂角です。
 $\angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$ より、
 $\angle b = 180^\circ - (70^\circ + 65^\circ) = 45^\circ$

- ② $\angle x = 65^\circ$, $\angle y = 110^\circ$

解き方

平行線の錯角は等しいから $\angle x = 65^\circ$
平行線の同位角は等しいから $\angle y = 110^\circ$

- ③ $\angle x = 40^\circ$

解き方

平行線の錯角は等しいから
 $\angle x + 140^\circ = 180^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

4 (1) $l \parallel p$ (2) $\angle a = \angle d$

解き方

- (1) 錯角が 96° で等しいから、直線 l と直線 p は平行です。
 (2) $l \parallel p$ で、 $\angle a$ と $\angle d$ は同位角です。
 平行線の同位角は等しいから、 $\angle a = \angle d$

p.67

びたトレ1

1 (1) $\angle x = 55^\circ$ (2) $\angle x = 130^\circ$ (3) $\angle x = 55^\circ$

解き方

- (1) 三角形の内角の和は 180° だから
 $\angle x + 45^\circ + 80^\circ = 180^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - (45^\circ + 80^\circ) = 55^\circ$
 (2) 三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから
 $\angle x = 55^\circ + 75^\circ = 130^\circ$
 (3) 三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから
 $\angle x + 45^\circ = 100^\circ$
 $\angle x = 100^\circ - 45^\circ = 55^\circ$

2 (1) 1080° (2) 十四角形

解き方

- (1) n 角形の内角の和は $180^\circ \times (n-2)$
 八角形の内角の和は、 n に 8 を代入して、
 $180^\circ \times (8-2) = 1080^\circ$
 (2) 求める多角形を n 角形とします。
 $180^\circ \times (n-2) = 2160^\circ$ より
 $n = 14$
 したがって、十四角形です。

3 (1) $\angle x = 116^\circ$ (2) $\angle x = 63^\circ$

解き方

- 多角形の外角の和は 360° です。
 (1) $\angle x + 123^\circ + 121^\circ = 360^\circ$
 $\angle x = 360^\circ - (123^\circ + 121^\circ) = 116^\circ$
 (2) 内角が 85° の頂点の外角は
 $180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$ だから、
 $\angle x + 70^\circ + 95^\circ + 40^\circ + 92^\circ = 360^\circ$
 $\angle x = 360^\circ - (70^\circ + 95^\circ + 40^\circ + 92^\circ) = 63^\circ$

4 正六角形

解き方

- 多角形の外角の和は 360° です。
 $360^\circ \div 60^\circ = 6$
 したがって、正六角形です。

p.68~69

びたトレ2

1 (1) $\angle x = 45^\circ$ (2) $\angle x = 15^\circ$

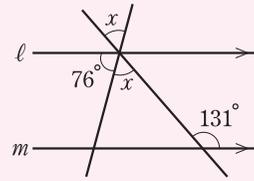
解き方

- (1) $\angle x = 180^\circ - (35^\circ + 30^\circ + 70^\circ) = 45^\circ$
 (2) $\angle x + 6\angle x + 5\angle x = 180^\circ$
 $12\angle x = 180^\circ$ $\angle x = 15^\circ$

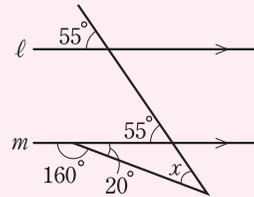
2 (1) $\angle x = 55^\circ$ (2) $\angle x = 35^\circ$

解き方

- (1) 対頂角は等しい。
 また、平行線の錯角は等しいから
 $\angle x = 131^\circ - 76^\circ = 55^\circ$



- (2) 平行線の同位角は等しい。
 $180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$
 三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから、 $\angle x + 20^\circ = 55^\circ$
 $\angle x = 55^\circ - 20^\circ = 35^\circ$



3 (1) 鈍角三角形 (2) 直角三角形

解き方

- 90° の角は直角、 0° より大きく 90° より小さい角を鋭角、 90° より大きく 180° より小さい角を鈍角といいます。
 3つの内角がすべて鋭角である三角形を鋭角三角形、1つの内角が直角である三角形を直角三角形、1つの内角が鈍角である三角形を鈍角三角形といいます。
 (1) 三角形の内角の和は 180° だから、わかっていない内角の大きさは
 $180^\circ - (25^\circ + 40^\circ) = 115^\circ$
 1つの内角が鈍角だから、鈍角三角形です。
 (2) わかっていない内角の大きさは
 $180^\circ - (35^\circ + 55^\circ) = 90^\circ$
 1つの内角が直角だから、直角三角形です。

4 (1) $\angle x = 40^\circ$ (2) $\angle x = 97^\circ$

解き方

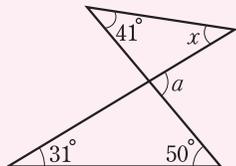
(1) 下の図で、三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから

$$31^\circ + 50^\circ = \angle a$$

$$41^\circ + \angle x = \angle a$$

$$31^\circ + 50^\circ = 41^\circ + \angle x \text{ より}$$

$$\angle x = 81^\circ - 41^\circ = 40^\circ$$



(2) 下の図のように、直線をひきます。

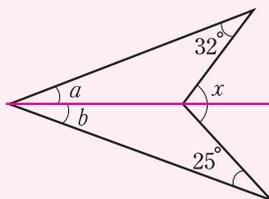
三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから

$$\angle x = (\angle a + 32^\circ) + (\angle b + 25^\circ)$$

$$= \angle a + \angle b + 32^\circ + 25^\circ$$

$$\angle a + \angle b = 40^\circ \text{ だから,}$$

$$\angle x = 40^\circ + 32^\circ + 25^\circ = 97^\circ$$



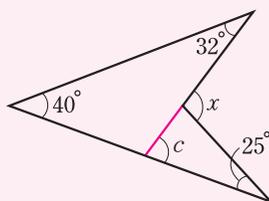
別解 下の図のように、直線をひきます。

三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいことを使います。

$$\angle c = 40^\circ + 32^\circ = 72^\circ$$

だから,

$$\angle x = \angle c + 25^\circ = 72^\circ + 25^\circ = 97^\circ$$



5 (1) $\angle x = 100^\circ$ (2) $\angle x = 54^\circ$

解き方

(1) 六角形の内角の和は

$$180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$$

$$\angle x = 720^\circ - (110^\circ + 150^\circ + 140^\circ + 90^\circ + 130^\circ)$$

$$= 100^\circ$$

(2) 多角形の外角の和は 360° です。

$$\angle x = 360^\circ - (85^\circ + 71^\circ + 80^\circ + 70^\circ)$$

$$= 54^\circ$$

6 $\angle x = 51^\circ$

解き方

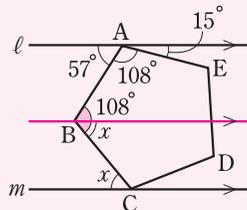
下の図のように、頂点 B を通り、直線 ℓ に平行な直線をひきます。

正五角形の1つの内角の大きさは

$$180^\circ \times (5-2) \div 5 = 108^\circ$$

$$180^\circ - (108^\circ + 15^\circ) = 57^\circ$$

$$\angle x = 108^\circ - 57^\circ = 51^\circ$$



7 (1) 900° (2) 十三三角形

解き方

$$(1) 180^\circ \times (7-2) = 900^\circ$$

$$(2) 180^\circ \times (n-2) = 1980^\circ \text{ より } n = 13$$

したがって、十三三角形です。

8 (1) 140° (2) 正十八角形 (3) 正六角形

解き方

(1) 1つの外角の大きさは

$$360^\circ \div 9 = 40^\circ$$

だから、1つの内角の大きさは

$$180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

はじめに正九角形の内角の和を求めてから、それを9でわって求めてもよいです。

(2) 1つの外角の大きさは

$$180^\circ - 160^\circ = 20^\circ \text{ より } 360^\circ \div 20^\circ = 18$$

(3) 1つの外角の大きさを x° とすると、1つの内角の大きさは $2x^\circ$ となります。

$$x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ \text{ より } x^\circ = 60^\circ$$

$$\text{したがって } 360^\circ \div 60^\circ = 6$$

理解のコツ

- 平行線があったら平行線の性質が利用できないか考えよう。
- 三角形の内角と外角の性質、多角形の内角の和、多角形の外角の和は、しっかりと理解して、使いこなせるようにしよう。
- 角の大きさを求める問題では、図に補助線をひいて求めるものがあります。解き方のわからない問題では、図に補助線をひいて考えてみよう。

- 1** (1) 辺 AD…辺 EH
 $\angle C \cdots \angle G$
 (2) 辺 AB=6 cm
 辺 FG=8 cm
 (3) $\angle B=70^\circ$
 $\angle H=120^\circ$

解き方

- (1) 四角形 ABCD \equiv 四角形 EFGH より
 頂点 A と頂点 E, 頂点 B と頂点 F,
 頂点 C と頂点 G, 頂点 D と頂点 H が対応して
 います。
 (2) 合同な図形では, 対応する線分の長さは等し
 くなっています。
 辺 AB に対応する辺は辺 EF です。
 辺 FG に対応する辺は辺 BC です。
 (3) 合同な図形では, 対応する角の大きさは等し
 くなっています。
 $\angle B$ に対応する角は $\angle F$ です。
 $\angle H$ に対応する角は $\angle D$ です。

- 2** $\triangle DEF \equiv \triangle RPQ$
 (合同条件) 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ
 等しい。
 $\triangle GHI \equiv \triangle JLK$
 (合同条件) 3 組の辺がそれぞれ等しい。

解き方

三角形の合同条件は 3 つあります。そのうちの
 どれか 1 つが成り立てば合同です。また, 合同
 な図形を記号 \equiv を使って表すときには, 対応す
 る頂点は同じ順にかきます。

- 3** (1) $\triangle ABC \equiv \triangle DBC$
 (合同条件) 2 組の辺とその間の角がそれぞれ
 等しい。
 (2) $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$
 (合同条件) 1 組の辺とその両端の角がそれぞ
 れ等しい。

解き方

- (1) $AC=DC$, $\angle ACB=\angle DCB$
 共通な辺だから $BC=BC$
 (2) $\angle A=\angle D$, $\angle ABC=\angle DCB$
 三角形の残りの角どうしも等しいから
 $\angle ACB=\angle DCB$
 共通な辺だから $BC=CB$

- 1** (1) ① $\triangle DOC$
 ② $\angle DOC$
 ③ 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

- (2) $\triangle AOB$ と $\triangle DOC$ において
 仮定から $AO=DO$ ……①
 $BO=CO$ ……②
 対頂角は等しいから
 $\angle AOB=\angle DOC$ ……③
 ①, ②, ③より, 2 組の辺とその間の角がそ
 れぞれ等しいから
 $\triangle AOB \equiv \triangle DOC$
 合同な図形の対応する角の大きさは等しいか
 ら $\angle BAO=\angle CDO$

解き方

- (1) $\angle BAO$ と $\angle CDO$ をそれぞれ内角にもつ 2 つ
 の三角形 $\triangle AOB$ と $\triangle DOC$ が合同であること
 を示します。
 (2) 合同な図形の性質から $\angle BAO=\angle CDO$ を導き
 ます。

- 2** (1) $\triangle APQ$ と $\triangle BPQ$ において
 仮定より $AP=BP$ ……①
 $AQ=BQ$ ……②
 共通な辺だから $PQ=PQ$ ……③
 ①, ②, ③より, 3 組の辺がそれぞれ等しい
 から $\triangle APQ \equiv \triangle BPQ$
 (2) $\triangle APM$ と $\triangle BPM$ において
 仮定より $AP=BP$ ……①
 共通な辺だから $PM=PM$ ……②
 (1)より, $\triangle APQ \equiv \triangle BPQ$ で,
 合同な図形の対応する角の大きさは等しいか
 ら $\angle APM=\angle BPM$ ……③
 ①, ②, ③より, 2 組の辺とその間の角がそ
 れぞれ等しいから
 $\triangle APM \equiv \triangle BPM$
 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから
 $AM=BM$
 また, 対応する角の大きさは等しいから
 $\angle AMP=\angle BMP$
 $\angle AMP+\angle BMP=180^\circ$ より
 $\angle AMP=\angle BMP=90^\circ$
 したがって
 $AB \perp PQ$

解き方

- (1) 点 A, B をそれぞれ中心とする等しい半径の円
 をかいているから $AP=BP=AQ=BQ$
 (2) AM と BM をそれぞれ辺にもつ 2 つの三角形
 $\triangle APM$ と $\triangle BPM$ が合同であることを示し
 $AM=BM$, $\angle AMP=\angle BMP=90^\circ$
 を導きます。

