



教科書ぴったりトレーニング

〈啓林館版・中学数学3年〉

この解答集は取り外してお使いください。



解答集



1章 式の展開と因数分解

p.6~7

びたトレ0

- ① (1) $7x+3$ (2) $7x-1$ (3) $x+4$
 (4) $3a+4$ (5) $7a-b$ (6) $4x-11y$
 (7) $2x-2y$ (8) $-a+5b$

解き方
 カッコをはずすとき、カッコの前が-のときは、
 カッコの中の各項の符号を変えたものの和として表します。

$$\begin{aligned} (4)(2a-4)-(-a-8) \\ = 2a-4+a+8=3a+4 \\ (8)(7a+2b)-(8a-3b) \\ = 7a+2b-8a+3b=-a+5b \end{aligned}$$

- ② (1) たす $6x^2+2x$, ひく $-2x^2-8x$
 (2) たす $-2x^2+x$, ひく $-4x^2+15x$

解き方
 x^2 と x は同類項ではないことに注意しましょう。

$$\begin{aligned} (1)(2x^2-3x)+(4x^2+5x) \\ = 2x^2-3x+4x^2+5x=6x^2+2x \\ (2x^2-3x)-(4x^2+5x) \\ = 2x^2-3x-4x^2-5x=-2x^2-8x \\ (2)(-3x^2+8x)+(x^2-7x) \\ = -3x^2+8x+x^2-7x=-2x^2+x \\ (-3x^2+8x)-(x^2-7x) \\ = -3x^2+8x-x^2+7x=-4x^2+15x \end{aligned}$$

- ③ (1) $10x+15$ (2) $-12x+21$
 (3) $-18x-24$ (4) $15x-10$
 (5) $10x-18y$ (6) $-4a-32b$
 (7) $4x+7y$ (8) $-8x+6y$

解き方
 分配法則を使ってカッコをはずします。

$$\begin{aligned} (8)(20x-15y)\times\left(-\frac{2}{5}\right) \\ = 20x\times\left(-\frac{2}{5}\right)-15y\times\left(-\frac{2}{5}\right) \\ = 4x\times(-2)-3y\times(-2) \\ = -8x+6y \end{aligned}$$

- ④ (1) $2x+3$ (2) $-2x+1$ (3) $3x-18$
 (4) $30x+25$ (5) $3x+4y$ (6) $-a-3b$
 (7) $5x-15y$ (8) $-16x+8y$

解き方

整数でわるときは、

$$(a+b)\div m = \frac{a}{m} + \frac{b}{m}$$

を使ってカッコをはずします。

分数でわるときは、わる数の逆数をかけます。

$$\begin{aligned} (5)(15x+20y)\div 5 &= \frac{15x}{5} + \frac{20y}{5} = 3x+4y \\ (8)(24x-12y)\div\left(-\frac{3}{2}\right) &= (24x-12y)\times\left(-\frac{2}{3}\right) \\ &= 24x\times\left(-\frac{2}{3}\right)-12y\times\left(-\frac{2}{3}\right) = -16x+8y \end{aligned}$$

p.9

びたトレ1

- ① (1) $16x^2+4xy$ (2) $21x^2-35xy$
 (3) $-6a^2-30ab$ (4) $-9a^2+12ab$

解き方

$$\begin{aligned} (1)(4x+y)\times 4x &= 4x\times 4x+y\times 4x \\ (2)(3x-5y)\times 7x &= 3x\times 7x-5y\times 7x \\ (3)(a+5b)\times(-6a) &= a\times(-6a)+5b\times(-6a) \\ (4)(3a-4b)\times(-3a) &= 3a\times(-3a)-4b\times(-3a) \end{aligned}$$

- ② (1) $9x^2+21xy$ (2) $10x^2-45xy$
 (3) $-35x^2-21xy$ (4) $20a^2+32ab$

解き方

$$\begin{aligned} (1)3x(3x+7y) &= 3x\times 3x+3x\times 7y \\ (2)5x(2x-9y) &= 5x\times 2x+5x\times(-9y) \\ (3)-7x(5x+3y) &= -7x\times 5x+(-7x)\times 3y \\ (4)-4a(-5a-8b) &= -4a\times(-5a)+(-4a)\times(-8b) \end{aligned}$$

- ③ (1) $4x+3$ (2) $3x-4$ (3) $-2x-5$ (4) $4a+2$

解き方

$$\begin{aligned} (1)(8x^2+6x)\div 2x &= \frac{8x^2}{2x} + \frac{6x}{2x} \\ (2)(9x^2-12x)\div 3x &= \frac{9x^2}{3x} - \frac{12x}{3x} \\ (3)(4x^2+10x)\div(-2x) &= \frac{4x^2}{-2x} + \frac{10x}{-2x} \\ (4)(-28a^2-14a)\div(-7a) &= \frac{-28a^2}{-7a} - \frac{14a}{-7a} \end{aligned}$$

- ④ (1) $9x+6$ (2) $10x-4$ (3) $-20a-12$
 (4) $-27x+54$

解き方

$$\begin{aligned} (1)(3x^2+2x)\div\frac{x}{3} &= (3x^2+2x)\times\frac{3}{x} \\ &= 3x^2\times\frac{3}{x}+2x\times\frac{3}{x} = 9x+6 \\ (2)(5x^2-2x)\div\frac{1}{2}x &= (5x^2-2x)\times\frac{2}{x} \\ &= 5x^2\times\frac{2}{x}-2x\times\frac{2}{x} = 10x-4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) & (25a^2 + 15a) \div \left(-\frac{5}{4}a\right) \\
 &= (25a^2 + 15a) \times \left(-\frac{4}{5a}\right) \\
 &= 25a^2 \times \left(-\frac{4}{5a}\right) + 15a \times \left(-\frac{4}{5a}\right) = -20a - 12 \\
 (4) & (12x^2 - 24x) \div \left(-\frac{4}{9}x\right) \\
 &= (12x^2 - 24x) \times \left(-\frac{9}{4x}\right) \\
 &= 12x^2 \times \left(-\frac{9}{4x}\right) - 24x \times \left(-\frac{9}{4x}\right) = -27x + 54
 \end{aligned}$$

p.11

びたトレ 1

- 1** (1) $ac - ad - bc + bd$ (2) $ab + a + 2b + 2$
 (3) $xy - 7x + 3y - 21$ (4) $xy - 3x - 8y + 24$

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) & c - d \text{ を } M \text{ とすると,} \\
 & (a - b)(c - d) = (a - b)M = aM - bM \\
 &= a(c - d) - b(c - d) \\
 &= a \times c - a \times d - b \times c + b \times d
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & b + 1 \text{ を } M \text{ とすると,} \\
 & (a + 2)(b + 1) = (a + 2)M = aM + 2M \\
 &= a(b + 1) + 2(b + 1) \\
 &= a \times b + a \times 1 + 2 \times b + 2 \times 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) & y - 7 \text{ を } M \text{ とすると,} \\
 & (x + 3)(y - 7) = (x + 3)M = xM + 3M \\
 &= x(y - 7) + 3(y - 7) \\
 &= x \times y - x \times 7 + 3 \times y - 3 \times 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) & y - 3 \text{ を } M \text{ とすると,} \\
 & (x - 8)(y - 3) = (x - 8)M = xM - 8M \\
 &= x(y - 3) - 8(y - 3) \\
 &= x \times y - x \times 3 - 8 \times y + 8 \times 3
 \end{aligned}$$

- 2** (1) $a^2 + 7a + 10$ (2) $8a^2 + 2a - 21$
 (3) $30x^2 - 29x + 4$ (4) $6y^2 + y - 35$

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) & a + 2 \text{ を } M \text{ とすると,} \\
 & (a + 5)(a + 2) = (a + 5)M = aM + 5M \\
 &= a(a + 2) + 5(a + 2) \\
 &= a \times a + a \times 2 + 5 \times a + 5 \times 2 = a^2 + 7a + 10
 \end{aligned}$$

(別解) おきかえずに展開する方法

$$\begin{aligned}
 & (a + 5)(a + 2) = a(a + 2) + 5(a + 2) \\
 &= a \times a + a \times 2 + 5 \times a + 5 \times 2 \\
 &= a^2 + 2a + 5a + 10 = a^2 + 7a + 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & \text{おきかえずに展開する方法で解くと,} \\
 & (4a + 7)(2a - 3) = 4a(2a - 3) + 7(2a - 3) \\
 &= 4a \times 2a - 4a \times 3 + 7 \times 2a - 7 \times 3 \\
 &= 8a^2 - 12a + 14a - 21 = 8a^2 + 2a - 21
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) & (5x - 4)(6x - 1) = 5x(6x - 1) - 4(6x - 1) \\
 &= 5x \times 6x - 5x \times 1 - 4 \times 6x - 4 \times (-1) \\
 &= 30x^2 - 5x - 24x + 4 = 30x^2 - 29x + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) & (3y - 7)(2y + 5) = 3y(2y + 5) - 7(2y + 5) \\
 &= 3y \times 2y + 3y \times 5 - 7 \times 2y - 7 \times 5 \\
 &= 6y^2 + 15y - 14y - 35 = 6y^2 + y - 35
 \end{aligned}$$

- 3** (1) $a^2 + 3ab + 2b^2$ (2) $4a^2 + 8ab - 21b^2$
 (3) $3x^2 - 20xy + 32y^2$ (4) $20x^2 - 9xy - 18y^2$

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) & (a + b)(a + 2b) \\
 &= a(a + 2b) + b(a + 2b) \\
 &= a \times a + a \times 2b + b \times a + b \times 2b \\
 &= a^2 + 2ab + ab + 2b^2 \\
 &= a^2 + 3ab + 2b^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & (2a + 7b)(2a - 3b) \\
 &= 2a \times 2a - 2a \times 3b + 7b \times 2a - 7b \times 3b \\
 &= 4a^2 - 6ab + 14ab - 21b^2 = 4a^2 + 8ab - 21b^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) & (3x - 8y)(x - 4y) \\
 &= 3x \times x - 3x \times 4y + (-8y) \times x + (-8y) \times (-4y) \\
 &= 3x^2 - 12xy - 8xy + 32y^2 = 3x^2 - 20xy + 32y^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) & (5x - 6y)(4x + 3y) \\
 &= 20x^2 + 15xy - 24xy - 18y^2 \\
 &= 20x^2 - 9xy - 18y^2
 \end{aligned}$$

- 4** (1) $a^2 + 2ab + 4a + 2b + 3$
 (2) $6a^2 + 7ab - 3b^2 + 15a - 5b$
 (3) $5a^2 - 23ab - 6a + 12b^2 + 24b$
 (4) $6x^2 - 17xy + 8x + 7y^2 - 4y$

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) & (a + 1)(a + 2b + 3) \\
 &= a(a + 2b + 3) + (a + 2b + 3) \\
 &= a^2 + 2ab + 3a + a + 2b + 3 \\
 &= a^2 + 2ab + 4a + 2b + 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & (2a + 3b + 5)(3a - b) \\
 &= 2a(3a - b) + 3b(3a - b) + 5(3a - b) \\
 &= 6a^2 - 2ab + 9ab - 3b^2 + 15a - 5b \\
 &= 6a^2 + 7ab - 3b^2 + 15a - 5b
 \end{aligned}$$