① ④, ⑦, ⑩

解き方

- ① 3組の辺がそれぞれ等しいから、2つの三角形は合同といえます。
- ② 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、2つの三角形は合同といえます。
- ③ 三角形の内角の和は 180° であることから $\angle A = \angle D$
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、2つの三角形は合同といえます。

② (1) 仮定 $l \parallel m, l \perp n$ 結論 $m \perp n$ (2) 仮定 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 結論 $\angle B = \angle E$ (3) 仮定 $a < b, b < c$ 結論 $a < c$

解き方

「○○○ならば□□□」ということからでは、○○○の部分仮定、□□□の部分結論にあたります。

③ (1) 仮定 $AB = CD, AD = CB$ 結論 $AD \parallel BC$

(2) 錯角が等しいことがわかればよい。そのためには、 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ を示せばよい。

(3) $\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ において仮定から $AB = CD$ ……① $AD = CB$ ……②共通な辺だから $BD = DB$ ……③

①, ②, ③より、3組の辺がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$$

合同な図形の対応する角の大きさは等しいから

$$\angle ADB = \angle CBD$$

錯角が等しいから

$$AD \parallel BC$$

解き方

- (1) 「○○○ならば□□□」の、○○○が仮定、□□□が結論です。
- (2) 2つの直線が平行であることを証明するためには、ふつう同位角や錯角が等しいことを示します。ここでは、 $\angle ADB = \angle CBD$ を示すことができれば、錯角が等しいことから、 $AD \parallel BC$ を導くことができます。
- (3) (2)の方針にもとづいて、証明をかきます。

④ (1) ①OB ②BP ③ $\angle BOP$ (2) $\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ (3) $\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ において仮定から $OA = OB$ ……① $AP = BP$ ……②共通な辺だから $OP = OP$ ……③

①, ②, ③より、3組の辺がそれぞれ等しいから

$$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$$

合同な図形の対応する角の大きさは等しいから

$$\angle AOP = \angle BOP$$

したがって、 OP は $\angle XOY$ の二等分線である。

解き方

- (1) 作図のしかたから、仮定を考えます。結論は、半直線 OP が $\angle XOY$ の二等分線となることです。
- (2) A と P , B と P を線分で結び、 $\triangle AOP$ と $\triangle BOP$ が合同であることを示せば、合同な図形の性質から $\angle AOP = \angle BOP$ を導くことができます。
- (3) (2)の2つの三角形が合同であることを示し、結論を導きます。

⑤ $\triangle APD$ と $\triangle BPE$ において仮定から $AD = BE$ ……①平行線の錯角は等しいから、 $AD \parallel EC$ より $\angle PAD = \angle PBE$ ……② $\angle PDA = \angle PEB$ ……③

①, ②, ③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle APD \equiv \triangle BPE$$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$$AP = BP$$

したがって、 P は辺 AB の中点になる。

解き方

$AP = BP$ を導けば、点 P が辺 AB の中点であることを証明できます。 AP と BP をそれぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle APD$ と $\triangle BPE$ が合同であることを示し、 $AP = BP$ を導きます。

- 6 (1) $\triangle AND$ と $\triangle DMC$ において
四角形 $ABCD$ は正方形だから

$$AD=DC \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

$$\angle ADN = \angle DCM \quad \dots\dots\textcircled{2}$$

点 M, N はそれぞれ辺 BC, CD の中点だから、

$$\frac{1}{2}DC = \frac{1}{2}BC \text{ より}$$

$$DN=CM \quad \dots\dots\textcircled{3}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AND \equiv \triangle DMC$$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$$AN=DM$$

(2) 90°

解き方

(1) AN と DM をそれぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle AND$ と $\triangle DMC$ が合同であることを示し、 $AN=DM$ を導きます。

(2) $\triangle DPN$ の内角と外角の関係から

$$\angle APD = \angle PDN + \angle DNP$$

$$(1) \text{より } \angle PDN = \angle DAN$$

$$\angle DNP = \angle DNA \text{ より}$$

$$\angle APD = \angle DAN + \angle DNA$$

$$= 180^\circ - \angle ADN$$

$$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

理解のコツ

- ・ 三角形の合同条件をしっかりと理解し、証明のしくみとかき方を身につけておこう。
- ・ 証明問題では、仮定と結論をはっきりさせ、結論に着目しよう。そして、その結論を導くためには、どの線分の長さや角の大きさが等しくなればよいのかを考え、その線分や角をもつ2つの三角形が合同であることを示せるか考えてみよう。

p.76~77

びたトレ3

- 1 (1) $\angle x = 64^\circ$ (2) $\angle x = 43^\circ$

解き方

(1) 対頂角の性質や一直線の角の大きさが 180° であることを利用して求めます。

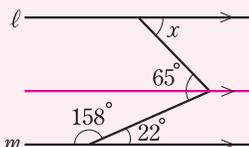
$$\angle x = 180^\circ - (42^\circ + 74^\circ) = 64^\circ$$

(2) 下の図のように、 65° の角の頂点を通り、直線 ℓ に平行な直線をひきます。

$$180^\circ - 158^\circ = 22^\circ$$

平行線の錯角は等しいから

$$\angle x = 65^\circ - 22^\circ = 43^\circ$$



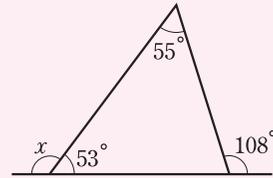
- 2 (1) $\angle x = 127^\circ$ (2) $\angle x = 41^\circ$ (3) $\angle x = 140^\circ$
(4) $\angle x = 20^\circ$

解き方

(1) 三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから

$$108^\circ - 55^\circ = 53^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$$

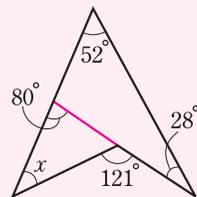


(2) 下の図のように、直線をひきます。

三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから

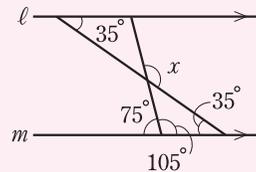
$$52^\circ + 28^\circ = 80^\circ$$

$$\angle x = 121^\circ - 80^\circ = 41^\circ$$



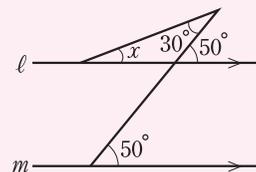
(3) 平行線の錯角は等しいことと、三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいことから

$$\angle x = 105^\circ + 35^\circ = 140^\circ$$



(4) 平行線の同位角は等しいことと、三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいことから

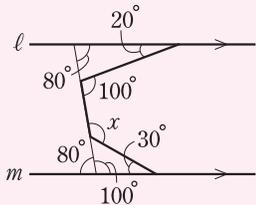
$$\angle x = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$



3 (1) $\angle x = 130^\circ$ (2) $\angle x = 130^\circ$

解き方

(1) 下の図のように、直線をひきます。
 三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいことと、平行線の錯角は等しいことから
 $\angle x = 30^\circ + 100^\circ = 130^\circ$



別解 100° の角と $\angle x$ の頂点をそれぞれを通り、直線 l に平行な2本の直線をひいて求めることもできます。

(2) (\circ の角度) + (\times の角度) = $(180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

4 (1) 2880 (2) 十角形

解き方

(1) $180^\circ \times (18 - 2) = 2880^\circ$
 (2) n 角形とすると、 $180^\circ \times (n - 2) = 1440^\circ$ より
 $n = 10$
 したがって、十角形です。

5 (1) $\angle x = 117^\circ$ (2) $\angle x = 80^\circ$

解き方

(1) $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$
 五角形の内角の和は $180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$
 $\angle x = 540^\circ - (90^\circ + 110^\circ + 120^\circ + 103^\circ) = 117^\circ$
 (2) $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ $180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$
 多角形の外角の和は 360° だから
 $\angle x = 360^\circ - (60^\circ + 50^\circ + 55^\circ + 60^\circ + 55^\circ) = 80^\circ$

6 (1) 正十角形 (2) 156°

解き方

(1) 多角形の外角の和は 360° で、正多角形の外角の大きさはすべて等しいから $360^\circ \div 36 = 10$ したがって、正十角形です。
 (2) 正十五角形の外角の和は 360° で、外角の大きさはすべて等しいから、1つの外角の大きさは $360^\circ \div 15 = 24^\circ$
 1つの内角の大きさは $180^\circ - 24^\circ = 156^\circ$
別解 正十五角形の内角の和は $180^\circ \times (15 - 2) = 2340^\circ$
 正十五角形の内角の大きさはすべて等しいから、1つの内角の大きさは $2340^\circ \div 15 = 156^\circ$

7 (1) 仮定 $AB = DC$, $\angle ABC = \angle DCB$

結論 $AC = DB$

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において

仮定から $AB = DC$ ①

$\angle ABC = \angle DCB$ ②

共通な辺だから $BC = CB$ ③

①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$AC = DB$

解き方

(1) 「 \circ 」ならば「 \square 」の、 \circ が仮定、 \square が結論です。

(2) 三角形の合同条件を使う証明問題です。ACとDBをそれぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ が合同であることを示し、 $AC = DB$ を導きます。

8 $\triangle BCG$ と $\triangle DCE$ において

仮定から $BC = DC$ ①

$GC = EC$ ②

正方形の1つの内角が 90° だから

$\angle BCG = \angle BCD - \angle DCG$
 $= 90^\circ - \angle DCG$ ③

$\angle DCE = \angle GCE - \angle DCG$
 $= 90^\circ - \angle DCG$ ④

③, ④から

$\angle BCG = \angle DCE$ ⑤

①, ②, ⑤より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle BCG \equiv \triangle DCE$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$BG = DE$

解き方

三角形の合同条件を使う、やや難しい証明問題です。BGとDEをそれぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle BCG$ と $\triangle DCE$ が合同であることを示し、 $BG = DE$ を導きます。 $\angle BCG$ と $\angle DCE$ は、正方形の1つの内角が 90° であることに着目し、 90° から共通の部分である $\angle DCG$ をそれぞれひいた角だから等しくなります。このことを示せるかがポイントになります。

5章 三角形と四角形

p.79

びたトレ0

- 1 (1)二等辺三角形, 等しい
(2)正三角形, 3つ

解き方 同じような意味のことが書かれていれば正解です。

- 2 アとエ
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
イとキ
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。
ウとオ
3組の辺がそれぞれ等しい。

解き方 キは, 残りの角の大きさを求めると, イと合同であるとわかります。

p.81

びたトレ1

- 1 (1) $\angle x = 66^\circ$ (2) $\angle x = 90^\circ$

解き方 「二等辺三角形の2つの底角は等しい。」という定理を使います。

$$\begin{aligned} (1) \angle x + \angle x + 48^\circ &= 180^\circ \\ \angle x &= (180^\circ - 48^\circ) \div 2 = 66^\circ \\ (2) 180^\circ - 135^\circ &= 45^\circ \\ \angle x + 45^\circ + 45^\circ &= 180^\circ \\ \angle x &= 90^\circ \end{aligned}$$

- 2 $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において
仮定から $BD = CE$ ……①
 $AB = AC$ ……②
 $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形だから
 $\angle ABD = \angle ACE$ ……③
①, ②, ③より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$$AD = AE$$

解き方 AD と AE をそれぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ が合同であることを示し, $AD = AE$ を導きます。
二等辺三角形の2つの底辺が等しいことから
 $\angle B = \angle C$
であることがわかります。

- 3 (1) $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ において
仮定から $AB = AD$ ……①
 $BC = DC$ ……②
また AC は共通 ……③
①, ②, ③より, 3組の辺がそれぞれ等しいから $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$
合同な図形の対応する角の大きさは等しいから $\angle BCA = \angle DCA$
(2) $\triangle BCD$ は, $BC = DC$ の二等辺三角形で,
(1)の結果から, AC は頂角 $\angle BCD$ の二等分線になる。したがって, AC は底辺 BD を垂直に2等分するから, AC は線分 BD の垂直二等分線である。

解き方 (1) $\angle BCA$ と $\angle DCA$ をそれぞれ角にもつ2つの三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ が合同であることを示し, $\angle BCA = \angle DCA$ を導きます。
(2)(1)の結果から, AC は $\angle BCD$ の二等分線であることがわかります。

p.83

びたトレ1

- 1 $\triangle BPR$ と $\triangle CQP$ において
仮定から $BP = CQ$ ……①
 $BR = CP$ ……②
 $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形だから
 $\angle RBP = \angle PCQ$ ……③
①, ②, ③より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle BPR \equiv \triangle CQP$
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから
 $PR = QP$
2辺が等しいから, $\triangle PQR$ は二等辺三角形である。