(別解) うしろの式を、前の式にかけて展開します。

$$\begin{aligned}
 & (2a + 3b + 5)(3a - b) \\
 &= 3a(2a + 3b + 5) - b(2a + 3b + 5) \\
 &= 6a^2 + 9ab + 15a - 2ab - 3b^2 - 5b \\
 &= 6a^2 + 7ab + 15a - 3b^2 - 5b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) & (a - 4b)(5a - 3b - 6) \\
 &= a(5a - 3b - 6) - 4b(5a - 3b - 6) \\
 &= 5a^2 - 3ab - 6a - 20ab + 12b^2 + 24b \\
 &= 5a^2 - 23ab - 6a + 12b^2 + 24b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) & (3x - 7y + 4)(2x - y) \\
 &= 2x(3x - 7y + 4) - y(3x - 7y + 4) \\
 &= 6x^2 - 14xy + 8x - 3xy + 7y^2 - 4y \\
 &= 6x^2 - 17xy + 8x + 7y^2 - 4y
 \end{aligned}$$

- 1 (1) $x^2+8x+15$ (2) x^2+6x+8
 (3) $x^2-10x+21$ (4) x^2-7x+6
 (5) $x^2+3x-10$ (6) $x^2-5x-24$

解き方

- (1) $(x+3)(x+5)$ を展開した式で,
 x の係数は, $3+5=8$
 数の項は, $3 \times 5=15$
 よって, $(x+3)(x+5)=x^2+8x+15$
 (2) $(x+4)(x+2)=x^2+(4+2)x+4 \times 2$
 $=x^2+6x+8$
 (3) $(x-7)(x-3)$ を展開した式で,
 x の係数は, $(-7)+(-3)=-10$
 数の項は, $(-7) \times (-3)=21$
 よって, $(x-7)(x-3)=x^2-10x+21$
 (4) $(x-6)(x-1)$
 $=x^2+\{(-6)+(-1)\}x+(-6) \times (-1)$
 $=x^2-7x+6$
 (5) $(x+5)(x-2)$ を展開した式で,
 x の係数は, $5+(-2)=3$
 数の項は, $5 \times (-2)=-10$
 よって, $(x+5)(x-2)=x^2+3x-10$
 (6) $(x-8)(x+3)=x^2+\{(-8)+3\}x+(-8) \times 3$
 $=x^2-5x-24$

- 2 (1) $x^2+8x+16$ (2) $x^2+14x+49$
 (3) a^2+4a+4 (4) x^2-2x+1
 (5) $x^2-10x+25$ (6) y^2-6y+9

解き方

- (1) $(x+4)^2=x^2+2 \times x \times 4+4^2=x^2+8x+16$
 (2) $(x+7)^2=x^2+2 \times x \times 7+7^2=x^2+14x+49$
 (3) $(a+2)^2=a^2+2 \times a \times 2+2^2=a^2+4a+4$
 (4) $(x-1)^2=x^2-2 \times x \times 1+1^2=x^2-2x+1$
 (5) $(x-5)^2=x^2-2 \times x \times 5+5^2=x^2-10x+25$
 (6) $(y-3)^2=y^2-2 \times y \times 3+3^2=y^2-6y+9$

- 3 (1) $x^2-12xy+36y^2$ (2) $9a^2+6ab+b^2$
 (3) $25a^2+20ab+4b^2$ (4) $16x^2-24xy+9y^2$
 (5) $x^2+3xy+\frac{9}{4}y^2$ (6) $a^2-6ab+9b^2$

解き方

- (1) $(x-6y)^2=x^2-2 \times x \times 6y+(6y)^2$
 $=x^2-12xy+36y^2$
 (2) $(3a+b)^2=(3a)^2+2 \times 3a \times b+b^2$
 $=9a^2+6ab+b^2$
 (3) $(5a+2b)^2=(5a)^2+2 \times 5a \times 2b+(2b)^2$
 $=25a^2+20ab+4b^2$
 (4) $(4x-3y)^2=(4x)^2-2 \times 4x \times 3y+(3y)^2$
 $=16x^2-24xy+9y^2$

$$\begin{aligned} (5) \left(x + \frac{3}{2}y\right)^2 &= x^2 + 2 \times x \times \frac{3}{2}y + \left(\frac{3}{2}y\right)^2 \\ &= x^2 + 3xy + \frac{9}{4}y^2 \\ (6) (-a+3b)^2 &= (-a)^2 + 2 \times (-a) \times 3b + (3b)^2 \\ &= a^2 - 6ab + 9b^2 \end{aligned}$$

- 1 (1) x^2-36 (2) $4-a^2$ (3) $9a^2-25$
 (4) $9x^2-16y^2$

解き方

- (1) $(x+6)(x-6)=x^2-6^2=x^2-36$
 (2) $(2-a)(2+a)=2^2-a^2=4-a^2$
 (3) $(3a+5)(3a-5)=(3a)^2-5^2=9a^2-25$
 (4) $(3x-4y)(3x+4y)=(3x)^2-(4y)^2=9x^2-16y^2$

- 2 (1) $2x^2-17x+35$ (2) $-x^2+28x-15$
 (3) $2x^2-8x-3$ (4) $16x$

解き方

- (1) $(x-5)^2+(x-2)(x-5)$
 $= (x^2-2 \times x \times 5+5^2) + \{x^2+(-2-5)x$
 $+ (-2) \times (-5)\}$
 $= x^2-10x+25+x^2-7x+10$
 $= 2x^2-17x+35$
 (2) $(3x+5)(x-3)-4x(x-8)$
 $= (3x^2-9x+5x-15)-4x^2+32x$
 $= -x^2+28x-15$
 (3) $(x-3)(x-7)+(x+6)(x-4)$
 $= \{x^2+(-3-7)x+(-3) \times (-7)\}$
 $+ \{x^2+(6-4)x+6 \times (-4)\}$
 $= x^2-10x+21+x^2+2x-24$
 $= 2x^2-8x-3$
 (4) $(x+4)^2-(x-4)^2$
 $= (x^2+2 \times x \times 4+4^2)-(x^2-2 \times x \times 4+4^2)$
 $= (x^2+8x+16)-(x^2-8x+16)$
 $= x^2+8x+16-x^2+8x-16=16x$

- 3 (1) $a^2+2ab+b^2+a+b-12$
 (2) $a^2+4ab+4b^2-9$
 (3) $x^2+2xy+y^2-10x-10y+25$

解き方

- (1) $a+b$ を M とすると,
 $(a+b+4)(a+b-3)$
 $= (M+4)(M-3)$
 $= M^2+M-12$
 $= (a+b)^2+(a+b)-12$
 $= a^2+2ab+b^2+a+b-12$
 (2) $a+2b$ を M とすると,
 $(a+2b+3)(a+2b-3)$
 $= (M+3)(M-3)=M^2-9$
 $= (a+2b)^2-9$
 $= a^2+4ab+4b^2-9$

$$\begin{aligned}
 (3) & x+y \text{ を } M \text{ とすると,} \\
 & (x+y-5)^2 \\
 & = (M-5)^2 = M^2 - 10M + 25 \\
 & = (x+y)^2 - 10(x+y) + 25 \\
 & = x^2 + 2xy + y^2 - 10x - 10y + 25
 \end{aligned}$$

p.16~17

びたトレ2

◆ (1) $12x^2 - 8xy$ (2) $15a^2 - 9ab + 21ac$
 (3) $3x^2 - 10xy + 8x$ (4) $5a^2 - 10ab + 15ac$

解き方
 (1) $(3x-2y) \times 4x = 3x \times 4x - 2y \times 4x$
 (2) $-3a(-5a+3b-7c)$
 $= -3a \times (-5a) + (-3a) \times 3b + (-3a) \times (-7c)$
 (3) $12x\left(\frac{1}{4}x - \frac{5}{6}y + \frac{2}{3}\right)$
 $= 12x \times \frac{1}{4}x - 12x \times \frac{5}{6}y + 12x \times \frac{2}{3}$
 (4) $(-2a+4b-6c) \times \left(-\frac{5}{2}a\right)$
 $= -2a \times \left(-\frac{5}{2}a\right) + 4b \times \left(-\frac{5}{2}a\right) - 6c \times \left(-\frac{5}{2}a\right)$

◆ (1) $2a-3b+2$ (2) $-a+\frac{1}{2}b+\frac{1}{3}$
 (3) $-6x+9-3y$ (4) $2x^2y-5x^2y^2+4xy^2$

解き方
 (1) $(8a^2b-12ab^2+8ab) \div 4ab$
 $= \frac{8a^2b}{4ab} - \frac{12ab^2}{4ab} + \frac{8ab}{4ab}$
 (2) $(6a^2b-3ab^2-2ab) \div (-6ab)$
 $= -\frac{6a^2b}{6ab} + \frac{3ab^2}{6ab} + \frac{2ab}{6ab}$
 (3) $(-8x^2y+12xy-4xy^2) \div \frac{4}{3}xy$
 $= -8x^2y \times \frac{3}{4xy} + 12xy \times \frac{3}{4xy} - 4xy^2 \times \frac{3}{4xy}$
 (4) $(-14x+35xy-28y) \div \left(-\frac{7}{xy}\right)$
 $= -14x \times \left(-\frac{xy}{7}\right) + 35xy \times \left(-\frac{xy}{7}\right)$
 $-28y \times \left(-\frac{xy}{7}\right)$

◆ (1) $-2ab+4a-7b+14$
 (2) $3abx-ax^2+12b-4x$
 (3) $-15x^2-26x+21$
 (4) $18x^2+9x-20$
 (5) $8a^2-26ab+15b^2$
 (6) $-12a^2+26ab-10ac+15bc-12b^2$
 (7) $12x^2-xy-\frac{1}{6}y^2$
 (8) $4x^2-4xy-6x-3y^2+9y$

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) & (-2a-7)(b-2) \\
 & = -2a \times b + (-2a) \times (-2) + (-7) \times b + (-7) \times (-2) \\
 (2) & (ax+4)(3b-x) \\
 & = ax \times 3b + ax \times (-x) + 4 \times 3b + 4 \times (-x) \\
 (3) & (5x-3)(-3x-7) = -15x^2 - 35x + 9x + 21 \\
 (4) & (4+3x)(6x-5) = 24x - 20 + 18x^2 - 15x \\
 (5) & (2a-5b)(4a-3b) = 8a^2 - 6ab - 20ab + 15b^2 \\
 (6) & (6a-4b+5c)(3b-2a) \\
 & = 18ab - 12a^2 - 12b^2 + 8ab + 15bc - 10ac \\
 (7) & \left(4x + \frac{1}{3}y\right)\left(3x - \frac{1}{2}y\right) \\
 & = 4x \times 3x - 4x \times \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}y \times 3x - \frac{1}{3}y \times \frac{1}{2}y \\
 (8) & \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{2}\right)(12x+6y-18) \\
 & = \frac{x}{3} \times 12x + \frac{x}{3} \times 6y - \frac{x}{3} \times 18 \\
 & \quad - \frac{y}{2} \times 12x - \frac{y}{2} \times 6y - \frac{y}{2} \times (-18)
 \end{aligned}$$

◆ (1) $a^2-5ab-36b^2$ (2) $m^2-18m+81$
 (3) $16x^2-49$ (4) y^2+y-56
 (5) $9x^2-24xy+16y^2$ (6) $9-25x^2$
 (7) $9a^2+3ax-56x^2$ (8) $0.04a^2-0.09b^2$
 (9) $25x^2+20xy+4y^2$ (10) $a^2+\frac{5}{6}ab+\frac{1}{6}b^2$
 (11) $9x^2-\frac{1}{4}y^2$ (12) $\frac{1}{9}a^2+2a+9$

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) & (a-9b)(a+4b) \\
 & = a^2 + (-9b+4b)a + (-9b) \times 4b \\
 (2) & (m-9)^2 = m^2 - 2 \times m \times 9 + 9^2 \\
 (3) & (4x+7)(4x-7) = (4x)^2 - 7^2 \\
 (4) & (y-7)(8+y) = (y-7)(y+8) \\
 (5) & (3x-4y)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4y + (4y)^2 \\
 (6) & (3+5x)(-5x+3) = (3+5x)(3-5x) \\
 & = 3^2 - (5x)^2 \\
 (7) & (3a+8x)(3a-7x) \\
 & = (3a)^2 + (8x-7x) \times 3a + 8x \times (-7x) \\
 (8) & (0.2a+0.3b)(0.2a-0.3b) \\
 & = (0.2a)^2 - (0.3b)^2 \\
 (9) & (-5x-2y)^2 \\
 & = (-5x)^2 - 2 \times (-5x) \times 2y + (2y)^2 \\
 (10) & \left(a + \frac{1}{2}b\right)\left(a + \frac{1}{3}b\right) \\
 & = a^2 + \left(\frac{1}{2}b + \frac{1}{3}b\right)a + \frac{1}{2}b \times \frac{1}{3}b \\
 (11) & \left(3x + \frac{1}{2}y\right)\left(3x - \frac{1}{2}y\right) = (3x)^2 - \left(\frac{1}{2}y\right)^2 \\
 (12) & \left(\frac{1}{3}a+3\right)^2 = \left(\frac{1}{3}a\right)^2 + 2 \times \frac{1}{3}a \times 3 + 3^2
 \end{aligned}$$

5 (1) $5x^2-20x-11$ (2) $6a^2-30a-32$

(3) $x^2-2xy+y^2+6x-6y$

(4) $4a^2-12ab+9b^2+2a-3b-20$

解き方

(1) $(2x-5)^2+(x+6)(x-6)$

$= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 + x^2 - 6^2$

$= 4x^2 - 20x + 25 + x^2 - 36$

(2) $(3a-5)(3a+1)-3(a+3)^2$

$= (3a)^2 + (-5+1) \times 3a - 5 \times 1 - 3(a^2 + 6a + 9)$

$= 9a^2 - 12a - 5 - 3a^2 - 18a - 27$

(3) $x-y$ を M とすると,

$(x-y)(x-y+6)=M(M+6)=M^2+6M$

$= (x-y)^2 + 6(x-y)$

$= x^2 - 2xy + y^2 + 6x - 6y$

(4) $2a-3b$ を M とすると,

$(2a-3b-4)(2a-3b+5)=(M-4)(M+5)$

$= M^2 + M - 20 = (2a-3b)^2 + (2a-3b) - 20$

$= 4a^2 - 12ab + 9b^2 + 2a - 3b - 20$

p.19

びたトレ 1

1 (1) $3a(x-2y)$ (2) $6y(x^2+3y)$

(3) $x(a-b+3)$ (4) $4x(3x+y-4y^2)$

解き方

$Ma+Mb$ の形の式は、各項に共通な因数 M を見つけ、その共通因数 M をくり出して、 $Ma+Mb=M(a+b)$ と因数分解します。

(1)共通因数は $3a$

$3ax-6ay=3a \times x - 3a \times 2y = 3a(x-2y)$

(2)共通因数は $6y$

$6x^2y+18y^2=6y \times x^2 + 6y \times 3y = 6y(x^2+3y)$

(3)共通因数は x

$ax-bx+3x=x \times a - x \times b + x \times 3$

$= x(a-b+3)$

(4)共通因数は $4x$

$12x^2+4xy-16xy^2=4x \times 3x + 4x \times y - 4x \times 4y^2$

$= 4x(3x+y-4y^2)$

2 (1) $(m+n)(m-n)$ (2) $(x+6)(x-6)$

(3) $(y+1)(y-1)$ (4) $(3x+4)(3x-4)$

(5) $(5x+y)(5x-y)$ (6) $(2x+7y)(2x-7y)$

解き方

和と差の積を利用して,

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ と因数分解します。

(1) m と n の和 $(m+n)$, 差 $(m-n)$

$m^2-n^2=(m+n)(m-n)$

(2) $x^2-36=x^2-6^2$

x と 6 の和 $(x+6)$, 差 $(x-6)$

$x^2-36=(x+6)(x-6)$

(3) $y^2-1=y^2-1^2$

y と 1 の和 $(y+1)$, 差 $(y-1)$

$y^2-1=(y+1)(y-1)$

(4) $9x^2-16=(3x)^2-4^2$

$3x$ と 4 の和 $(3x+4)$, 差 $(3x-4)$

$9x^2-16=(3x+4)(3x-4)$

(5) $25x^2-y^2=(5x)^2-y^2$

$5x$ と y の和 $(5x+y)$, 差 $(5x-y)$

$25x^2-y^2=(5x+y)(5x-y)$

(6) $4x^2-49y^2=(2x)^2-(7y)^2$

$2x$ と $7y$ の和 $(2x+7y)$, 差 $(2x-7y)$

$4x^2-49y^2=(2x+7y)(2x-7y)$

3 (1) $(x-3)^2$ (2) $(x+6)^2$ (3) $(x-5)^2$

(4) $(x-9)^2$ (5) $(2x+5)^2$ (6) $(4x-7)^2$

解き方

平方の公式を利用して,

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

と因数分解します。

(1) x^2-6x+9 $9=3^2$, $6x=2 \times x \times 3$ より,

$x^2-6x+9=(x-3)^2$

(2) $x^2+12x+36$ $36=6^2$, $12x=2 \times x \times 6$ より,

$x^2+12x+36=(x+6)^2$

(3) $x^2-10x+25$ $25=5^2$, $10x=2 \times x \times 5$ より,

$x^2-10x+25=(x-5)^2$

(4) $x^2-18x+81$ $81=9^2$, $18x=2 \times x \times 9$ より,

$x^2-18x+81=(x-9)^2$

(5) $4x^2+20x+25$

$4x^2=(2x)^2$, $25=5^2$, $20x=2 \times 2x \times 5$ より,

$4x^2+20x+25=(2x+5)^2$

(6) $16x^2-56x+49$

$16x^2=(4x)^2$, $49=7^2$, $56x=2 \times 4x \times 7$ より,

$16x^2-56x+49=(4x-7)^2$

4 (順に)(1)16, 8 (2)100, 10 (3)12, 3, 2

解き方

(1) $x^2+\boxed{a}x+64=(x+\boxed{b})^2$

$b^2=64$ $ax=2 \times x \times b$

(2) $x^2-20x+\boxed{a}=(x-\boxed{b})^2$

$b^2=a$ $20x=2 \times x \times b$

(3) $9x^2+\boxed{a}x+4=(\boxed{b}x+\boxed{c})^2$

$(bx)^2=9x^2$ $c^2=4$ $a=2 \times b \times c$

p.21

びたトレ 1

1 (1) $(x+1)(x+3)$ (2) $(x+1)(x+4)$

(3) $(x+3)(x+9)$ (4) $(x+6)(x+7)$

(5) $(x+7)(x+8)$ (6) $(x+8)(x+9)$

解き方

$x^2+(a+b)x+ab$ の因数分解は,

和 $\cdots a+b$, 積 $\cdots ab$ となる 2 数を考えて,

$(x+a)(x+b)$ と因数分解します。

(1) x^2+4x+3

積が 3, 和が 4 となる 2 数は, 1 と 3

$x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$

$$(2)x^2+5x+4$$

積が4, 和が5となる2数は, 1と4

$$x^2+5x+4=(x+1)(x+4)$$

$$(3)x^2+12x+27$$

積が27, 和が12となる2数は, 3と9

$$x^2+12x+27=(x+3)(x+9)$$

$$(4)x^2+13x+42$$

積が42, 和が13となる2数は, 6と7

$$x^2+13x+42=(x+6)(x+7)$$

$$(5)x^2+15x+56$$

積が56, 和が15となる2数は, 7と8

$$x^2+15x+56=(x+7)(x+8)$$

$$(6)x^2+17x+72$$

積が72, 和が17となる2数は, 8と9

$$x^2+17x+72=(x+8)(x+9)$$

$$2 \quad (1)(x-2)(x-4) \quad (2)(x-1)(x-6)$$

$$(3)(x-3)(x-7) \quad (4)(x-4)(x-8)$$

$$(5)(x-6)(x-8) \quad (6)(x-6)(x-9)$$

解き方

考え方は1と同じですが, x^2+mx+n
 $m<0, n>0$ のときは, $a<0, b<0$ となります。

$$(1)x^2-6x+8$$

積が8, 和が-6となる2数は, -2と-4

$$x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$$

$$(2)x^2-7x+6$$

積が6, 和が-7となる2数は, -1と-6

$$x^2-7x+6=(x-1)(x-6)$$

$$(3)x^2-10x+21$$

積が21, 和が-10となる2数は, -3と-7

$$x^2-10x+21=(x-3)(x-7)$$

$$(4)x^2-12x+32$$

積が32, 和が-12となる2数は, -4と-8

$$x^2-12x+32=(x-4)(x-8)$$

$$(5)x^2-14x+48$$

積が48, 和が-14となる2数は, -6と-8

$$x^2-14x+48=(x-6)(x-8)$$

$$(6)x^2-15x+54$$

積が54, 和が-15となる2数は, -6と-9

$$x^2-15x+54=(x-6)(x-9)$$

$$3 \quad (1)(x-1)(x+4) \quad (2)(x-4)(x+7)$$

$$(3)(x-7)(x+9) \quad (4)(x+2)(x-3)$$

$$(5)(x+4)(x-8) \quad (6)(x+4)(x-9)$$

解き方

考え方は1と同じですが, x^2+mx+n
 $n<0$ のときは, $ab<0$, つまり, a, b は異符号で,
 m の符号は, a と b の絶対値の大きい方の符号に
 なります。