解き方 $\triangle PQR$ が二等辺三角形であることを示すには, 3つの辺 PQ, QR, RP のうちの2辺の長さが等しいことを導きます。
与えられた仮定から, $\triangle BPR \equiv \triangle CQP$ を示し, $PR = QP$ を導きます。

2 △ABCにおいて

∠A=∠Bより、2つの角が等しいから

△ABCは二等辺三角形で

$$CA=BC \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

∠B=∠Cより、2つの角が等しいから

△ABCは二等辺三角形で

$$AB=CA \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

①, ②より、 $AB=BC=CA$

3辺が等しいから△ABCは正三角形である。

解き方

2つの角が等しい三角形は二等辺三角形であることを利用します。

△ABCが正三角形であることを示すには、 $AB=BC=CA$ を導きます。

3 (1) $AB=DE$ ならば、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ である。

正しくない。

反例…△ABCが1辺の長さが3cmの正三角形で、△DEFが $DE=3$ cm、 $EF=FD=4$ cmの二等辺三角形のとき、 $AB=DE$ であるが、△ABCと△DEFは合同ではない。

(2)錯角が等しいならば、2直線は平行である。

正しい。

(3) $x+y=5$ ならば、 $x=2$ 、 $y=3$ である。

正しくない。

反例… $x=3$ 、 $y=2$ のとき、 $x+y=5$ であるが、 $x \neq 2$ 、 $y \neq 3$ である。

解き方

仮定と結論を入れかえます。

「○○○ならば□□□」ということがらの逆は、

「□□□ならば○○○」です。

あることがらが正しくても、その逆は正しいとは限りません。

(1)1組の辺が等しいだけでは、2つの三角形は合同とはいえません。

(2)錯角や同位角が等しければ、2直線は平行といえます。

(3) $x+y=5$ となる x と y の値の組はいくつもあります。

1 △ABC≡△MON

(合同条件)斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。

△DEF≡△JKL

(合同条件)斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

解き方

直角三角形の合同条件を使って考えます。

△ABCと△MONは、斜辺の長さが等しく、他の1辺も等しくなっています。

△DEFと△JKLは、斜辺の長さが等しく、1つの角の大きさが 50° で等しくなっています。

2 △ABFと△BCGにおいて

仮定から $\angle AFB = \angle BGC = 90^\circ \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$

四角形ABCDは正方形だから

$$AB=BC \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

また、 $\angle ABF = 90^\circ - \angle GBC \quad \cdots\cdots\textcircled{3}$

三角形の内角の和は 180° だから

$$\begin{aligned} \angle BCG &= 180^\circ - \angle BGC - \angle GBC \\ &= 90^\circ - \angle GBC \quad \cdots\cdots\textcircled{4} \end{aligned}$$

③, ④より、 $\angle ABF = \angle BCG \quad \cdots\cdots\textcircled{5}$

①, ②, ⑤より、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABF \equiv \triangle BCG$$

解き方

△ABFと△BCGは直角三角形だから、直角三角形の合同条件を使って証明します。

正方形の4つの辺の長さが等しいことから斜辺の長さが等しいことが導けます。

3 △ABEと△ADEにおいて

仮定から $\angle ABE = \angle ADE = 90^\circ \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$

$$AB=AD \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

また AE は共通 $\cdots\cdots\textcircled{3}$

①, ②, ③より、直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABE \equiv \triangle ADE$$

合同な図形の対応する角の大きさは等しいから

$$\angle BAE = \angle DAE$$

したがって、 AE は $\angle A$ の二等分線となる。

解き方

AE が $\angle A$ の二等分線であることを示すには、 $\angle BAE = \angle DAE$ を示します。

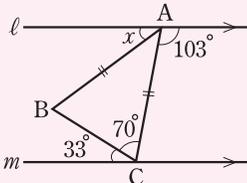
$\angle BAE$ と $\angle DAE$ をそれぞれ角にもつ2つの三角形△ABEと△ADEが合同であることを示し、 $\angle BAE = \angle DAE$ を導きます。

△ABEと△ADEは直角三角形だから、直角三角形の合同条件を使って証明します。

① (1) $\angle x = 37^\circ$ (2) 20° (3) 15°

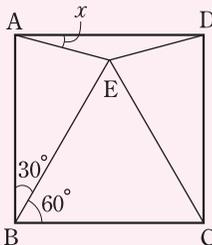
解き方

(1) 平行線の錯角は等しいから
 $\angle ACB = 103^\circ - 33^\circ = 70^\circ$
 $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形だから
 $\angle BAC = 180^\circ - 70^\circ \times 2 = 40^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - (103^\circ + 40^\circ) = 37^\circ$



(2) $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形だから
 $\angle ABC = \angle ACB = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ$
 $\angle DBC = 70^\circ \div 2 = 35^\circ$
 また $\angle DCE = (180^\circ - 70^\circ) \div 2 = 55^\circ$
 三角形の内角と外角の性質から
 $\angle BDC = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$

(3) 正方形の1つの内角の大きさは 90° 、正三角形の1つの内角の大きさは 60°
 $\triangle BAE$ は $BA = BE$ の二等辺三角形だから
 $\angle BAE = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$
 $\angle DAE = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$



② $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において

仮定から $AB = AC$ ①
 $\angle B = \angle C$ ②
 $\angle BAD = \angle CAE$ ③

①, ②, ③より, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$$AD = AE$$

2辺が等しいから, $\triangle ADE$ は二等辺三角形である。

解き方

三角形の2つの辺が等しいこと, または, 2つの角が等しいことを示せば, 二等辺三角形であることを証明できます。この問題では, 三角形の合同を利用して, 2つの辺が等しいことを示します。

③ $\triangle ABF$ と $\triangle DBE$ において

仮定から $\angle BAF = \angle BDE = 90^\circ$ ①
 $\angle ABF = \angle DBE$ ②

①, ②より, 三角形の残りの内角も等しいから

$\angle AFB = \angle DEB$ ③

対頂角は等しいから

$\angle DEB = \angle AEF$ ④

③, ④より $\angle AEF = \angle AFE$

2つの角が等しいから, $\triangle AEF$ は二等辺三角形である。

解き方

三角形の2つの辺が等しいこと, または, 2つの角が等しいことを示せば, 二等辺三角形であることを証明できます。この問題では, 三角形の角の性質と対頂角の性質を利用して, 2つの角が等しいことを示します。

④ 自然数 a と b において, $a + b$ が偶数ならば, a と b は偶数である。

正しくない。

反例... $a = 1, b = 3$ のとき, $a + b = 4$ で偶数であるが, a と b は奇数である。

解き方

あることがらが正しくないことを示すには, 反例を1つ示せば十分です。

⑤ $\triangle BCE$ と $\triangle CDF$ において

仮定から $\angle BEC = \angle CFD = 90^\circ$ ①

$BC = CD$ ②

また $\angle BCE = \angle BCD - \angle FCD$

$= 90^\circ - \angle FCD$ ③

$\angle CDF = 180^\circ - \angle DFC - \angle FCD$

$= 90^\circ - \angle FCD$ ④

③, ④より $\angle BCE = \angle CDF$ ⑤

①, ②, ⑤より, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから

$$\triangle BCE \equiv \triangle CDF$$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$$BE = CF$$

解き方

BE と CF をそれぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle BCE$ と $\triangle CDF$ が合同であることを示し, $BE = CF$ を導きます。 $\triangle BCE$ と $\triangle CDF$ は直角三角形だから, 直角三角形の合同条件を使います。

6 $\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ において
 仮定から $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$ ……①
 $AB = CA$ ……②
 また $\angle BAD + \angle ABD = 90^\circ$ ……③
 $\angle BAD + \angle CAE = 90^\circ$ ……④
 ③, ④より
 $\angle ABD = \angle CAE$ ……⑤
 ①, ②, ⑤より, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$
 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから
 $BD = AE, AD = CE$
 したがって $BD = AE$
 $= AD + DE$
 $= CE + DE$

解き方
 BD と CE をそれぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ に着目します。2つの三角形が合同であることを示し, まず, $BD = AE, AD = CE$ を導きます。そこで, $AE = AD + DE$ であることに着目し, $BD = CE + DE$ を導きます。

理解のコツ
 ・二等辺三角形の2つの底角が等しいということは, 角度を求める問題や証明問題の根拠としてよく使われるので, しっかり理解しておこう。
 ・二等辺三角形であることを証明するには, 三角形の2つの辺が等しいこと, あるいは2つの角が等しいことを示せばよいです。
 ・証明で, 問題文に「垂直」あるいは「垂線」ということばが出てきたら, 直角三角形の合同条件が使えないかどうかを考えるとよいです。

p.89 びたトレ1

- 1 (1) $x = 4, y = 6$
 (2) $x = 68, y = 112$
 (3) $x = 5, y = 8$

解き方
 (1) 平行四辺形の対辺は等しいから
 $AB = DC, AD = BC$
 (2) 平行四辺形の対角は等しいから
 $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
 また, 四角形の内角の和は 360° だから
 $\angle C + \angle D = 180^\circ$
 (3) 平行四辺形の対角線は, それぞれの中点で交わるから
 $OA = OC, OB = OD$

2 $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において
 仮定より $BE = DF$ ……①
 平行四辺形の対辺は等しいから
 $AB = CD$ ……②
 平行四辺形の対角は等しいから
 $\angle ABE = \angle CDF$ ……③
 ①, ②, ③より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$
 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから
 $AE = CF$

解き方
 AE と CF をそれぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ が合同であることを示し, $AE = CF$ を導きます。 $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ が合同であることを示すには, 平行四辺形の性質を利用します。

3 $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において
 仮定から $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$ ……①
 平行四辺形の対辺は等しいから
 $AB = CD$ ……②
 平行線の錯角は等しいから, $AB \parallel DC$ より
 $\angle ABE = \angle CDF$ ……③
 ①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$
 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから
 $BE = DF$

解き方
 BE と DF をそれぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ が合同であることを示し, $BE = DF$ を導きます。直角三角形である $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ が合同であることを示すには, 平行四辺形の性質を利用し, 直角三角形の合同条件を使います。

p.91 びたトレ1

- 1 ㊦
 理由…2組の対角がそれぞれ等しいから。
 ㊧
 理由…1組の対辺が平行で, その長さが等しいから。

解き方
 平行四辺形になる条件のどれか1つが成り立つものを選びます。
 ①は, 1組の対辺は平行ですが, その1組の辺の長さは等しいとは限りません。

㊦は、2組の辺は等しいですが、それらは対辺ではありません。

- 2** (1) $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において
 仮定から $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$ ……①
 平行四辺形の対辺は等しいから
 $AB = CD$ ……②
 平行線の錯角は等しいから、 $AB \parallel DC$ より
 $\angle ABE = \angle CDF$ ……③
 ①, ②, ③より、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$
 (2) (1)より $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$
 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから
 $AE = CF$ ……①
 また $\angle AEF = \angle CFE = 90^\circ$
 錯角が等しいから
 $AE \parallel CF$ ……②
 ①, ②より、四角形 $AECF$ の1組の対辺が平行で、その長さが等しいから、四角形 $AECF$ は平行四辺形である。

- 解き方**
 (1) 平行四辺形の性質を利用し、直角三角形の合同条件を使います。
 (2) 平行四辺形になる5つの条件のうち、どれが使えるかを考えます。
 (1)から、 $AE = CF$ がわかるので、あとは $AE \parallel CF$ であることを示します。それには、錯角が等しいことを使います。

- 3** AC と BD の交点を O とする。平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから
 $OA = OC$ ……①
 $OB = OD$ ……②
 仮定より $BE = DF$ ……③
 ②, ③より
 $OB - EB = OD - DF$
 したがって $OE = OF$ ……④
 ①, ④より、四角形 $AECF$ において、対角線がそれぞれの中点で交わるから、四角形 $AECF$ は平行四辺形である。

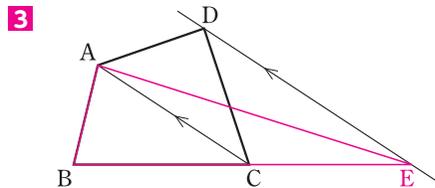
解き方
 対角線 AC をひき、 BD との交点を O とします。すると、 $BE = DF$ であることから、 $OE = OF$ が導けます。
 したがって、対角線がそれぞれの中点で交わることを示せるので、四角形 $AECF$ が平行四辺形であることが証明できます。