$$(1)x^2+3x-4$$

積が-4, 和が3となる2数は, -1と4

$$x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$$

$$(2)x^2+3x-28$$

積が-28, 和が3となる2数は, -4と7

$$x^2+3x-28=(x-4)(x+7)$$

$$(3)x^2+2x-63$$

積が-63, 和が2となる2数は, -7と9

$$x^2+2x-63=(x-7)(x+9)$$

$$(4)x^2-x-6$$

積が-6, 和が-1となる2数は, 2と-3

$$x^2-x-6=(x+2)(x-3)$$

$$(5)x^2-4x-32$$

積が-32, 和が-4となる2数は, 4と-8

$$x^2-4x-32=(x+4)(x-8)$$

$$(6)x^2-5x-36$$

積が-36, 和が-5となる2数は, 4と-9

$$x^2-5x-36=(x+4)(x-9)$$

p.23

びたトレ1

$$1 \quad (1)3(x-1)(x-2) \quad (2)b(x+3)(x+5)$$

$$(3)a(x+2)^2 \quad (4)2b(a-4)^2$$

$$(5)-2y(x-4)(x+3)$$

$$(6)ab(2a+3b)(2a-3b)$$

解き方

$$(1)3x^2-9x+6=3(x^2-3x+2)$$

$$=3(x-1)(x-2)$$

$$(2)bx^2+8bx+15b=b(x^2+8x+15)$$

$$=b(x+3)(x+5)$$

$$(3)ax^2+4ax+4a=a(x^2+4x+4)=a(x+2)^2$$

$$(4)2a^2b-16ab+32b=2b(a^2-8a+16)$$

$$=2b(a-4)^2$$

$$(5)-2x^2y+2xy+24y=-2y(x^2-x-12)$$

$$=-2y(x-4)(x+3)$$

$$(6)4a^3b-9ab^3=ab(4a^2-9b^2)$$

$$=ab(2a+3b)(2a-3b)$$

$$2 \quad (1)(a+3)(x-5) \quad (2)(x+9)(x+11)$$

$$(3)(a-2)^2 \quad (4)(x+y+z)(x+y-z)$$

$$(5)(3x+1)(y-5) \quad (6)(x-1)(y-1)$$

解き方

(1) $a+3$ を M とすると,

$$x(a+3)-5(a+3)=xM-5M$$

$$=M(x-5)=(a+3)(x-5)$$

(2) $x+7$ を M とすると,

$$(x+7)^2+6(x+7)+8=M^2+6M+8$$

$$=(M+2)(M+4)=(x+7+2)(x+7+4)$$

$$=(x+9)(x+11)$$

(3) $a-1$ を M とすると,
 $(a-1)^2 - 2(a-1) + 1 = M^2 - 2M + 1$
 $= (M-1)^2 = (a-1-1)^2 = (a-2)^2$

(4) $x+y$ を M とすると,
 $(x+y)^2 - z^2 = M^2 - z^2 = (M+z)(M-z)$
 $= (x+y+z)(x+y-z)$

(5) $y-5$ を M とすると,
 $3x(y-5) - 5 + y = 3x(y-5) + (y-5)$
 $= 3xM + M = (3x+1)M = (3x+1)(y-5)$

(6) $xy - x - y + 1 = x(y-1) - (y-1)$
 $y-1$ を M とすると,
 $x(y-1) - (y-1) = xM - M$
 $= (x-1)M = (x-1)(y-1)$

p.24~25

びたトレ 2

① (1) $xy(y-x)$ (2) $4ab(3a+4)$
 (3) $x(4y-1)$ (4) $x(a-b+c)$
 (5) $3b(ac-5a+3c)$ (6) $4xy(x-2y+3)$

全部の項にある共通因数をくくり出します。

(1) $xy^2 - x^2y = xy(y-x)$
 (2) $12a^2b + 16ab = 4ab(3a+4)$
 (3) $-x + 4xy = x(-1+4y)$
 (4) $ax - bx + cx = x(a-b+c)$
 (5) $3abc - 15ab + 9bc = 3b(ac-5a+3c)$
 (6) $4x^2y - 8xy^2 + 12xy = 4xy(x-2y+3)$

② (1) $(2b+c)(2b-c)$ (2) $(1+3x)(1-3x)$
 (3) $\left(a + \frac{1}{3}b\right)\left(a - \frac{1}{3}b\right)$ (4) $(0.6x+y)(0.6x-y)$
 (5) $(2x+3)^2$ (6) $(3a+1)^2$
 (7) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ (8) $\left(a + \frac{1}{3}\right)^2$

(1)~(4)は、和と差の積を使って、(5)~(8)は、平方の公式を使います。

(1) $4b^2 - c^2 = (2b)^2 - c^2$
 (2) $1 - 9x^2 = 1^2 - (3x)^2$
 (3) $a^2 - \frac{1}{9}b^2 = a^2 - \left(\frac{1}{3}b\right)^2$
 (4) $0.36x^2 - y^2 = (0.6x)^2 - y^2$
 (5) $4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$
 (6) $9a^2 + 6a + 1 = (3a)^2 + 2 \times 3a \times 1 + 1^2$
 (7) $x^2 - x + \frac{1}{4} = x^2 - 2 \times x \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$
 (8) $a^2 + \frac{2}{3}a + \frac{1}{9} = a^2 + 2 \times a \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$

③ (1) $(x-3)(x+10)$ (2) $(a+5)(a+8)$
 (3) $(x+3)(x-12)$ (4) $(x-7)(x-12)$
 (5) $(a+7)(a-10)$ (6) $(x-5)(x+8)$

解き方

$x^2 + mx + n = (x+a)(x+b)$
 $ab=n$, $a+b=m$ となる 2 数 a と b を考える因数分解です。

(1) $ab = -30$, $a+b=7$ $a=-3$, $b=10$
 (2) $13a+40+a^2=a^2+13a+40$
 $a'b'=40$, $a'+b'=13$ $a'=5$, $b'=8$
 (3) $ab = -36$, $a+b=-9$ $a=3$, $b=-12$
 (4) $84-19x+x^2=x^2-19x+84$
 $ab=84$, $a+b=-19$ $a=-7$, $b=-12$
 (5) $a'b' = -70$, $a'+b'=-3$ $a'=7$, $b'=-10$
 (6) $x^2-40+3x=x^2+3x-40$
 $ab=-40$, $a+b=3$ $a=-5$, $b=8$

4

(1) $ab(a-b+1)$ (2) $(m-5)^2$
 (3) $(x-3)(x+14)$ (4) $(7y+8)(7y-8)$
 (5) $(a+8)^2$ (6) $2(x^2-3x+1)$
 (7) $(x-3)(x-4)$ (8) $(4a-9)^2$
 (9) $3x(x-2)$ (10) $(9a+b)(9a-b)$
 (11) $(x+0.1)(x-0.1)$ (12) $3xy(3x-2+4y)$
 (13) $(a+8)(a-9)$ (14) $(8x+1)^2$

解き方

いろいろな種類が混じった因数分解の問題では、式を見て、どの公式を使って因数分解すればよいのかを見分けることがたいせつなポイントになります。

- ① 共通因数があることを見て、共通因数をくくり出し、因数分解する…(1), (6), (9), (12)
- ② 2つの項だけで、 a^2-b^2 の形の式は、和と差の積の公式を使う因数分解…(4), (10), (11)
- ③ 3つの項の $a^2+2ab+b^2$ の形の式は、平方の公式を使う因数分解…(2), (5), (8), (14)
- ④ 3つの項の式で、③の形の式でない式は、

$x^2 + mx + n = (x+a)(x+b)$
 $ab=n$, $a+b=m$ となる 2 数 a と b を考えて
 因数分解する…(3), (7), (13)

(1) $a^2b - ab^2 + ab = ab(a-b+1)$
 (2) $m^2 - 10m + 25 = m^2 - 2 \times m \times 5 + 5^2$
 (3) $x^2 + 11x - 42 = (x-3)(x+14)$
 (4) $49y^2 - 64 = (7y)^2 - 8^2 = (7y+8)(7y-8)$
 (5) $a^2 + 16a + 64 = a^2 + 2 \times a \times 8 + 8^2$
 (6) $2x^2 - 6x + 2 = 2(x^2 - 3x + 1)$
 (7) $x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$
 (8) $16a^2 - 72a + 81 = (4a)^2 - 2 \times (4a) \times 9 + 9^2$
 (9) $3x^2 - 6x = 3x(x-2)$
 (10) $81a^2 - b^2 = (9a)^2 - b^2$
 (11) $x^2 - 0.01 = x^2 - (0.1)^2$
 (12) $9x^2y - 6xy + 12xy^2 = 3xy(3x-2+4y)$
 (13) $a^2 - a - 72 = (a+8)(a-9)$
 (14) $1 + 16x + 64x^2 = 1^2 + 2 \times 1 \times 8x + (8x)^2$

- 5 (1) $2(5x+4y)(5x-4y)$ (2) $(x-y)(y+2)$
 (3) $(y+1)(x+y)(x-y)$ (4) $2x(a-3)^2$
 (5) $(a+b+4)(a+b-6)$
 (6) $(x+y-1)(x-y-1)$
 (7) $3b(x+2)(x-8)$ (8) $(2x+3y)(x-3)$

解き方

- (1) $50x^2 - 32y^2 = 2(25x^2 - 16y^2)$
 $= 2(5x+4y)(5x-4y)$
 (2) $y+2$ を M とすると,
 $x(y+2) - y(y+2) = xM - yM$
 $= (x-y)M = (x-y)(y+2)$
 (3) $y+1$ を M とすると,
 $(y+1)x^2 - (y+1)y^2 = Mx^2 - My^2$
 $= M(x^2 - y^2) = M(x+y)(x-y)$
 $= (y+1)(x+y)(x-y)$
 (4) $2a^2x - 12ax + 18x = 2x(a^2 - 6a + 9)$
 $= 2x(a-3)^2$
 (5) $a+b$ を M とすると,
 $(a+b)^2 - 2(a+b) - 24$
 $= M^2 - 2M - 24$
 $= (M+4)(M-6)$
 $= (a+b+4)(a+b-6)$
 (6) $x-1$ を M とすると,
 $(x-1)^2 - y^2 = M^2 - y^2 = (M+y)(M-y)$
 $= (x-1+y)(x-1-y) = (x+y-1)(x-y-1)$
 (7) $3bx^2 - 18bx - 48b$
 $= 3b(x^2 - 6x - 16) = 3b(x+2)(x-8)$
 (8) $x-3$ を M とすると,
 $2x(x-3) - 3y(3-x) = 2x(x-3) + 3y(x-3)$
 $= 2xM + 3yM = (2x+3y)M$
 $= (2x+3y)(x-3)$

p.27

びたトレ 1

- 1 連続する 2 つの奇数は、整数 x を使って、
 $2x-1$, $2x+1$ と表される。
 それらの積に 1 をたした数は、
 $(2x-1)(2x+1)+1=4x^2-1+1=4x^2$
 x^2 は整数だから、 $4x^2$ は 4 の倍数である。
 したがって、連続する 2 つの奇数の積に 1 をた
 した数は、4 の倍数になる。

- 2 (A) $n^2 - \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}$ (B) n^2 (C) $n^2 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}$
 面積がいちばん大きいのは (C)

解き方

- $-\frac{1}{2}n - \frac{1}{2} < 0$, $\frac{1}{2}n - \frac{1}{2} > 0$
 $n^2 - \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} < n^2 < n^2 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}$ より、
 (C) がいちばん面積が大きいといえます。

- 3 (1) $28^2 - 22^2 = (28+22) \times (28-22)$
 $= 50 \times 6 = 300$
 (2) $48^2 = (50-2)^2$
 $= 2500 - 200 + 4 = 2304$
 (3) $71 \times 69 = (70+1) \times (70-1)$
 $= 4900 - 1 = 4899$

解き方

因数分解や展開を利用して、数の計算を簡単にします。

- 4 (1) 3400 (2) 240

解き方

- (1) $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$
 $= (67+33) \times (67-33)$
 $= 100 \times 34 = 3400$
 (2) $(a-4b)(a-16b) - (a-8b)^2$
 $= a^2 - 20ab + 64b^2 - a^2 + 16ab - 64b^2$
 $= -4ab = -4 \times 15 \times (-4) = 240$

p.28~29

びたトレ 2

- 1 連続する 2 つの整数は、 x , $x+1$ と表される。
 それらの 2 乗の和から 1 をひいた数は、
 $x^2 + (x+1)^2 - 1 = 2x^2 + 2x = 2x(x+1)$
 したがって、連続する 2 つの整数それぞれを 2
 乗した数の和から 1 をひいた数は、もとの 2 数
 の積の 2 倍に等しくなる。
 2 十の位の数を a 、一方の一の位の数を b 、他方
 の一の位の数を $10-b$ とすると、
 $(10a+b)\{10a+(10-b)\}$
 $= 100a^2 + 100a + 10b - b^2$
 $100a(a+1) + b(10-b)$
 $= 100a^2 + 100a + 10b - b^2$
 よって、等しくなる。

- 3 $240\pi \text{ cm}^2$

解き方

- (大きい半円の面積) - (小さい半円の面積)
 $\pi \times 29^2 \times \frac{1}{2} - \pi \times 19^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \pi (29^2 - 19^2)$
 $= \frac{1}{2} \pi (29+19) \times (29-19) = \frac{1}{2} \pi \times 48 \times 10$
 $= 240\pi (\text{cm}^2)$

- 4 道の面積は、
 (道と花だんの合計面積) - (花だんの面積)
 だから、道の面積を S とすると、
 $S = (p+2a)(q+2a) - pq$
 $= pq + 2ap + 2aq + 4a^2 - pq$
 $= 2ap + 2aq + 4a^2$
 $= a(2p + 2q + 4a)$

次に、 ℓ の長さを考えると、

$$\begin{aligned}\ell &= \left(p + \frac{1}{2}a \times 2\right) \times 2 + \left(q + \frac{1}{2}a \times 2\right) \times 2 \\ &= 2p + 2a + 2q + 2a = 2p + 2q + 4a\end{aligned}$$

だから、

$$a\ell = a(2p + 2q + 4a)$$

よって、 $S = a\ell$ より、この道の面積は、

$a\ell$ に等しい。

解き方

道の面積を p , q , a を用いて表したのち、 $a\ell$ とくらべます。

5 (1) 5 (2) 14

解き方

$$(2) 504 = 2^3 \times 3^2 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 2 \times 7$$

6 (1) 4700 (2) 4 (3) 3.99 (4) 0.9801
(5) 174 (6) 1.8

解き方

$$(1) 47 \times 56 + 44 \times 47$$

$$= 47 \times (56 + 44) = 4700$$

$$(2) 5.2^2 - 4.8^2 = (5.2 + 4.8) \times (5.2 - 4.8)$$

$$= 10 \times 0.4 = 4$$

$$(3) 2.1 \times 1.9 = (2 + 0.1) \times (2 - 0.1)$$

$$= 4 - 0.01 = 3.99$$

$$(4) 0.99^2 = (1 - 0.01)^2 = 1 - 0.02 + 0.0001 = 0.9801$$

$$(5) 45^2 - 44^2 + 43^2 - 42^2$$

$$= (45^2 - 44^2) + (43^2 - 42^2)$$

$$= (45 + 44) \times (45 - 44) + (43 + 42) \times (43 - 42)$$

$$= 89 + 85 = 174$$

$$(6) 7.6^2 \times 0.6 - 7.4^2 \times 0.6$$

$$= (7.6^2 - 7.4^2) \times 0.6$$

$$= (7.6 + 7.4) \times (7.6 - 7.4) \times 0.6$$

$$= 15 \times 0.2 \times 0.6 = 3 \times 0.6 = 1.8$$

7 (1) $x^2 + 16x - 14$ (2) 8 (3) 28 (4) 60

解き方

$$(1) a^2 + bc = (3x - 1)^2 + (-2x + 3)(4x - 5)$$

$$= 9x^2 - 6x + 1 - 8x^2 + 10x + 12x - 15$$

$$= x^2 + 16x - 14$$

$$(2) (x - 2y)^2 - (x - y)(x - 4y)$$

$$= x^2 - 4xy + 4y^2 - (x^2 - 5xy + 4y^2)$$

$$= xy = 8$$

$$(3) x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 7 \times 4$$

$$(4) a(x + y) - b(x + y) = (a - b)(x + y) = 5 \times 12$$

理解のコツ

- ・複雑と思われる数の計算でも、乗法の公式や因数分解の公式を使ってくふうすると、簡単になることを確かめておくとよい。
- ・式の値を求める計算では、乗法の公式や因数分解の公式を用いて式を簡単にしてから代入するとよい。

p.30~31

びたトレ 3

1 (1) $9x^2 - 8xy$ (2) $6a^2 - 3ab - 9a$ (3) $-2a - 3b$
(4) $6xy - 10y^2$

解き方

$$(2) \frac{3}{4}a(8a - 4b - 12)$$

$$= \frac{3}{4}a \times 8a - \frac{3}{4}a \times 4b - \frac{3}{4}a \times 12$$

$$(4) (15x^2y - 25xy^2) \div \frac{5}{2}x$$

$$= (15x^2y - 25xy^2) \times \frac{2}{5x}$$

2 (1) $6x^2 - 13x - 8$ (2) $a^2 + \frac{1}{6}a - \frac{1}{6}$

$$(3) 9a^2 - \frac{6}{5}ab + \frac{1}{25}b^2$$

$$(4) x^2 - \frac{1}{9}$$

$$(5) -0.01x^2 + 0.49$$

$$(6) 6a^2 - 11ab + 10a + 3b^2 - 15b$$

解き方

$$(2) \left(a + \frac{1}{2}\right) \left(a - \frac{1}{3}\right)$$

$$= a^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)a + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$(5) (-0.1x + 0.7)(0.1x + 0.7)$$

$$= (0.7 + 0.1x)(0.7 - 0.1x) = 0.7^2 - (0.1x)^2$$

3 (1) $10x^2 - 4xy + 2y^2$ (2) $4a^2 - 7ab + 34b^2$

$$(3) \frac{3}{2}a - \frac{13}{16}$$

$$(4) 2xy$$

解き方

$$(1) (x - 3y)(x - y) - (y - 3x)(3x + y)$$

$$= (x^2 - 4xy + 3y^2) - (y^2 - 9x^2)$$

$$(3) \left(a - \frac{1}{2}\right) \left(a + \frac{3}{2}\right) - \left(a - \frac{1}{4}\right)^2$$

$$= \left(a^2 + a - \frac{3}{4}\right) - \left(a^2 - \frac{1}{2}a + \frac{1}{16}\right)$$

$$(4) \left(\frac{x}{2} + y\right)^2 - \left(\frac{x}{2} - y\right)^2$$

$$= \left(\frac{x^2}{4} + xy + y^2\right) - \left(\frac{x^2}{4} - xy + y^2\right)$$

4 (1) $4xy(2a - 3b - 6c)$ (2) $(x - 8)^2$

$$(3) (2a + 7)(2a - 7)$$

$$(4) (a - 8)(a - 11)$$

$$(5) (7x - 1)^2$$

$$(6) \left(4a + \frac{b}{9}\right) \left(4a - \frac{b}{9}\right)$$

解き方

$$(1) \text{共通因数は } 4xy$$

$$(5) 49x^2 - 14x + 1 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 1 + 1^2$$

$$(6) 16a^2 - \frac{b^2}{81} = (4a)^2 - \left(\frac{b}{9}\right)^2$$

5 (1) $3y(x + 4)(x - 4)$ (2) $(a - b)(c + 3)$

$$(3) (a - b)(c + d)(c - d)$$

$$(4) (x + 1)(x - 14)$$

解き方

$$(1) \text{共通因数は } 3y$$

$$3x^2y - 48y = 3y(x^2 - 16)$$

(3) $a-b$ を M とすると,

$$\begin{aligned} Mc^2 - Md^2 &= M(c^2 - d^2) = M(c+d)(c-d) \\ &= (a-b)(c+d)(c-d) \end{aligned}$$

6 (1)159201 (2)200

解
き
方

$$(1) 399^2 = (400-1)^2$$

$$= 160000 - 800 + 1 = 159201$$

$$(2) x^2 - 4x - 21 = (x-7)(x+3)$$

$$= (17-7) \times (17+3) = 10 \times 20 = 200$$

7 連続する3つの自然数は、 $x-1$, x , $x+1$ と表される。

最小の数の2乗と最大の数の2乗の和から中央の数の2乗をひいた差は,

$$\begin{aligned} (x-1)^2 + (x+1)^2 - x^2 \\ = x^2 + 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

中央の数の2乗より2だけ大きい数は,

$$x^2 + 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より, 連続する3つの自然数で, 最小の数の2乗と最大の数の2乗の和から中央の数の2乗をひいた差は, 中央の数の2乗より2だけ大きい数となる。

解
き
方

連続する3つの自然数を $x-1$, x , $x+1$ とおいて, 問題の内容を式に表します。

8 台形 ABCD の面積 S は,

$$S = \frac{(AD+BC)h}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{また, } \ell = \frac{AD+BC}{2}$$

$$\text{よって, } h\ell = \frac{(AD+BC)h}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から, } S = h\ell$$

解
き
方

$$\ell = \frac{AD+BC}{2} \text{ を利用します。}$$

2章 平方根

p.33

びたトレ0

1 (1)4 (2)25 (3)16 (4)100

(5)0.01 (6)1.69 (7) $\frac{4}{9}$ (8) $\frac{9}{16}$

解き方

$(-a)^2$ と $-a^2$ は違うので、注意しましょう。

$$(-a)^2 = (-a) \times (-a) = a^2$$

$$-a^2 = -(a \times a) = -a^2$$

$$(4)(-10)^2 = (-10) \times (-10) = 100$$

$$(5)0.1^2 = 0.1 \times 0.1 = 0.01$$

$$(8)\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$$

2 (1)0.4 (2)0.75 (3)0.625 (4)0.15

(5)3.2 (6)0.24

解き方

分数を小数で表すには、分子を分母でわった式

$$\frac{b}{a} = b \div a \text{ を使います。}$$

$$(3)\frac{5}{8} = 5 \div 8 = 0.625$$

$$(6)\frac{6}{25} = 6 \div 25 = 0.24$$

p.35

びたトレ1

1 (1)2, -2 (2)8, -8 (3)9, -9

(4) $\frac{2}{5}$, $-\frac{2}{5}$ (5) $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{4}$ (6) $\frac{7}{10}$, $-\frac{7}{10}$