1 (1)ひし形 (2)長方形 (3)正方形

- 解き方**
 (1) 平行四辺形の性質から
 $AB = CD, DA = BC$
 これに $AB = BC$ の条件が加わると
 $AB = BC = CD = DA$
 4つの辺がすべて等しいから、ひし形になります。
 (2) $AC = BD$ のとき、対角線の長さが等しくなるから、長方形になります。
 (3) $AB = BC$ の条件からひし形になります。
 $\angle A = \angle B$ の条件から長方形になります。
 したがって、正方形になります。

- 2** (1) $\triangle BCD$ (2) $\triangle ADB$
 (3) $l \parallel m$ だから
 $\triangle ACD = \triangle BCD$ ……①
 また
 $\triangle OAC = \triangle ACD - \triangle OCD$ ……②
 $\triangle OBD = \triangle BCD - \triangle OCD$ ……③
 ①, ②, ③より
 $\triangle OAC = \triangle OBD$

- 解き方**
 (1) $l \parallel m$ より、 CD を共通の底辺とすると、高さが等しくなるから
 $\triangle ACD = \triangle BCD$
 (2) $l \parallel m$ より、 AB を共通の底辺とすると、高さが等しくなるから
 $\triangle ACB = \triangle ADB$
 (3) $\triangle OCD$ は $\triangle ACD$ と $\triangle BCD$ に共通な部分です。
 $\triangle AOB$ が $\triangle ACB$ と $\triangle ADB$ に共通な部分であることを利用して証明することもできます。



解き方
 頂点 D を通り、対角線 AC に平行な直線をひき、辺 BC の延長線との交点を E とします。
 そして、2点 A, E を結びます。

1 53°

解き方

平行四辺形の対角は等しいから

$$\angle B = \angle D = 74^\circ$$

したがって

$$\angle ADH = 74^\circ \div 2 = 37^\circ$$

$$\angle DAH = 180^\circ - (90^\circ + 37^\circ) = 53^\circ$$

平行線の錯角は等しいから、 $AD \parallel BC$ より

$$\angle AEB = \angle DAH = 53^\circ$$

2 5 cm

解き方

平行線の錯角は等しいから、 $AD \parallel BC$ より

$$\angle DAE = \angle BEA$$

したがって

$$\angle BAE = \angle BEA$$

2つの角が等しいから

$$BA = BE = 7 \text{ cm}$$

$$CE = BC - BE = 12 - 7 = 5 \text{ (cm)}$$

3 (1) $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において

$$\text{仮定から } AE = CF \quad \dots\dots ①$$

平行四辺形の対辺は等しいから

$$AB = CD \quad \dots\dots ②$$

平行線の錯角は等しいから、 $AB \parallel DC$ より

$$\angle BAE = \angle DCF \quad \dots\dots ③$$

①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$$

(2) 合同な図形の対応する辺の長さや角の大きさは等しいから、(1)で証明したことから

$$BE = DF \quad \dots\dots ①$$

$$\angle AEB = \angle CFD \quad \dots\dots ②$$

②より $\angle BEF = \angle DFE$

錯角が等しいから

$$BE \parallel DF \quad \dots\dots ③$$

①, ③より、1組の対辺が平行でその長さが等しいから、四角形 $EBFD$ は平行四辺形である。

解き方

(1) 平行四辺形の性質から、2つの三角形の辺の長さや角の大きさを調べ、 $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ が合同であることを導きます。

(2) 対角線 BD をひき、 AC との交点を O とし、 $AE = CF$ であることから、 $EO = FO$ を導き、対角線がそれぞれの中点で交わることから、四角形 $EBFD$ が平行四辺形であることを証明することもできます。

4 $\triangle ABC$ と $\triangle EFC$ において

$$\text{仮定から } BC = FC \quad \dots\dots ①$$

$$AC = EC \quad \dots\dots ②$$

$$\begin{aligned} \angle ACB &= \angle FCB - \angle FCA \\ &= 60^\circ - \angle FCA \quad \dots\dots ③ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle ECF &= \angle ECA - \angle FCA \\ &= 60^\circ - \angle FCA \quad \dots\dots ④ \end{aligned}$$

$$\text{③, ④より } \angle ACB = \angle ECF \quad \dots\dots ⑤$$

①, ②, ⑤より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \equiv \triangle EFC$$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$$AB = EF \quad \dots\dots ⑥$$

$$\text{仮定から } AB = AD \quad \dots\dots ⑦$$

$$\text{⑥, ⑦より } AD = EF \quad \dots\dots ⑧$$

同じようにして、 $\triangle ABC \equiv \triangle DBF$ と $AC = AE$ から

$$DF = AE \quad \dots\dots ⑨$$

⑧, ⑨より、2組の対辺がそれぞれ等しいから、四角形 $AEDF$ は平行四辺形である。

解き方

正三角形の性質を使って、 $\triangle ABC$ と $\triangle EFC$ 、 $\triangle ABC$ と $\triangle DBF$ がそれぞれ合同であることを示し、 $AD = EF$ 、 $DF = AE$ を導きます。

2組の対辺がそれぞれ等しいことから、四角形 $AEDF$ は平行四辺形であることを証明します。

5 $AE \parallel FD$ 、 $ED \parallel AF$ より、2組の対辺がそれぞれ平行だから、四角形 $AEDF$ は平行四辺形である。

$$ED \parallel AF \text{ より } \quad \angle FAD = \angle EDA$$

$$\angle EAD = \angle FAD \text{ より } \quad \angle EAD = \angle EDA$$

2つの角が等しいから、 $\triangle AED$ は $EA = ED$ の二等辺三角形である。

平行四辺形の対辺は等しいから

$$AE = ED = DF = FA$$

4つの辺がすべて等しいから、四角形 $AEDF$ はひし形である。

解き方

4つの辺がすべて等しいことを示せば、四角形はひし形であることを証明できます。まず、四角形が平行四辺形であることを示し、次に平行四辺形のとなり合う辺が等しいことを示し、4つの辺がすべて等しいことを導きます。

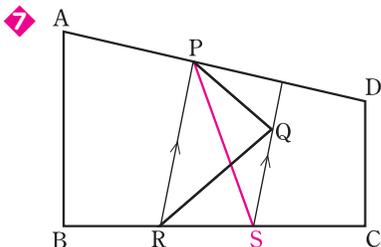
- 6 AD//BC より $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$
 AE, BF はそれぞれ $\angle DAB$, $\angle ABC$ の二等分線であるから $\angle PAB + \angle PBA = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$
 ゆえに $\angle SPQ = \angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
 同じようにして

$$\angle PQR = \angle QRS = \angle RSP = 90^\circ$$

4つの角がすべて等しいから、四角形 PQRS は長方形である。

解き方

4つの角がすべて等しいことを示せば、四角形は長方形であることを証明できます。平行線の性質と角の二等分線であることを利用して、4つの角がすべて等しいことを導きます。



解き方

頂点 Q を通り、PR に平行な直線をひき、辺 BC との交点を S とします。そして、2点 P, S を結びます。

- 8 対角線 AC をひく。
 AB//DF より $\triangle ABF = \triangle ABC$
 $\triangle BFE = \triangle ABF - \triangle ABE$
 $\triangle AEC = \triangle ABC - \triangle ABE$
 ゆえに $\triangle BFE = \triangle AEC$
 AD//BC より $\triangle AEC = \triangle DEC$
 したがって $\triangle BFE = \triangle DEC$

解き方

$\triangle BFE$ と $\triangle DEC$ は共通な底辺がないので、これらと面積の等しい三角形を中継して考えます。そこで、点 A と C を結び、そのときできる $\triangle ACE$ をもとにして考えます。 $\triangle CBF = \triangle CAF$ から、 $\triangle BFE = \triangle ACE$ を示し、 $\triangle BFE = \triangle DEC$ を証明してもかまいません。

理解のコツ

- 平行四辺形の性質は、角度や辺の長さを求める問題や証明問題の根拠としても使われるので、しっかりと理解しておこう。
- 平行四辺形には2組の平行線があるので、問題を解くときに平行線の性質(同位角, 錯角が等しい)を使うことがよくあります。
- 面積が等しくなる図形の問題は、平行線をひくことがポイント。

- 1 (1) 84° (2) 36°

解き方

- (1) $\angle ABD = (180^\circ - 52^\circ) \div 2 \div 2 = 32^\circ$
 三角形の内角と外角の性質から
 $\angle BDC = 52^\circ + 32^\circ = 84^\circ$
 (2) $\angle DBC = \angle x$ とすると
 $\angle BDC = \angle C = 2\angle x$
 三角形の内角と外角の性質から
 $\angle A = \angle BDC - \angle ABD = \angle x$
 $\triangle ABC$ で、内角の和は
 $\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 5\angle x$
 したがって $5\angle x = 180^\circ$ $\angle x = 36^\circ$

- 2 $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において

- 仮定から $AB = AC$ ①
 $AD = AE$ ②
 $\angle BAD = \angle CAE$ ③

①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$$BD = CE$$

解き方

BD と CE をそれぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ が合同であることを示し、 $BD = CE$ を導きます。

- 3 (1) $ab > 0$ ならば、 $a < 0, b < 0$ である。
 正しくない。
 (2) ($\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において、) $\angle A = \angle D$,
 $\angle B = \angle E, \angle C = \angle F$ ならば、
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ である。
 正しくない。

解き方

- (1) 例えば、 $ab > 0$ のとき、 $a > 0, b > 0$ の場合があります。
 (2) 3つの角がそれぞれ等しくても、2つの三角形は合同とはいえません。

- 4 $\angle x = 44^\circ, \angle y = 78^\circ$

解き方

- $\angle EDC = \angle ABC = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - 68^\circ \times 2 = 44^\circ$
 AD//BC より $\angle AEB = \angle CBE$
 したがって $\angle AEB = 68^\circ \div 2 = 34^\circ$
 $\angle y = 180^\circ - (34^\circ + 68^\circ) = 78^\circ$

5 四角形 AFCH において

$$AH \parallel FC, AH = FC$$

1組の対辺が平行で、その長さが等しいから、
四角形 AFCH は平行四辺形である。

ゆえに $AI \parallel JC$

同じようにして、四角形 AECG は平行四辺形
だから $AJ \parallel IC$

2組の対辺がそれぞれ平行だから、四角形 AICJ
は平行四辺形である。

解き方

平行四辺形になる条件のどれが使えるかを、ま
ず考えます。

四角形 AFCH と四角形 AECG に着目し、この2
つの四角形が平行四辺形になることを示し、
 $AI \parallel JC, AJ \parallel IC$ を導きます。すると、2組の対辺
がそれぞれ平行であることを示せます。

6 $\triangle ABE$ と $\triangle ADF$ において

仮定から $AE = AF$ ……①

$$\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ \quad \dots\dots ②$$

②と $\angle B = \angle D$ より

$$\angle BAE = \angle DAF \quad \dots\dots ③$$

①, ②, ③より、1組の辺とその両端の角がそ
れぞれ等しいから

$$\triangle ABE \cong \triangle ADF$$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$$AB = AD \quad \dots\dots ④$$

平行四辺形の2組の対辺は、それぞれ等しいか
ら $AB = CD$ ……⑤

$$AD = BC \quad \dots\dots ⑥$$

④, ⑤, ⑥より、4つの辺がすべて等しいから、
四角形 ABCD はひし形である。

解き方

4つの辺がすべて等しいことを示せば、四角形
はひし形であることが証明できます。平行四辺
形の性質と三角形の合同を利用して、4つの辺
がすべて等しいことを導きます。

7 $\triangle BAE, \triangle BFD, \triangle AFD$

BE を共通の底辺とすると、 $AD \parallel BC$ より

$$\triangle BED = \triangle BAE$$

BD を共通の底辺とすると、 $BD \parallel EF$ より

$$\triangle BED = \triangle BFD$$

DF を共通の底辺とすると、 $AB \parallel DC$ より

$$\triangle BFD = \triangle AFD$$

したがって

$$\triangle BED = \triangle BAE = \triangle BFD = \triangle AFD$$

解き方

8 対角線 AC をひいて、BD との交点を O とする。

$$OA = OC \text{ より } \triangle DOA = \triangle DOC \quad \dots\dots ①$$

$$\triangle POA = \triangle POC \quad \dots\dots ②$$

$$\begin{aligned} \text{①, ②より } \triangle APD &= \triangle DOA - \triangle POA \\ &= \triangle DOC - \triangle POC \\ &= \triangle CPD \end{aligned}$$