(7)0.5, -0.5 (8)0.2, -0.2 (9)0.9, -0.9

解き方

$$(1)2^2=4 \quad (-2)^2=4$$

$$(2)8^2=64 \quad (-8)^2=64$$

$$(3)9^2=81 \quad (-9)^2=81$$

$$(4)\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \quad \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$(5)\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \quad \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$(6)\left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{49}{100} \quad \left(-\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{49}{100}$$

$$(7)0.5^2=0.25 \quad (-0.5)^2=0.25$$

$$(8)0.2^2=0.04 \quad (-0.2)^2=0.04$$

$$(9)0.9^2=0.81 \quad (-0.9)^2=0.81$$

2 (1) $\sqrt{3}$, $-\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{8}$, $-\sqrt{8}$

(3) $\sqrt{19}$, $-\sqrt{19}$ (4) $\sqrt{0.9}$, $-\sqrt{0.9}$

(5) $\sqrt{2.7}$, $-\sqrt{2.7}$ (6) $\sqrt{8.5}$, $-\sqrt{8.5}$

(7) $\sqrt{\frac{3}{7}}$, $-\sqrt{\frac{3}{7}}$ (8) $\sqrt{\frac{7}{10}}$, $-\sqrt{\frac{7}{10}}$

(9) $\sqrt{\frac{11}{15}}$, $-\sqrt{\frac{11}{15}}$

解き方

正の数 a の平方根は、正の平方根 $\sqrt{a}$ と負の平方根 $-\sqrt{a}$ の2つあります。

3 (1)2 (2)3 (3)6 (4)0.5 (5)2.3 (6)-3.7

(7) $\frac{4}{5}$ (8) $\frac{2}{7}$ (9) $-\frac{3}{8}$

解き方

$$(1)(\sqrt{2})^2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

$$(2)(-\sqrt{3})^2 = (-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{3}) = 3$$

$$(3)(\sqrt{6})^2 = \sqrt{6} \times \sqrt{6} = 6$$

$$(4)(-\sqrt{0.5})^2 = (-\sqrt{0.5}) \times (-\sqrt{0.5}) = 0.5$$

$$(5)(\sqrt{2.3})^2 = (\sqrt{2.3}) \times (\sqrt{2.3}) = 2.3$$

$$(6)-(\sqrt{3.7})^2 = -(\sqrt{3.7}) \times (\sqrt{3.7}) = -3.7$$

$$(7)\left(\sqrt{\frac{4}{5}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{4}{5}}\right) \times \left(\sqrt{\frac{4}{5}}\right) = \frac{4}{5}$$

$$(8)\left(-\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2 = \left(-\sqrt{\frac{2}{7}}\right) \times \left(-\sqrt{\frac{2}{7}}\right) = \frac{2}{7}$$

$$(9)-\left(-\sqrt{\frac{3}{8}}\right)^2 = -\left(-\sqrt{\frac{3}{8}}\right) \times \left(-\sqrt{\frac{3}{8}}\right) = -\frac{3}{8}$$

p.37

びたトレ1

1 (1)3 (2)8 (3)-1 (4)-7 (5)0.3 (6) $-\frac{7}{9}$

解き方

$$(1)\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$(2)\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$$

$$(3)-\sqrt{1} = -\sqrt{1^2} = -1$$

$$(4)-\sqrt{49} = -\sqrt{7^2} = -7$$

$$(5)\sqrt{0.09} = \sqrt{0.3^2} = 0.3$$

$$(6)-\sqrt{\frac{49}{81}} = -\sqrt{\left(\frac{7}{9}\right)^2} = -\frac{7}{9}$$

2 (1) $\pm\sqrt{7}$ (2) $\pm\sqrt{10}$ (3) $\pm\sqrt{0.35}$

(4) ± 0.4 (5) $\pm\sqrt{\frac{2}{7}}$ (6) $\pm\frac{5}{8}$

解き方

a の平方根は、 $\sqrt{a}$ と $-\sqrt{a}$ の2つありますが、まとめて $\pm\sqrt{a}$ と書くことがあります。

(1)7の平方根は、 $\sqrt{7}$ と $-\sqrt{7}$ で、 $\pm\sqrt{7}$

(2)10の平方根は、 $\sqrt{10}$ と $-\sqrt{10}$ で、 $\pm\sqrt{10}$

(3)0.35の平方根は、 $\sqrt{0.35}$ と $-\sqrt{0.35}$ で、 $\pm\sqrt{0.35}$

(4)0.16=(0.4)² より、0.16の平方根は、 $\sqrt{(0.4)^2}=0.4$ と $-\sqrt{(0.4)^2}=-0.4$ で、 ± 0.4

(5) $\frac{2}{7}$ の平方根は、 $\sqrt{\frac{2}{7}}$ と $-\sqrt{\frac{2}{7}}$ で、 $\pm\sqrt{\frac{2}{7}}$

(6) $\frac{25}{64}=\left(\frac{5}{8}\right)^2$ より、 $\frac{25}{64}$ の平方根は、

$$\sqrt{\left(\frac{5}{8}\right)^2}=\frac{5}{8} \text{ と } -\sqrt{\left(\frac{5}{8}\right)^2}=-\frac{5}{8} \text{ で、 } \pm\frac{5}{8}$$

3 (1) $\sqrt{5} < \sqrt{6}$ (2) $7 < \sqrt{50}$

(3) $0.9 < \sqrt{0.9}$ (4) $-\sqrt{8} > -3$

解き方

正の数 a , b について、 $a < b$ ならば、 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

(1) $5 < 6$ より、 $\sqrt{5} < \sqrt{6}$

(2) $7 = \sqrt{49}$, $\sqrt{49} < \sqrt{50}$ より、 $7 < \sqrt{50}$

(3) $0.9 = \sqrt{0.81}$, $\sqrt{0.81} < \sqrt{0.9}$ より, $0.9 < \sqrt{0.9}$
 (4) $3 = \sqrt{9}$, $\sqrt{8} < \sqrt{9}$ より, $\sqrt{8} < 3$
 よって, $-\sqrt{8} > -3$

4 2, 3, 5, 7

解き方 $\sqrt{a} < 3$ より, $\sqrt{a} < \sqrt{9}$
 よって, $a < 9$, 9未満の素数を取り出して
 2, 3, 5, 7の4つ。

5 (1) 2 (2) 1

解き方 (1) $2^2 < 8 < 3^2$ より, $2 < \sqrt{8} < 3$
 (2) $4.1^2 = 16.81$, $4.2^2 = 17.64$ より,
 $16.81 < 17 < 17.64$
 よって, $4.1 < \sqrt{17} < 4.2$

p.39

びたトレ 1

1 $\sqrt{45}$, π

解き方 無理数は, 循環しない無限小数です。
 よって, 根号を使わずに表すことのできない平方根と円周率の π が無理数です。
 $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$ (有理数)

2 (1) $1.\dot{7}$ (2) $3.\ddot{0}\dot{9}$ (3) $2.8\dot{3}\ddot{7}$

解き方 (1) $\frac{16}{9} = 1.7777\cdots = 1.\dot{7}$
 (2) $\frac{34}{11} = 3.090909\cdots = 3.\ddot{0}\dot{9}$
 (3) $\frac{105}{37} = 2.837837837\cdots = 2.8\dot{3}\ddot{7}$

3 $26.5 \leq a < 27.5$

解き方 数直線で表すと, 次のようになります。



4 (1) 13 g (2) -0.004 (3) $\frac{1}{35}$ (4) 0.0014

解き方 (1) $400 - 387 = 13$
 (2) $0.75 - 0.754 = -0.004$
 (3) $0.6 - \frac{4}{7} = \frac{6}{10} - \frac{4}{7} = \frac{42}{70} - \frac{40}{70} = \frac{2}{70} = \frac{1}{35}$
 (4) まず, 近似値を求めます。
 近似値は 1.43 だから, $1.43 - 1.4286 = 0.0014$

5 (1) 小数第 2 位 (0.01 g の位)

(2) 小数第 1 位 (0.1 cm の位)

(3) 一の位 (1 kg の位)

(4) 一の位 (1 m の位)

解き方 有効数字が何けたなのかを考えます。
 (1) 6.5(g) は, 有効数字 2 けただから, 四捨五入したのは 3 けた目の小数第 2 位です。

(2) $7.2 \times 10 = 72(\text{cm})$ は, 有効数字 2 けただから,
 四捨五入したのは 3 けた目の小数第 1 位です。
 (3) $9.9 \times 10^2 = 990(\text{kg})$ は, 有効数字 2 けただから,
 四捨五入したのは 3 けた目の一の位です。
 (4) $4.28 \times 10^3 = 4280(\text{m})$ は, 有効数字 3 けただから,
 四捨五入したのは 4 けた目の一の位です。

p.40~41

びたトレ 2

1 (1) ± 4 (2) $\pm \sqrt{60}$ (3) ± 50 (4) $\pm \frac{11}{9}$ (5) 0
 (6) $\pm \sqrt{0.1}$

解き方 (1) $16 = (\pm 4)^2$
 (3) $2500 = (\pm 50)^2$
 (4) $\frac{121}{81} = \left(\pm \frac{11}{9}\right)^2$

2 (1) 10 (2) 13 (3) -6 (4) 0.4 (5) $\frac{3}{7}$ (6) $-\frac{1}{9}$

解き方 (1) $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$
 (2) $\sqrt{169} = \sqrt{13^2} = 13$
 (3) $-\sqrt{36} = -\sqrt{6^2} = -6$
 (4) $\sqrt{0.16} = \sqrt{0.4^2} = 0.4$
 (5) $\sqrt{\frac{9}{49}} = \sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} = \frac{3}{7}$
 (6) $-\sqrt{\frac{1}{81}} = -\sqrt{\left(\frac{1}{9}\right)^2} = -\frac{1}{9}$

3 (1) $\pm \sqrt{3}$ (2) 5 (3) $\bigcirc$ (4) 13

解き方 (1) 3 の平方根は $\pm \sqrt{3}$ です。
 (2) 25 の平方根は ± 5 で, 正の方の平方根が
 $\sqrt{25} = 5$ で, 負の方の平方根が $-\sqrt{25} = -5$
 です。
 (4) $-\sqrt{13}$ は, 13 の平方根のうち, 負の方を表しているから, $(-\sqrt{13})^2 = 13$ になります。

4 (1) 10, 11, 12, 13, 14, 15

(2) 50, 51, 52, 53

(3) 1, 2, 3

解き方 (1) $3 = \sqrt{9}$ $4 = \sqrt{16}$
 $\sqrt{9} < \sqrt{a} < \sqrt{16}$ よって, $9 < a < 16$
 (2) $7 = \sqrt{49}$ $7.3 = \sqrt{7.3^2} = \sqrt{53.29}$
 $\sqrt{49} < \sqrt{a} < \sqrt{53.29}$ よって, $49 < a < 53.29$
 (3) $-2 < -\sqrt{a}$ のとき, $2 > \sqrt{a}$
 $2 = \sqrt{4}$ だから, $\sqrt{4} > \sqrt{a}$ よって, $4 > a$
 求める自然数 a は, $a = 1, 2, 3$