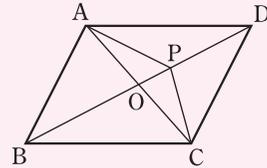
したがって $\triangle APD = \triangle CPD$

解き方

下の図のように、対角線 AC をひきます。
底辺の長さが高さが等しければ、三角形の面積
は等しくなります。

平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わ
るから、 $\triangle DOA$ と $\triangle DOC$, $\triangle POA$ と $\triangle POC$ は
それぞれ、高さが共通で、底辺の長さが等しい
から、面積は等しくなります。

したがって、 $\triangle APD = \triangle CPD$ を導けます。



6章 データの分布と確率

p.99

びたトレ0

① (1)20分 (2)90分 (3)70分 (4)35分

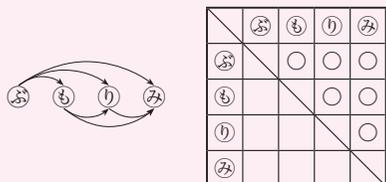
解き方

- (3)(最大値)−(最小値)だから、 $90-20=70$ (分)
 (4)データの個数が10だから、5番目と6番目の値の平均値を求めます。
 $(30+40) \div 2=35$ (分)

② 6通り

解き方

ぶどうを㊟、ももを㊢、りんごを㊤、みかんを㊦で表し、下のような図や表に書いて考えます。



ぶどうともも、ももとぶどうは選び方としては同じであることに注意しましょう。

図や表から、選び方は

- ㊟と㊢, ㊟と㊤, ㊟と㊦,
 ㊢と㊤, ㊢と㊦,
 ㊤と㊦

の6通りであるとわかります。

p.101

びたトレ1

① 英語

解き方

それぞれの箱ひげ図から、国語の最小値は3点、数学の最小値は2点、英語の最小値は4点だから、4点未満の生徒がいない教科は英語です。

② (1)第1四分位数 29 kg

中央値 36 kg

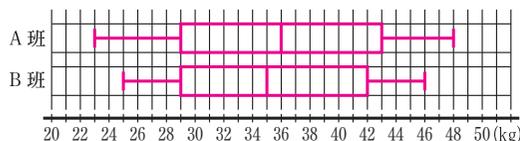
第3四分位数 43 kg

(2)第1四分位数 29 kg

中央値 35 kg

第3四分位数 42 kg

(3)



(4)A班…14 kg B班…13 kg

解き方

(1) 23 27 31 32 36 37 41 45 48
 中央値(第2四分位数)は5番目の値だから
 36 kg

23 27 31 32

第1四分位数は、2番目と3番目の値の平均値
 だから $\frac{27+31}{2}=29$ (kg)

37 41 45 48

第3四分位数は、7番目と8番目の値の平均値
 だから $\frac{41+45}{2}=43$ (kg)

(2) 25 28 30 35 35 40 44 46

中央値(第2四分位数)は、4番目と5番目の値
 の平均値だから $\frac{35+35}{2}=35$ (kg)

25 28 30 35

第1四分位数は、2番目と3番目の値の平均値
 だから $\frac{28+30}{2}=29$ (kg)

35 40 44 46

第3四分位数は、6番目と7番目の値の平均値
 だから $\frac{40+44}{2}=42$ (kg)

(3)箱ひげ図は、次の手順でかくことができます。

①最小値、最大値と四分位数の位置に線をか
 く。

②箱をかく。

③ひげをかく。

A班の最小値は23 kg、最大値は48 kgです。

B班の最小値は25 kg、最大値は46 kgです。

(4)(四分位範囲)=(第3四分位数)−(第1四分位数)

A班 $43-29=14$ (kg)

B班 $42-29=13$ (kg)

p.102~103

びたトレ2

① 第1四分位数 28本

中央値 38本

第3四分位数 50本

解き方

箱の左端が第1四分位数、右端が第3四分位数、
 箱の中にかかれた線が中央値(第2四分位数)で
 す。

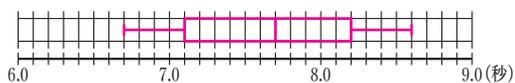
② (1)いけない。 (2)いけない。

(3)いえる。 (4)いえる。

解き方

- (1) 68点は1組では箱の区間にふくまれるが、2組では右のひげの区間にふくまれます。
 (2) 範囲は、箱ひげ図全体の長さで比べます。四分位範囲は、箱ひげ図の箱の長さで比べます。
 (3) 四分位範囲は1組の方が大きい。
 (4) 箱の区間には、中央値の前後の約25%ずつ、合わせて約50%の値がふくまれます。2組は、40点以上70点未満の区間に箱があるので、半数以上の生徒が、この区間にふくまれます。

- 3 (1) 第1四分位数 7.1秒
 中央値 7.7秒
 第3四分位数 8.2秒
 (2) 範囲…1.9秒 四分位範囲…1.1秒
 (3)



データの値を小さい順に並べると次のようになります。

6.7 6.9 7.0 7.0 7.2 7.5 7.6 7.7
 7.7 7.8 8.0 8.2 8.2 8.3 8.3 8.6 (秒)

- (1) 第1四分位数は $\frac{7.0+7.2}{2} = 7.1$ (秒)
 中央値は $\frac{7.7+7.7}{2} = 7.7$ (秒)
 第3四分位数は $\frac{8.2+8.2}{2} = 8.2$ (秒)
 (2) 範囲は $8.6-6.7=1.9$ (秒)
 四分位範囲は $8.2-7.1=1.1$ (秒)

- 4 (1)㉞ (2)㉟

(1), (2)ともに、最小値は20以上25未満、最大値は55以上60未満だから、㉞と㉟の箱ひげ図はあてはまりません。

- (1)のデータの値は23個だから、6番目、12番目、18番目の値がそれぞれ第1, 2, 3四分位数です。
 (2)のデータの値は27個だから、7番目、14番目、21番目の値がそれぞれ第1, 2, 3四分位数です。

理解のコツ

- 四分位数は、データの個数が偶数個の場合と奇数個の場合のどちらでも求められるようにしっかりと理解しておこう。
- 箱ひげ図では、箱やひげの長さに関係なく、最小値、四分位数、最大値で区切られた区間にふくまれる値の個数は、それぞれ全体の約25%であることを覚えておこう。

- 1 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$

解き方

- (1) 52枚のトランプから1枚を選ぶ場合の数は全部で52通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。スペードのカードは13枚あるから、スペードのカードを選ぶ場合の数は13通り。

$$\text{求める確率は } \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

- (2) 8個の玉から1個の玉を取り出す場合の数は全部で8通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。偶数のかかれた玉は4個あるから、偶数のかかれた玉を取り出す場合の数は4通り。

$$\text{求める確率は } \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

- 2 (1) $\frac{1}{10}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) 1 (5) 0

解き方

10枚のカードから1枚を選ぶ場合の数は全部で10通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。

- (1) 5がかかれたカードであるのは1通り。

$$\text{求める確率は } \frac{1}{10}$$

- (2) 3の倍数がかかれたカードであるのは、カードの数が3, 6, 9であるときの3通り。

$$\text{求める確率は } \frac{3}{10}$$

- (3) 4以下の数がかかれたカードであるのは、カードの数が1, 2, 3, 4であるときの4通り。

$$\text{求める確率は } \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

- (4) 必ず起こることがらの確率だから 1

- (5) 決して起こらないことがらの確率だから 0

- 1 $\frac{3}{4}$

解き方

はずれる確率は、あたりが出ない確率のことだから、 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2 (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{1}{6}$

解き方

下のような表をかいて考えます。
 下の表から、起こりうるすべての場合は 36 通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。

A \ B	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

(1) 出る目の和が 9 になるのは
 (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)
 の 4 通り。

求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

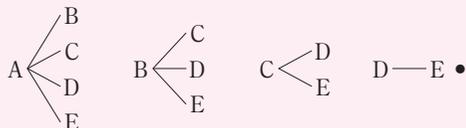
(2) 出る目の和が 4 以下になるのは
 (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2),
 (3, 1)
 の 6 通り。

求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

3 $\frac{1}{10}$

解き方

2 人の選び方は全部で 10 通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。



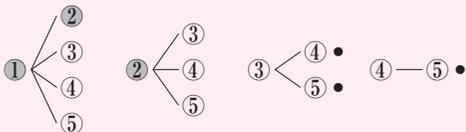
このうち、D と E が選ばれるのは 1 通り。

求める確率は $\frac{1}{10}$

4 (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{7}{10}$

解き方

あたりを①②、はずれを③④⑤とする。
 2 本の引き方は全部で 10 通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。



(1) 2 本ともはずれであるのは ● の 3 通り

求める確率は $\frac{3}{10}$

(2) (2 本ともはずれである確率)
 + (少なくとも 1 本はあたる確率) = 1
 だから、求める確率は
 $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

p.108~109

びたトレ 2

1 (1) $\frac{1}{13}$ (2) $\frac{10}{13}$

解き方

52 枚のカードを裏返してよく混ぜてから 1 枚を選ぶ場合の数は全部で 52 通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。

(1) 8 のカードの選び方は 4 通り。

求める確率は $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

(2) 絵札は、J, Q, K のカードで、全部で 12 枚あります。絵札でないカードの選び方は 40 通り。

求める確率は $\frac{40}{52} = \frac{10}{13}$

別解 絵札のカードの選び方は 12 通り。

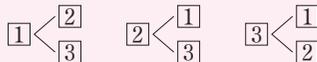
絵札を選ぶ確率は $\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

求める確率は $1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13}$

2 (1) 6 通り (2) $\frac{2}{3}$

解き方

(1) 樹形図をかいて考えます。



上の図から、全部で 6 通り。

(2) 上の図から、奇数は 4 通り。

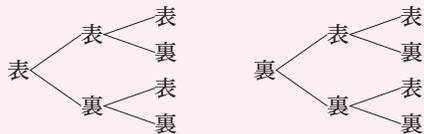
求める確率は $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

3 (1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{8}$

解き方

3 枚の硬貨の表と裏の出方は全部で 8 通りで、どれが起こることも同様に確からしい。

5 円 10 円 100 円 5 円 10 円 100 円



(1) 5 円が表、10 円が表、100 円が裏になるときだけ、金額の合計は 15 円になります。

(2) 100 円が表になるとき、金額の合計は 100 円以上になります。

(3) 3 枚の硬貨がすべて裏のとき、金額の合計は 0 円で、5 円未満となります。

4 (1) $\frac{5}{12}$ (2) $\frac{7}{18}$ (3) $\frac{5}{36}$

解き方

Aの目が a , Bの目が b と出ることを (a, b) と表します。

目の出方は、全部で36通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。

(1) $a > b$ になるのは

- (2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2),
 (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4),
 (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)

の15通り。

求める確率は $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

(2) a が b の約数になるのは

- (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5),
 (1, 6), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3),
 (3, 6), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

の14通り。

求める確率は $\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$

(3) a と b の積が8の倍数になるのは

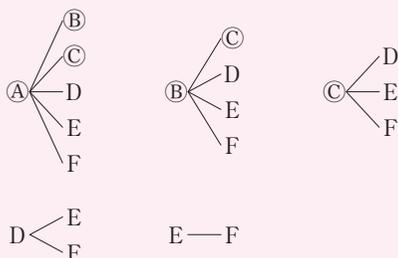
- (2, 4), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 4)
 の5通り。

求める確率は $\frac{5}{36}$

5 (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{3}{5}$

解き方

2人の選び方は、次の15通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。



(1) 男子2人が選ばれるのは

- (A, B), (A, C), (B, C)
 の3通り。

求める確率は $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

(2) 男子と女子が1人ずつ選ばれるのは

- (A, D), (A, E), (A, F),
 (B, D), (B, E), (B, F),
 (C, D), (C, E), (C, F)

の9通り。

求める確率は $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

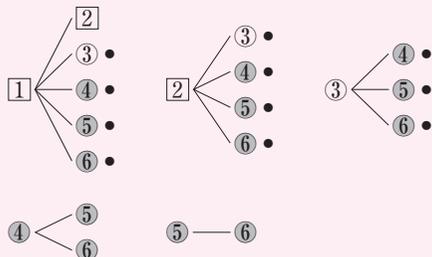
6 (1) $\frac{11}{15}$ (2) $\frac{1}{9}$

解き方

赤玉を①②, 白玉を③, 青玉を④⑤⑥とします。

(1) 同時に2個の玉を取り出すとき、玉の取り出し方は全部で15通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。