5 (1) $-\sqrt{7}$, $-\sqrt{3}$, 0, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$, 4, $\sqrt{19}$, 5

解き方 (1) $-\sqrt{7} < -\sqrt{3}$ $\sqrt{2} < \sqrt{5}$
 よって, $-\sqrt{7} < -\sqrt{3} < 0 < \sqrt{2} < \sqrt{5}$

$$(2) 5 = \sqrt{25}, 4 = \sqrt{16} \text{ で,}$$

$$\sqrt{10} < \sqrt{13} < \sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$$

よって, $\sqrt{10} < \sqrt{13} < 4 < \sqrt{19} < 5$

6 (1) 9 (2) 7.1

解き方

(1) $8.9^2 = 79.21$, $9.0^2 = 81$ より,
 $8.9 < \sqrt{80} < 9.0$
 よって, 小数第 1 位は 9

(2) $7.0^2 = 49$, $7.1^2 = 50.41$
 $7.07^2 = 49.9849$, $7.08^2 = 50.1264$ より,
 $7.07 < \sqrt{50} < 7.08$
 よって, 小数第 2 位は 7
 切り上げにより 7.1

7 6 cm 3 mm

解き方

正四角柱の底面積は,
 $600 \div 15 = 40 (\text{cm}^2)$
 底面の 1 辺は $\sqrt{40}$ cm
 $\sqrt{40} = 6.3245 \dots \dots$ 6 cm 3 mm

8 $\sqrt{189}$, π , $\sqrt{\frac{9}{7}}$

解き方

$$\sqrt{189} = \sqrt{3^3 \times 7}$$

$$\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{15^2} = 15$$

$$\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{4}{3}$$

9 (1) $2.\dot{9}\dot{3}$ (2) $1.\dot{0}\dot{4}\dot{5}$

解き方

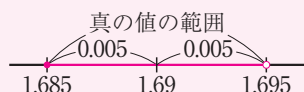
(1) $\frac{44}{15} = 44 \div 15 = 2.9333 \dots \dots = 2.\dot{9}\dot{3}$

(2) $\frac{116}{111} = 116 \div 111 = 1.045045 \dots \dots = 1.\dot{0}\dot{4}\dot{5}$

10 (1) $1.685 \leq x < 1.695$ (2) $2.60 \times 10^4 (\text{m}^2)$

解き方

(1) 数直線で表すと, 次のようになります。



(2) (整数部分が 1 けたの小数) $\times$ (10 の何乗か) の形にします。

理解のコツ

- ・ $\sqrt{\quad}$ の中が a^2 になっているときには, $\sqrt{\quad}$ を使わないで表される。
- ・ 大きさをくらべるときには, すべての数を $\sqrt{\quad}$ を使って表してから, $\sqrt{\quad}$ の中の数でくらべるとよい。
- ・ 有理数が無理数かを見分けるには, 分数の形で表せるかどうかを考えればよい。

1 (1) $\sqrt{10}$ (2) 6 (3) $-\sqrt{15}$ (4) $-\sqrt{21}$

(5) $\sqrt{5}$ (6) $-\sqrt{7}$ (7) $-\sqrt{7}$ (8) 2 (9) $-\sqrt{\frac{7}{6}}$

解き方

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{10}$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$

(3) $-\sqrt{5} \times \sqrt{3} = -\sqrt{5 \times 3} = -\sqrt{15}$

(4) $\sqrt{7} \times (-\sqrt{3}) = -\sqrt{7 \times 3} = -\sqrt{21}$

(5) $\sqrt{30} \div \sqrt{6} = \sqrt{\frac{30}{6}} = \sqrt{5}$

(6) $\sqrt{35} \div (-\sqrt{5}) = -\sqrt{\frac{35}{5}} = -\sqrt{7}$

(7) $(-\sqrt{56}) \div \sqrt{8} = -\sqrt{\frac{56}{8}} = -\sqrt{7}$

(8) $(-\sqrt{32}) \div (-\sqrt{8}) = \sqrt{\frac{32}{8}} = \sqrt{4} = 2$

(9) $\sqrt{21} \div (-\sqrt{18}) = -\sqrt{\frac{21}{18}} = -\sqrt{\frac{7}{6}}$

2 (1) $\sqrt{20}$ (2) $\sqrt{28}$ (3) $\sqrt{96}$ (4) $\sqrt{2}$ (5) $\sqrt{7}$

(6) $\sqrt{10}$ (7) $-\sqrt{12}$ (8) $-\sqrt{50}$ (9) $-\sqrt{3}$

解き方

(1) $2\sqrt{5} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{20}$

(2) $2\sqrt{7} = \sqrt{4 \times 7} = \sqrt{28}$

(3) $4\sqrt{6} = \sqrt{16 \times 6} = \sqrt{96}$

(4) $\frac{\sqrt{8}}{2} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2}$

(5) $\frac{\sqrt{63}}{3} = \sqrt{\frac{63}{9}} = \sqrt{7}$

(6) $\frac{\sqrt{250}}{5} = \sqrt{\frac{250}{25}} = \sqrt{10}$

(7) $-2\sqrt{3} = -\sqrt{4 \times 3} = -\sqrt{12}$

(8) $-5\sqrt{2} = -\sqrt{25 \times 2} = -\sqrt{50}$

(9) $-\frac{\sqrt{147}}{7} = -\sqrt{\frac{147}{49}} = -\sqrt{3}$

3 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{14}$ (3) $4\sqrt{5}$ (4) $8\sqrt{2}$

(5) $7\sqrt{3}$ (6) $6\sqrt{11}$ (7) $\frac{\sqrt{5}}{7}$ (8) $\frac{\sqrt{7}}{9}$ (9) $\frac{\sqrt{11}}{6}$

解き方

(1) $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{3^2 \times 3} = 3\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{56} = \sqrt{4 \times 14} = \sqrt{2^2 \times 14} = 2\sqrt{14}$

(3) $\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{4^2 \times 5} = 4\sqrt{5}$

(4) $\sqrt{128} = \sqrt{64 \times 2} = \sqrt{8^2 \times 2} = 8\sqrt{2}$

(5) $\sqrt{147} = \sqrt{49 \times 3} = \sqrt{7^2 \times 3} = 7\sqrt{3}$

(6) $\sqrt{396} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 11} = 2 \times 3\sqrt{11} = 6\sqrt{11}$

(7) $\sqrt{\frac{5}{49}} = \sqrt{\frac{5}{7^2}} = \frac{\sqrt{5}}{7}$

(8) $\sqrt{\frac{7}{81}} = \sqrt{\frac{7}{9^2}} = \frac{\sqrt{7}}{9}$

(9) $\sqrt{\frac{11}{36}} = \sqrt{\frac{11}{6^2}} = \frac{\sqrt{11}}{6}$

- 1 (1) $4\sqrt{15}$ (2) $6\sqrt{14}$ (3) $2\sqrt{21}$ (4) $3\sqrt{35}$
 (5) $7\sqrt{30}$ (6) $10\sqrt{21}$ (7)18 (8) $72\sqrt{2}$

解き方

$$\begin{aligned} (1) \sqrt{12} \times \sqrt{20} &= \sqrt{2^2 \times 3} \times \sqrt{2^2 \times 5} \\ &= 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{5} \\ &= 2 \times 2 \times \sqrt{3 \times 5} = 4\sqrt{15} \\ (2) \sqrt{18} \times \sqrt{28} &= \sqrt{3^2 \times 2} \times \sqrt{2^2 \times 7} \\ &= 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{7} \\ &= 3 \times 2 \times \sqrt{2 \times 7} = 6\sqrt{14} \\ (3) \sqrt{6} \times \sqrt{14} &= \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{2 \times 7} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 7} \\ &= 2\sqrt{3 \times 7} = 2\sqrt{21} \\ (4) \sqrt{21} \times \sqrt{15} &= \sqrt{3 \times 7} \times \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{3^2 \times 5 \times 7} \\ &= 3\sqrt{5 \times 7} = 3\sqrt{35} \\ (5) \sqrt{42} \times \sqrt{35} &= \sqrt{7 \times 6} \times \sqrt{7 \times 5} = \sqrt{7^2 \times 5 \times 6} \\ &= 7\sqrt{5 \times 6} = 7\sqrt{30} \\ (6) \sqrt{30} \times \sqrt{70} &= \sqrt{10 \times 3} \times \sqrt{10 \times 7} \\ &= \sqrt{10^2 \times 3 \times 7} = 10\sqrt{3 \times 7} = 10\sqrt{21} \\ (7) 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} &= 2 \times 3 \times \sqrt{3^2} = 2 \times 3 \times 3 = 18 \\ (8) 8\sqrt{6} \times 3\sqrt{3} &= 8\sqrt{3 \times 2} \times 3\sqrt{3} \\ &= 8 \times 3 \times \sqrt{3^2 \times 2} \\ &= 8 \times 3 \times 3\sqrt{2} = 72\sqrt{2} \end{aligned}$$

- 2 (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (3) $\frac{\sqrt{35}}{7}$ (4) $\sqrt{2}$
 (5) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (6) $\frac{\sqrt{15}}{5}$ (7) $\frac{\sqrt{21}}{6}$ (8) $\frac{\sqrt{10}}{6}$
 (9) $10\sqrt{2}$

解き方

$$\begin{aligned} (1) \frac{1}{\sqrt{2}} &= \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ (2) \frac{3}{\sqrt{5}} &= \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5} \\ (3) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} &= \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{35}}{7} \\ (4) \frac{2}{\sqrt{2}} &= \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \\ (5) \frac{3}{\sqrt{6}} &= \frac{3 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2} \\ (6) \frac{3}{\sqrt{15}} &= \frac{3 \times \sqrt{15}}{\sqrt{15} \times \sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{15}}{15} = \frac{\sqrt{15}}{5} \\ (7) \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{12}} &= \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{6} \\ (8) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{18}} &= \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{6} \\ (9) \frac{100}{\sqrt{50}} &= \frac{100}{5\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} = \frac{20 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

- 3 (1)2.828 (2)9.898 (3)14.14 (4)2.828
 (5)0.3535 (6)4.242

解き方

$$\begin{aligned} (1) \sqrt{8} &= 2\sqrt{2} = 2 \times 1.414 = 2.828 \\ (2) \sqrt{98} &= 7\sqrt{2} = 7 \times 1.414 = 9.898 \\ (3) \sqrt{200} &= 10\sqrt{2} = 10 \times 1.414 = 14.14 \\ (4) \frac{4}{\sqrt{2}} &= \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \\ &= 2 \times 1.414 = 2.828 \\ (5) \frac{1}{2\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \\ &= 1.414 \div 4 = 0.3535 \\ (6) \frac{30}{\sqrt{50}} &= \frac{30}{5\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} \\ &= 3\sqrt{2} = 3 \times 1.414 = 4.242 \end{aligned}$$

- 1 (1) $6\sqrt{7}$ (2) $4\sqrt{5}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) $-8\sqrt{3}$
 (5) $\sqrt{5}$ (6) $6\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$