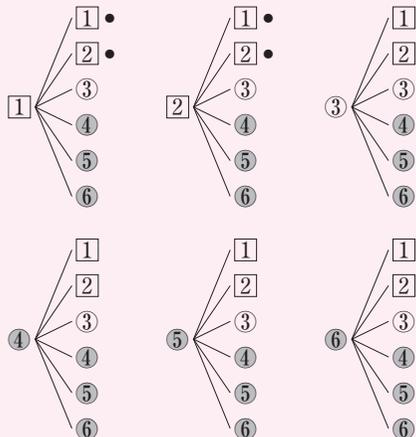
このうち、2個の色がちがうのは11通り。



求める確率は $\frac{11}{15}$

(2) 1個の玉を取り出し、その玉を袋にもどしたあと、あらためて1個の玉を取り出すとき、玉の取り出し方は全部で36通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。

このうち、2回とも赤玉であるのは4通り。



求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

理解のコツ

- 確率の求め方を、しっかりと理解しておこう。
- 確率を求めるときには、すべての場合を落ちや重なりがなくもれなく数える必要があります。もれなく数えるために、樹形図や表を使って数えよう。
- 確率が求めやすくなることがあるので、確率の性質もしっかりと理解しておこう。

- ① (1)第1四分位数 1.5冊
 中央値 3.5冊
 第3四分位数 5冊
 (2)㉗いえない。 ㉘いえない。
 ㉙いえる。 ㉚いえない。

解き方

(1)データ A を小さい順に並べると次のようになります。

1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7

第1四分位数は $\frac{1+2}{2} = 1.5$ (冊)

中央値は $\frac{3+4}{2} = 3.5$ (冊)

第3四分位数は $\frac{5+5}{2} = 5$ (冊)

(2)データ A と B の範囲, 四分位数, 四分位範囲をそれぞれ求めて考えます。

	データ A	データ B
範囲	6冊	7冊
第1四分位数	1.5冊	1.5冊
中央値	3.5冊	3冊
第3四分位数	5冊	5冊
四分位範囲	3.5冊	3.5冊

- ② a 13 b 18 c 27

解き方

a a の値は最小値で, 13 個です。

b 第1四分位数が 17 個だから

$$\frac{16+b}{2} = 17 \quad b=18$$

c 第3四分位数が 28 個だから

$$\frac{c+29}{2} = 28 \quad c=27$$

- ③ (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{1}{2}$

解き方

30 枚のカードから 1 枚選ぶ場合の数は全部で 30 通りで, どの場合が起こることも同様に確からしい。

(1)5 の倍数は

5, 10, 15, 20, 25, 30

の 6 通り。

求める確率は $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

(2)3 の倍数または 4 の倍数は

3, 4, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 27, 28, 30

の 15 通り。

求める確率は $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

- ④ (1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{17}{36}$

解き方

2つのさいころ A, B の目の出方は全部で 36 通りで, どの場合が起こることも同様に確からしい。

A, B の目の数の組を (A, B) で表します。

(1)2つの目の数の差が 2 になるのは

(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)

の 8 通り。

求める確率は $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

(2)2つの目の数の積が 10 未満になるのは

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (5, 1), (6, 1)

の 17 通り。

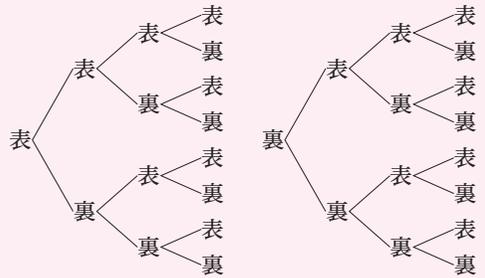
求める確率は $\frac{17}{36}$

- ⑤ $\frac{15}{16}$

解き方

1 枚の硬貨を 4 回続けて投げるとき, 表と裏の出方は全部で 16 通りで, どの場合が起こることも同様に確からしい。

このうち, 少なくとも 1 回は表が出るのは 15 通り。



求める確率は $\frac{15}{16}$

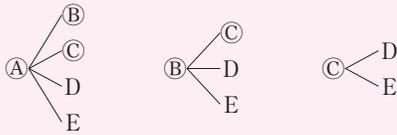
別解 全部裏が出るのは 1 通り。

求める確率は $1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

6 (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{2}{5}$

解き方

3人の男子A, B, Cと2人の女子D, Eから2人を選ぶ選び方は次の10通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。



D—E

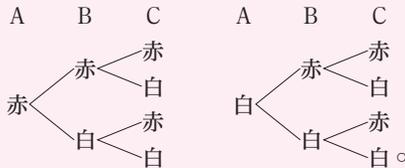
(1)男女それぞれ1人ずつが選ばれるのは
(A, D), (A, E), (B, D), (B, E),
(C, D), (C, E)
の6通り。

(2)男子だけまたは女子だけが選ばれるのは
(A, B), (A, C), (B, C), (D, E)
の4通り。

7 (1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{5}{18}$

解き方

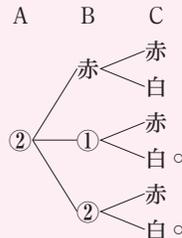
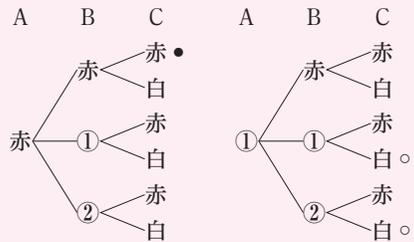
(1)玉の取り出し方は全部で8通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。
このうち、3個とも白玉であるのは1通り。



(2)A, Bの袋にはいつている白玉2個を①②とすると、玉の取り出し方は全部で18通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。
このうち

3個とも白玉であるのは4通り。(○)

3個とも赤玉であるのは1通り。(●)



求める確率は $\frac{4+1}{18} = \frac{5}{18}$



p.114~115

予想問題 1

出題傾向

式の計算では、②~④のような計算問題は必ず出題される。ここで確実に点をとれるようにしよう。式の値を求める問題では、いきなり値を代入するのではなく、式を簡単にするのを忘れずにね。文字式による数量関係の表現、説明の問題は、どんな式を導けばよいか予想してから変形しよう。

- ① (1)項... $3x$, -1 次数... 1
 (2)項... xy , $-2y$ 次数... 2

解き方

加法だけの式になおして考えます。多項式の次数は、各項の次数のうちで、最も大きい項の次数をいいます。

- ② (1) $2a+9b$ (2) $9a-4b$
 (3) a^2-6 (4) $-x+7y$

解き方

多項式の加法は、同類項どうしをまとめて簡単にします。多項式の減法は、ひく方の式の各項の符号を変えて加えます。

$$\begin{aligned} (1) 5a+2b-3a+7b &= (5-3)a+(2+7)b=2a+9b \\ (2) (7a-b)+(2a-3b) &= 7a-b+2a-3b=9a-4b \\ (3) (3a^2-a-1)+(-2a^2+a-5) \\ &= 3a^2-a-1-2a^2+a-5=a^2-6 \\ (4) (2x+5y)-(3x-2y) &= 2x+5y-3x+2y \\ &= -x+7y \end{aligned}$$

- ③ (1) $-14x+35y$ (2) $12a-4b+32c$ (3) $3x-4y$
 (4) $-12a+8b$ (5) $2a-4b$ (6) $-12x-11y$

$$\begin{aligned} (7) \frac{17a-b}{15} & \left(\frac{17}{15}a - \frac{1}{15}b \right) \\ (8) \frac{3x+11y}{20} & \left(\frac{3}{20}x + \frac{11}{20}y \right) \end{aligned}$$

解き方

$$\begin{aligned} (1) -7(2x-5y) &= -7 \times 2x - 7 \times (-5y) \\ &= -14x+35y \\ (2) 4(3a-b+8c) &= 4 \times 3a - 4 \times b + 4 \times 8c \\ &= 12a-4b+32c \\ (3) (18x-24y) \div 6 &= (18x-24y) \times \frac{1}{6} = 3x-4y \\ (4) (9a-6b) \div \left(-\frac{3}{4}\right) &= (9a-6b) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \\ &= -12a+8b \\ (5) 3(2a-4b)+4(-a+2b) \\ &= 6a-12b-4a+8b=2a-4b \\ (6) -2(x-2y)-5(2x+3y) &= -2x+4y-10x-15y \\ &= -12x-11y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) \frac{4a-2b}{5} + \frac{a+b}{3} &= \frac{3(4a-2b)+5(a+b)}{15} \\ &= \frac{12a-6b+5a+5b}{15} = \frac{17a-b}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \frac{2x-y}{5} - \frac{x-3y}{4} &= \frac{4(2x-y)-5(x-3y)}{20} \\ &= \frac{8x-4y-5x+15y}{20} = \frac{3x+11y}{20} \end{aligned}$$

- ④ (1) $-21ab$ (2) $8xy^3$ (3) $-64a$ (4) $-8xy^2$

解き方

$$\begin{aligned} (1) 3a \times (-7b) &= 3 \times (-7) \times a \times b = -21ab \\ (2) -x \times (-2y)^3 &= -x \times (-2y) \times (-2y) \times (-2y) \\ &= 8xy^3 \\ (3) 48a^2 \div \left(-\frac{3}{4}a\right) &= 48a^2 \times \left(-\frac{4}{3a}\right) = -64a \\ (4) 12x^2y \div (-3x)^2 \times (-6xy) \\ &= 12x^2y \times \frac{1}{9x^2} \times (-6xy) = -8xy^2 \end{aligned}$$

- ⑤ (1) -20 (2) $-\frac{9}{2}$

解き方

先に式を計算して簡単にします。

$$\begin{aligned} (1) 5(2x-3y)-4(3x-2y) &= 10x-15y-12x+8y \\ &= -2x-7y = -2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 7 \times 3 \\ &= -20 \\ (2) (-2x)^2 \div 4xy \times (-6xy^2) \\ &= 4x^2 \times \frac{1}{4xy} \times (-6xy^2) \\ &= -\frac{4x^2 \times 6xy^2}{4xy} = -6x^2y \\ &= -6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times 3 = -\frac{9}{2} \end{aligned}$$

- ⑥ n を整数として、連続する3つの偶数は $2n, 2n+2, 2n+4$ と表される。

連続する3つの偶数の和は

$$2n+(2n+2)+(2n+4)=6n+6=6(n+1)$$

$n+1$ は整数だから、 $6(n+1)$ は6の倍数である。したがって、連続する3つの偶数の和は、6の倍数になる。

解き方

連続する3つの偶数を文字を使って表し、その和が $6 \times (\text{整数})$ となることを示します。

- ⑦ (1) $b=2a-5$ (2) $x=\frac{z}{3}-y$

解き方

$$\begin{aligned} (1) 2b &= 4a-10 & b &= 2a-5 \\ (2) x+y &= \frac{z}{3} & x &= \frac{z}{3}-y \end{aligned}$$

⑧ ㉗の体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times b^2 \times a = \frac{1}{3} \pi ab^2$

①の体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times a^2 \times b = \frac{1}{3} \pi a^2 b$

$\frac{1}{3} \pi ab^2 \div \frac{1}{3} \pi a^2 b = \frac{\pi ab^2}{3} \times \frac{3}{\pi a^2 b} = \frac{b}{a}$

したがって、㉗の体積は①の体積の $\frac{b}{a}$ 倍である。

解き方

円錐の体積は $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

p.116~117

予想問題 2

出題傾向

連立方程式を解く基本的な問題が多く出題される。余裕があれば、求めた解を式に代入して検算するとミスを防ぐことができるよ。文章題では、途中の式を書く問題も多く出される。何を x , y とするのか、求めた解がそのまま答えになるのかなどを確認しよう。

① (1) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = -6 \\ y = 2 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$

解き方

(1), (2) 加減法を使って解きます。
(3), (4) 代入法を使って解きます。

② (1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = -7 \\ y = 1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = 16 \\ y = 6 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}$

解き方

それぞれの連立方程式において、上の式を①、下の式を②とします。

(1) かっこをはずして整理します。

(2) ① $\times 10$ より $x + 10y = 3$

② $\times 7$ より $4x + 7y = -21$

(3) ① $\times 100$ より $8x + 12y = 200$

② $\times 12$ より $3x - 4y = 24$

(4) ① $\times 12$ より $4x - 3y = 2$

② $\times 4$ より $4x - (2x - y) = 16$

③ (1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$

解き方

(1) $\begin{cases} 7x + 2y = 8 \\ x - 2y = 8 \end{cases}$ を解きます。

(2) $\begin{cases} 5x + 2y = 3x + 2 \\ 5x + 2y = -y + 1 \end{cases}$ を解きます。

④ $a = 3, b = 5$

解き方

$\begin{cases} 2ax + by = 9 \\ bx + 3ay = -7 \end{cases}$ に解の $\begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$ を代入すると

$\begin{cases} 8a - 3b = 9 \\ -9a + 4b = -7 \end{cases}$

⑤ $a = -4, b = 6$

解き方

$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 4x - 5y = 2 \end{cases}$ を解くと $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

x, y の値を残りの2つの式に代入すると

$\begin{cases} \frac{3}{4}a + b = 3 \\ -\frac{1}{2}a + b = 8 \end{cases}$

⑥ ショートケーキ1個…250円

ドーナツ1個…120円

解き方

ショートケーキ1個の値段を x 円, ドーナツ1個

の値段を y 円とすると $\begin{cases} 2x + 2y = 740 \\ x + 3y = 610 \end{cases}$

解が問題にあうかどうかを確かめること。

⑦ A町からB町まで…40km

B町からC町まで…40km

解き方

A町からB町までを x km, B町からC町までを y km とすると

$\begin{cases} x + y = 80 \\ \frac{x}{80} + \frac{y}{40} = \frac{3}{2} \end{cases}$

これを解くと $\begin{cases} x = 40 \\ y = 40 \end{cases}$

⑧ 今年の男子…270人

今年の女子…264人

解き方

昨年の男子の人数を x 人, 女子の人数を y 人と

すると $\begin{cases} x + y = 525 \\ \frac{8}{100}x - \frac{4}{100}y = 534 - 525 \end{cases}$

これを解くと $\begin{cases} x = 250 \\ y = 275 \end{cases}$

今年の男子の生徒数は $250 \times \frac{108}{100} = 270$ (人)

女子の生徒数は $275 \times \frac{96}{100} = 264$ (人)

⑨ 379

解き方

百の位の数を x , 一の位の数を y とすると

$\begin{cases} 100y + 70 + x = 2(100x + 70 + y) + 215 \\ 2(x + 7) = y + 11 \end{cases}$

これを解くと $\begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \end{cases}$

出題傾向

1次関数は、総合的な問題として出題されることが多い。図形上を点が移動する問題、速さの問題、水量の問題など、できるだけ多くの問題に慣れておこう。

また、直線の式を求める問題などもよく出題される。問題文から傾きや切片を見きわめられるようにしておこう。

1 (1) $-\frac{4}{3}$ (2) 3 (3) 12 (4) $y = -5$

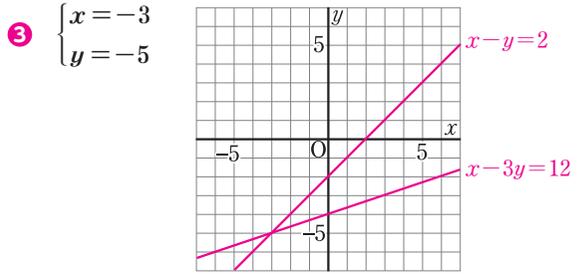
解き方

- (1) 1次関数の変化の割合は一定で、 x の係数に等しい。
- (2) 1次関数 $y = ax + b$ の b がグラフの切片です。
- (3) 傾きが $-\frac{4}{3}$ だから、右へ3進むと下へ4進み、右へ9進むと下へ12進みます。
- (4) $y = -\frac{4}{3}x + 3$ に $x = 6$ を代入します。

2 (1) $y = \frac{1}{3}x + 2$ (2) $y = 3x - 6$
 (3) $y = -x + 5$ (4) $y = -\frac{2}{3}x + 3$
 (5) $y = \frac{3}{2}x + 3$ (6) $y = \frac{2}{5}x - 3$

解き方

- (1) グラフより、切片は2、傾きは $\frac{1}{3}$
- (2) $y = 3x + b$ に $x = 2, y = 0$ を代入すると $0 = 6 + b$ より $b = -6$
- (3) $y = ax + 5$ に $x = 4, y = 1$ を代入すると $1 = 4a + 5$ より $a = -1$
- (4) $y = ax + b$ に $x = 6, y = -2$ を代入すると $-2 = 6a + b$ ……①
 $x = -3, y = 4$ を代入すると $4 = -3a + b$ ……②
 ①, ②を連立方程式として解くと $\begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = 2 \end{cases}$
- (5) $y = ax + 3$ に $x = -2, y = 0$ を代入すると $0 = -2a + 3$ より $a = \frac{3}{2}$
- (6) $y = \frac{2}{5}x + 4$ に平行だから、傾きは $\frac{2}{5}$ です。
 $y = \frac{2}{5}x + b$ に $x = 5, y = -1$ を代入すると $-1 = 2 + b$ より $b = -3$



解き方

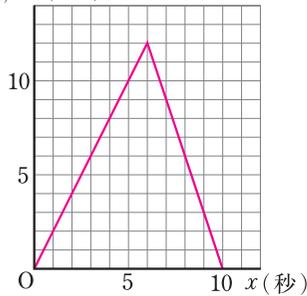
- $\begin{cases} x - y = 2 & \dots\dots \text{①} \\ x - 3y = 12 & \dots\dots \text{②} \end{cases}$ とします。
- それぞれの式を y について解くと、
 $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = \frac{1}{3}x - 4 \end{cases}$ となります。
- ①と②のグラフの交点の座標は $(-3, -5)$
 すなわち、解は $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 \end{cases}$

4 (1) $(-3, -2)$ (2) $b = -\frac{7}{5}$

解き方

- (1) $y = 3x + 7$ に $x = -3$ を代入すると $y = 3 \times (-3) + 7 = -2$ P $(-3, -2)$
- (2) $y = \frac{1}{5}x + b$ に $x = -3, y = -2$ を代入します。

5 (1) 式… $y = 2x$
 x の変域… $0 \leq x \leq 6$
 (2) 式… $y = -3x + 30$
 x の変域… $6 \leq x \leq 10$
 (3) y (cm²)



(4) 3秒後, 8秒後

解き方

- (1) 点Pが辺AB上を動くとき、底辺は x cm、高さは4 cm だから $y = \frac{1}{2} \times x \times 4 = 2x$
- (2) 点Pが辺BC上を動くとき、底辺は $(10 - x)$ cm、高さは6 cm だから $y = \frac{1}{2} \times (10 - x) \times 6 = -3x + 30$
- (3) (1), (2)の1次関数のグラフをかきます。
- (4) $y = 6$ になるのは、 $0 \leq x \leq 6$ と $6 \leq x \leq 10$ のときの2回あります。

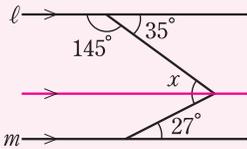
出題傾向

平行線の性質を利用して角度を求める問題は必ず出題される。平行線に直線が交わってできる角の性質をしっかりとつかんでおこう。三角形の合同条件は、いろいろな証明問題で必要になるよ。

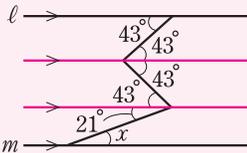
- ① (1) $\angle x = 65^\circ$ (2) $\angle x = 62^\circ$
 (3) $\angle x = 21^\circ$ (4) $\angle x = 60^\circ$

解き方

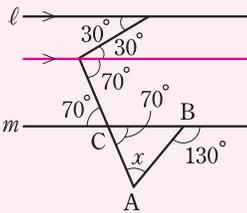
- (1) $\angle x = 180^\circ - (51^\circ + 64^\circ) = 65^\circ$
 (2) 下の図のように、 $\angle x$ の頂点を通り、 ℓ に平行な直線をひきます。
 $\angle x = 35^\circ + 27^\circ = 62^\circ$



- (3) 下の図のように、 86° と 64° の角の頂点をそれぞれ通り、 ℓ に平行な直線をひきます。
 $\angle x = 64^\circ - 43^\circ = 21^\circ$



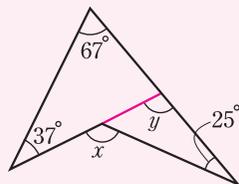
- (4) 下の図のように、 100° の角の頂点を通り、 ℓ に平行な直線をひきます。
 $\triangle ABC$ の内角と外角の性質から
 $\angle x = 130^\circ - 70^\circ = 60^\circ$



- ② (1) $\angle x = 30^\circ$ (2) $\angle x = 129^\circ$ (3) $\angle x = 23^\circ$
 (4) $\angle x = 110^\circ$

解き方

- (1) $180^\circ - 83^\circ = 97^\circ$
 $\angle x = 127^\circ - 97^\circ = 30^\circ$
 (2) 下の図のように、直線をひきます。
 三角形の内角と外角の性質から
 $\angle y = 37^\circ + 67^\circ = 104^\circ$
 $\angle x = 104^\circ + 25^\circ = 129^\circ$



- (3) $46^\circ + \bullet\bullet = \circ\circ$ より $\circ\circ - \bullet\bullet = 46^\circ$
 $\circ - \bullet = 46^\circ \div 2 = 23^\circ$
 $\angle x + \bullet = \circ$ より $\angle x = \circ - \bullet = 23^\circ$
 (4) $\angle x$ の外角を $\angle y$ とすると
 $80^\circ + 60^\circ + 80^\circ + 70^\circ + \angle y = 360^\circ$ より
 $\angle y = 70^\circ$ ゆえに $\angle x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

③ (1)九角形 (2)正二十角形 (3)正十二角形

解き方

- (1) n 角形とします。
 $180^\circ \times (n-2) = 1260^\circ$ より $n-2=7$ $n=9$
 (2) $360^\circ \div 18^\circ = 20$
 (3) 1つの外角の大きさは $180^\circ \div 6 = 30^\circ$
 $360^\circ \div 30^\circ = 12$ より 正十二角形

④ 合同な三角形 $\triangle BCE \equiv \triangle ACD$

合同条件 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

解き方

三角形の合同条件が成り立つ2つの三角形を見つけ出します。 $BC=AC$, $EC=DC$, $\angle BCE = \angle ACD$ より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle BCE \equiv \triangle ACD$

⑤ (1)仮定 $AP=CP$, $\angle PAD = \angle PCB$

結論 $AD=CB$

(2) $\triangle PAD$ と $\triangle PCB$ において

仮定から $AP=CP$ ①

$\angle PAD = \angle PCB$ ②

対頂角は等しいから $\angle APD = \angle CPB$ ③

①, ②, ③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから $\triangle PAD \equiv \triangle PCB$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから $AD=CB$

解き方

(2) AD と CB をそれぞれ辺にもつ2つの三角形 $\triangle PAD$ と $\triangle PCB$ が合同であることを示し、 $AD=CB$ を導きます。

⑥ $\triangle AEB$ と $\triangle CDB$ において

$\triangle ABC$ は正三角形だから

$AB=CB$ ①

$\triangle EBD$ は正三角形だから

$EB=DB$ ②

また $\angle ABE = 60^\circ - \angle ABD$ ③

$\angle CBD = 60^\circ - \angle ABD$ ④

③, ④より $\angle ABE = \angle CBD$ ⑤

①, ②, ⑤より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle AEB \equiv \triangle CDB$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから $AE=CD$

AE, CD をそれぞれ辺にもつ 2 つの三角形 $\triangle AEB$ と $\triangle CDB$ が合同であることを示し, $AE=CD$ を導きます。 $\angle ABE$ と $\angle CBD$ が等しいことは, 2 つの角が, 60° の角から $\angle ABD$ をひいた角であることから示すことができます。 $\triangle CDB$ を点 B を回転の中心として, 反時計まわりに 60° 回転移動したものが $\triangle AEB$ です。

p.122~123 予想問題 5

出題傾向
 直角三角形の合同条件, 平行四辺形になる条件に関する問題は出題率が高い。多くの証明問題に取り組んで, 証明の流れをつかんでおこう。また, 等しい面積の問題もさまざまな場面で出題される。平行な 2 直線を見つけることがポイントになるよ。

1 (1) 65° (2) 52°
 (1) $\angle CDA = 25^\circ \times 2 = 50^\circ$
 $\angle BAC = (180^\circ - 50^\circ) \div 2 = 65^\circ$
 (2) $\angle ACD = \angle BCD = \angle x$ とすると
 $\angle ABC = \angle ACB = 2\angle x$
 $\triangle BCD$ で, $\angle ADC$ について
 $2\angle x + \angle x = 96^\circ$ $3\angle x = 96^\circ$ $\angle x = 32^\circ$
 $\triangle ADC$ で $\angle BAC = 180^\circ - (96^\circ + 32^\circ) = 52^\circ$

2 (1) $\triangle ABC$ において, $\angle B + \angle C = 90^\circ$ ならば, $\angle A = 90^\circ$ である。
 正しい。
 (2) $a + b = 10$ ならば, $a = 3, b = 7$ である。
 正しくない。

解き方
 「 $\circ \circ \circ$ ならば $\square \square \square$ 」ということがらの逆は, 「 $\square \square \square$ ならば $\circ \circ \circ$ 」です。
 あることがらが正しくても, その逆は正しいとは限りません。あることがらが正しくないことを示すには, 正しくない例(反例)を 1 つ示せば十分です。
 (1) $\triangle ABC$ において, $\angle B + \angle C = 90^\circ$ のとき, 残りの $\angle A$ は必ず 90° になるから, 正しい。
 (2) 例えば, $a = 1, b = 9$ のような場合があるから, 正しくない。

3 $\triangle ABQ$ と $\triangle PBQ$ において
 $\angle BAQ = \angle BPQ = 90^\circ$ ①
 仮定から $AB = PB$ ②
 また BQ は共通③
 ①, ②, ③より, 直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABQ \equiv \triangle PBQ$

合同な図形の対応する角の大きさは等しいから

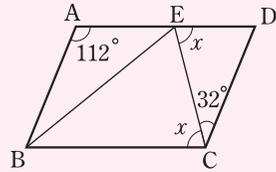
$$\angle ABQ = \angle PBQ$$

したがって, BQ は $\angle ABC$ を 2 等分する。

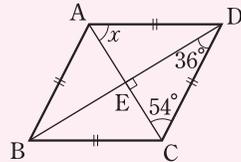
$\angle ABQ = \angle PBQ$ であることを証明すればよいから, これらの角をふくむ $\triangle ABQ$ と $\triangle PBQ$ が合同であることを示せばよいことになります。斜辺が共通で, 仮定より他の 1 辺が等しいことがわかっています。

4 (1) $\angle x = 80^\circ$ (2) $\angle x = 54^\circ$

(1) $AD \parallel BC$ より $\angle x = \angle ECB$
 平行四辺形の対角は等しいから
 $\angle x + 32^\circ = 112^\circ$ より $\angle x = 80^\circ$



(2) $\triangle DEC$ において
 $\angle DEC = 180^\circ - (36^\circ + 54^\circ) = 90^\circ$
 平行四辺形の対角線が垂直に交わっているから $\square ABCD$ はひし形である。 $\triangle DAC$ は二等辺三角形だから, $\angle x = \angle ACD = 54^\circ$



5 $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において
 四角形 ABCD は平行四辺形だから
 $AB = CD$ ①
 平行線の錯角は等しいから, $AB \parallel CD$ より
 $\angle ABE = \angle CDF$ ②
 仮定から $BE = DF$ ③
 ①, ②, ③より, 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$
 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから
 $AE = CF$

AE, CF を辺とする 2 つの三角形 $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ が合同であることを示せば, $AE = CF$ が導けます。仮定より $BE = DF$ だから, その両端の角か, もう 1 組の辺とその間の角が等しいことがいえればよいことになります。平行四辺形の対辺は等しいことから, $AB = CD$ がいえるので, あとは $\angle ABE$ と $\angle CDF$ が等しいことをいえばよいことになります。

- 6 $\triangle AED$ と $\triangle FEB$ において
 仮定から $DE=BE$ ……①
 $AD\parallel BC$ より $\angle ADE=\angle FBE$ ……②
 対頂角は等しいから
 $\angle AED=\angle FEB$ ……③

①, ②, ③より, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AED \equiv \triangle FEB$$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから

$$AE=FE \quad \dots\dots④$$

①, ④より, 対角線がそれぞれの中点で交わるから, 四角形 $ABFD$ は平行四辺形である。

解き方
 仮定より, $DE=BE$ がわかっているから, ここでは, 2つの対角線がそれぞれの中点で交わることから, 平行四辺形であることを証明します。

- 7 仮定から $\angle ABD=\angle CBD$
 平行線の錯角は等しいから, $AD\parallel BC$ より
 $\angle ADB=\angle CBD$

よって, $\angle ABD=\angle ADB$ だから

$$AB=AD$$

平行四辺形の2組の対辺はそれぞれ等しいから

$$AB=DC, AD=BC$$

したがって $AB=BC=CD=DA$

4つの辺がすべて等しいから, 四角形 $ABCD$ はひし形である。

解き方
 ひし形であることを証明するには, 4つの辺がすべて等しいことをいえばよいです。ここでは, $\square ABCD$ で対辺がそれぞれ等しいから, となり合う辺が等しいことがいえれば, 4つの辺がすべて等しいことがいえます。

- 8 $\triangle CEB$, $\triangle FAB$, $\triangle FHB$, $\triangle EAD$, $\triangle HFI$

解き方
 $DC\parallel EB$ より $\triangle AEB=\triangle CEB$
 $\triangle CEB$ と $\triangle FAB$ は合同である。
 $AI\parallel BF$ より $\triangle FAB=\triangle FHB$
 四角形 $BADE$ は正方形, 四角形 $BFIH$ は長方形で, どちらも対角線で面積の等しい2つの三角形に分けられるから
 $\triangle AEB=\angle EAD$, $\triangle FHB=\angle HFI$

出題傾向

四分位数, 四分位範囲を答える問題は, よく出題されるよ。箱ひげ図をかくだけでなく, 箱ひげ図から読み取れることもしっかりと理解しておこう。

- 1 (1)21 個
 (2)第1四分位数 29 個
 中央値 34 個
 第3四分位数 40 個
 (3)11 個

解き方

(1)最小値が22個, 最大値が43個だから
 範囲は $43-22=21$ (個)

$$(3)(\text{四分位範囲})=(\text{第3四分位数})-(\text{第1四分位数}) \\ =40-29=11(\text{個})$$

- 2 (1)1組 (2)2組 (3)1組 (4)いえない。

解き方

(1)範囲は, 箱ひげ図全体の長さで比べます。

(2)四分位範囲は, 箱ひげ図の箱の長さで比べます。

(3)右のひげの部分の長さは, 1組の方が長い。

(4)中央値が大きくても, 平均値が大きいとは限りません。

- 3 (1)56 g
 (2)第1四分位数 180 g
 中央値 202 g
 第3四分位数 216 g
 (3)36 g

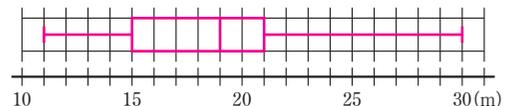
解き方

データを小さい順に並べると

172, 176, 180, 188, 195, 202,
 205, 212, 216, 220, 228

(2)第1四分位数は3番目の値だから 180 g
 中央値は6番目の値だから 202 g
 第3四分位数は9番目の値だから 216 g

- 4 (1)21 m (2)6.5 m
 (3)①19 m ②6 m
 ③



解き方

データを小さい順に並べて考えます。

(1)第3四分位数は $\frac{21+21}{2}=21(\text{m})$

(2)第1四分位数は $\frac{14+15}{2}=14.5(\text{m})$ だから,
 四分位範囲は $21-14.5=6.5(\text{m})$

(3)①, ②のデータを追加し, 小さい順に並べて考えると,

$$\text{中央値は } \frac{19+19}{2}=19(\text{m})$$

第1四分位数は小さい方から数えて6番目の値だから15 m, 第3四分位数は小さい方から数えて17番目の値だから21 mとなります。

出題傾向

確率の問題は、他の章に比べて、計算よりも考え方が重要になる場合が多い。特に、場合の数をもれや重複なく正確に求めることが大切だよ。落ち着いて、じっくり取り組むようにしよう。

- ① (1) $\frac{1}{6}$ (2) B のくじ

解き方

(1) A のくじを引いたときのあたる確率は

$$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

(2) B のくじを引いたときのあたる確率は $\frac{9}{50}$

$\frac{1}{6} < \frac{9}{50}$ だから、B のくじのほうがあたりやすいといえます。

- ② (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{1}{3}$

解き方

さいころの目の出方は全部で6通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。

(1) 偶数の目が出るのは、2, 4, 6 の3通り。

求める確率は $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(2) 3の倍数の目が出るのは、3, 6 の2通り。

求める確率は $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(3) 6の約数の目が出るのは、1, 2, 3, 6 の4通り。

求める確率は $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

(4) (3) でない確率だから $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

- ③ (1) $\frac{1}{36}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{25}{36}$

解き方

下のような表をかくと、さいころの目の出方は全部で36通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。

(1) 2つとも1の目が出るのは、下の表の○の1通り。

求める確率は $\frac{1}{36}$

大	小	1	2	3	4	5	6
1	○						
2							
3							
4							
5							
6							

(2) 2つの目の数の和が7になるのは、下の表の○の6通り。

求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

大	小	1	2	3	4	5	6
1							○
2						○	
3				○			
4			○				
5		○					
6	○						

(3) 2つの目の数の差が3になるのは、下の表の○の6通り。

求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

大	小	1	2	3	4	5	6
1					○		
2						○	
3							○
4	○						
5		○					
6			○				

(4) 2つの目の数の積が16以上になるのは、下の表の○の11通り。

求める確率は $1 - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$

大	小	1	2	3	4	5	6
1							
2							
3							○
4				○	○	○	
5				○	○	○	
6			○	○	○	○	

- ④ (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{9}{10}$

解き方

カードの取り出し方は全部で

- (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
 (3, 4), (3, 5), (3, 6),
 (4, 5), (4, 6),
 (5, 6)

の10通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。

(1) 和が奇数であるのは、 をひいた6通り。

求める確率は $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

(2) 積が偶数であるのは、 や をひいた9通り。

求める確率は $\frac{9}{10}$

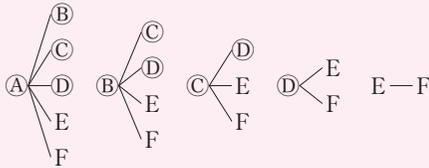
別解 積が奇数であるのは(3, 5)の1通り。

求める確率は $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

5 (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{8}{15}$

解き方

2人の当番を選ぶ選び方は全部で15通りで、どの場合が起こることも同様に確からしい。



- (1) 男子2人が選ばれるのは
 (A, B), (A, C), (A, D),
 (B, C), (B, D),
 (C, D)
 の6通り。

求める確率は $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

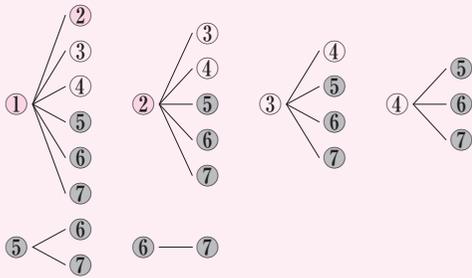
- (2) 男子1人, 女子1人が選ばれるのは
 (A, E), (A, F), (B, E), (B, F),
 (C, E), (C, F), (D, E), (D, F)
 の8通り。

求める確率は $\frac{8}{15}$

6 (1) $\frac{1}{7}$ (2) $\frac{11}{21}$ (3) $\frac{16}{21}$

解き方

赤玉を①②, 白玉を③④, 青玉を⑤⑥⑦とすると, 2個の玉の取り出し方は, 次の21通りで, どの場合が起こることも同様に確からしい。



- (1) 2個とも青玉であるのは
 (⑤, ⑥), (⑤, ⑦), (⑥, ⑦)の
 3通り。

求める確率は $\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$

- (2) 少なくとも1個が赤玉であるのは
 (①, ②), (①, ③), (①, ④), (①, ⑤),
 (①, ⑥), (①, ⑦), (②, ③), (②, ④),
 (②, ⑤), (②, ⑥), (②, ⑦)
 の11通り。

求める確率は $\frac{11}{21}$

- (3) 2個の色が同じであるのは
 (①, ②), (③, ④), (⑤, ⑥), (⑤, ⑦),
 (⑥, ⑦)
 の5通り。

求める確率は $1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}$

7 (1) $\frac{7}{36}$ (2) $\frac{2}{9}$

解き方

大小2個のさいころの目の出方は, 全部で36通りで, どの場合が起こることも同様に確からしい。

- (1) コマがDで止まるのは, 2つの目の数の和が3か8のときです。出た目の数を(大のさいころの目, 小のさいころの目)で表すと, 和が3になるのは(1, 2), (2, 1)の2通り。和が8になるのは(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)の5通り。したがって, コマがDで止まる場合は2+5=7(通り)

求める確率は $\frac{7}{36}$

- (2) コマがCで止まるのは, 出た目の数の和が2, 7, 12のときです。和が2になるのは(1, 1)の1通り。和が7になるのは(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)の6通り。和が12になるのは(6, 6)の1通り。したがって, コマがCで止まる場合は1+6+1=8(通り)

求める確率は $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$