解き方

$$\begin{aligned} (1) 4\sqrt{7} + 2\sqrt{7} &= (4+2)\sqrt{7} = 6\sqrt{7} \\ (2) \sqrt{5} + 3\sqrt{5} &= (1+3)\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \\ (3) 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} &= (5-2)\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \\ (4) 2\sqrt{3} - 10\sqrt{3} &= (2-10)\sqrt{3} = -8\sqrt{3} \\ (5) 8\sqrt{5} - 10\sqrt{5} + 3\sqrt{5} &= (8-10+3)\sqrt{5} = \sqrt{5} \\ (6) 8\sqrt{2} - 5\sqrt{3} - 2\sqrt{2} &= (8-2)\sqrt{2} - 5\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{2} - 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

- 2 (1) $7\sqrt{3}$ (2) $10\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{5}$ (4) $-\sqrt{6}$
 (5) $10\sqrt{5}$ (6)0

解き方

$$\begin{aligned} (1) \sqrt{27} + \sqrt{48} &= 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 7\sqrt{3} \\ (2) \sqrt{18} + \sqrt{98} &= 3\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \\ (3) \sqrt{20} - \sqrt{5} &= 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5} \\ (4) -\sqrt{54} + \sqrt{24} &= -3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = -\sqrt{6} \\ (5) \sqrt{125} + \sqrt{20} + \sqrt{45} &= 5\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \\ &= (5+2+3)\sqrt{5} = 10\sqrt{5} \\ (6) \sqrt{63} - \sqrt{175} + \sqrt{28} &= 3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} \\ &= (3-5+2)\sqrt{7} = 0 \end{aligned}$$

- 3 (1) $5\sqrt{5}$ (2) $11\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{3}$ (4) $-2\sqrt{7}$
 (5) $3\sqrt{3}$ (6)0

解き方

$$\begin{aligned} (1) 3\sqrt{5} + \frac{10}{\sqrt{5}} &= 3\sqrt{5} + \frac{10 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ &= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = (3+2)\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \\ (2) 2\sqrt{2} + \frac{18}{\sqrt{2}} &= 2\sqrt{2} + \frac{18 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{2} + 9\sqrt{2} = (2+9)\sqrt{2} = 11\sqrt{2} \\ (3) 4\sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}} &= 4\sqrt{3} - \frac{9 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = (4-3)\sqrt{3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) 5\sqrt{7} - \frac{49}{\sqrt{7}} &= 5\sqrt{7} - \frac{49 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} \\
 &= 5\sqrt{7} - 7\sqrt{7} = (5-7)\sqrt{7} = -2\sqrt{7} \\
 (5) \sqrt{12} + \frac{3}{\sqrt{3}} &= 2\sqrt{3} + \frac{3 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\
 &= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = (2+1)\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \\
 (6) \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\
 &= \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} = 0
 \end{aligned}$$

p.49

びたトレ 1

- 1** (1) $3+2\sqrt{3}$ (2) $4-3\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{5}-10$
 (4) $4\sqrt{6}-2\sqrt{3}$ (5) $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ (6) $\sqrt{2}-1$
 (7) $2+\sqrt{3}$ (8) $3-\sqrt{6}$

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) \sqrt{3}(\sqrt{3}+2) &= (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \\
 &= 3 + 2\sqrt{3} \\
 (2) \sqrt{2}(\sqrt{8}-3) &= \sqrt{16} - 3\sqrt{2} = 4 - 3\sqrt{2} \\
 (3) \sqrt{5}(1-\sqrt{20}) &= \sqrt{5} - \sqrt{100} = \sqrt{5} - 10 \\
 (4) \sqrt{6}(4-\sqrt{2}) &= 4\sqrt{6} - \sqrt{12} = 4\sqrt{6} - 2\sqrt{3} \\
 (5) (\sqrt{14} + \sqrt{35}) \div \sqrt{7} &= \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{7}} = \sqrt{2} + \sqrt{5} \\
 (6) (\sqrt{6} - \sqrt{3}) \div \sqrt{3} &= \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2} - 1 \\
 (7) (\sqrt{8} + \sqrt{6}) \div \sqrt{2} &= \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 2 + \sqrt{3} \\
 (8) (\sqrt{18} - \sqrt{12}) \div \sqrt{2} &= \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}} = 3 - \sqrt{6}
 \end{aligned}$$

- 2** (1) $\sqrt{6}+2\sqrt{2}-3\sqrt{3}-6$
 (2) $\sqrt{35}-2\sqrt{7}-4\sqrt{5}+8$
 (3) $16+5\sqrt{7}$ (4) $6\sqrt{2}-10\sqrt{3}+3\sqrt{6}-15$

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) (\sqrt{2}-3)(\sqrt{3}+2) &= \sqrt{6} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} - 6 \\
 (2) (\sqrt{7}-4)(\sqrt{5}-2) &= \sqrt{35} - 2\sqrt{7} - 4\sqrt{5} + 8 \\
 (3) (2\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}+2) &= 14 + 4\sqrt{7} + \sqrt{7} + 2 = 16 + 5\sqrt{7} \\
 (4) (2\sqrt{3}+3)(\sqrt{6}-5) &= 2\sqrt{18} - 10\sqrt{3} + 3\sqrt{6} - 15 \\
 &= 6\sqrt{2} - 10\sqrt{3} + 3\sqrt{6} - 15
 \end{aligned}$$

- 3** (1) $9+5\sqrt{3}$ (2) $4-2\sqrt{7}$ (3) $10+4\sqrt{6}$
 (4) $11-2\sqrt{30}$ (5) $9-6\sqrt{2}$ (6) 1 (7) 9 (8) 4

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) (\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}+3) &= 3 + (2+3)\sqrt{3} + 6 = 9 + 5\sqrt{3} \\
 (2) (\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-3) &= 7 + (1-3)\sqrt{7} - 3 = 4 - 2\sqrt{7} \\
 (3) (\sqrt{6}+2)^2 &= 6 + 2 \times 2\sqrt{6} + 4 = 10 + 4\sqrt{6} \\
 (4) (\sqrt{6}-\sqrt{5})^2 &= 6 - 2\sqrt{30} + 5 = 11 - 2\sqrt{30}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) (\sqrt{6}-\sqrt{3})^2 &= 6 - 2\sqrt{18} + 3 = 9 - 6\sqrt{2} \\
 (6) (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2) &= 5 - 4 = 1 \\
 (7) (4+\sqrt{7})(4-\sqrt{7}) &= 16 - 7 = 9 \\
 (8) (\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{6}+\sqrt{10}) &= (\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}+\sqrt{6}) = 10 - 6 = 4
 \end{aligned}$$

p.51

びたトレ 1

- 1** 13.4 cm

解き方

面積は, $12 \times 15 = 180 (\text{cm}^2)$
 正方形の1辺の長さは,
 $\sqrt{180} = 6\sqrt{5} = 6 \times 2.236 = 13.416 (\text{cm})$

- 2** (1) 8 cm (2) 6.3 cm

解き方

(1) 周の長さは, $2 \times 4 + 6 \times 4 = 32 (\text{cm})$
 1辺の長さは, $32 \div 4 = 8 (\text{cm})$
 (2) 面積は, $2 \times 2 + 6 \times 6 = 40 (\text{cm}^2)$
 1辺の長さは,
 $\sqrt{40} = 2\sqrt{10} = 2 \times 3.16 = 6.32 (\text{cm})$

- 3** (1) $a = 8\sqrt{2}$ (2) $b = 4.8$

解き方

(1) 正方形の面積は,
 $a \times a \div 2 = 8 \times 8 = 64 (\text{cm}^2)$
 $a \times a = 64 \times 2 = 128$
 $a = \sqrt{128} = 8\sqrt{2} (\text{cm})$
 (2) $a = 8 \times 1.4 = 11.2$
 $a \times 3 - b \times 2 = 24$
 $b \times 2 = 11.2 \times 3 - 24 = 9.6$
 $b = 9.6 \div 2 = 4.8 (\text{cm})$

- 4** (1) $3\sqrt{2}$ cm (2) $3+3\sqrt{2}$ (cm)

(3) (並べることが) できる

解き方

(1) 正方形の面積 = 1 辺 $\times$ 1 辺
 $= (\text{対角線の長さ})^2 \div 2$
 より, $3 \times 3 = (\text{対角線の長さ})^2 \div 2$
 $(\text{対角線の長さ})^2 = 18$
 よって, 対角線 $AC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} (\text{cm})$
 (2) $PQ = PA + AC + CQ$ $PA + CQ$ は円の直径にあ
 たるから, $PQ = 3 + 3\sqrt{2} (\text{cm})$
 (3) $\sqrt{2} = 1.414$ より, PQ のおよその長さは,
 $PQ = 3 + 3 \times 1.414 = 7.242 (\text{cm})$
 になり, 直径 8 cm の円の中に重ならないよう
 に並べることができます。

◆ (1) $3\sqrt{13}$ (2) $\frac{2\sqrt{5}}{9}$ (3) $15\sqrt{3}$

解き方

$$(2) \sqrt{\frac{20}{81}} = \sqrt{\frac{20}{9^2}} = \frac{\sqrt{20}}{9} = \frac{2\sqrt{5}}{9}$$

$$(3) \sqrt{675} = \sqrt{3^3 \times 5^2} = 15\sqrt{3}$$

◆ (1) 17.32 (2) 0.5477 (3) 10.392

解き方

$$(2) \sqrt{0.3} = \sqrt{30 \times 0.01} = 0.1 \times \sqrt{30}$$

$$= 0.1 \times 5.477 = 0.5477$$

$$(3) \sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = 6 \times \sqrt{3}$$

$$= 6 \times 1.732 = 10.392$$

◆ (1) $5\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ (3) $\frac{\sqrt{10}}{6}$

解き方

$$(1) \frac{30}{\sqrt{12}} = \frac{30}{2\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{15 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$$

$$(3) \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{54}} = \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{15} \times \sqrt{6}}{3\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{90}}{3 \times 6} = \frac{3\sqrt{10}}{3 \times 6} = \frac{\sqrt{10}}{6}$$

◆ (1) $6\sqrt{5}$ (2) $-\frac{2\sqrt{21}}{7}$ (3) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (4) 105

(5) -10 (6) $-\frac{\sqrt{30}}{2}$

解き方

$$(2) \sqrt{48} \div (-\sqrt{28}) = -\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{28}} = -\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

$$= -\frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{2\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = -\frac{4\sqrt{21}}{14} = -\frac{2\sqrt{21}}{7}$$

$$(3) 3\sqrt{2} \div \sqrt{10} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{2} \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}}$$

$$= \frac{3\sqrt{20}}{10} = \frac{3 \times 2\sqrt{5}}{10} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$(4) \sqrt{35} \times \sqrt{15} \times \sqrt{21} = \sqrt{5 \times 7 \times 3 \times 5 \times 3 \times 7}$$

$$= 3 \times 5 \times 7 = 105$$

$$(5) \sqrt{20} \times (-\sqrt{15}) \div \sqrt{3} = -\frac{\sqrt{20} \times \sqrt{15}}{\sqrt{3}}$$

$$= -\sqrt{\frac{20 \times 15}{3}} = -\sqrt{100} = -10$$

◆ (1) $2\sqrt{5}$ (2) $4\sqrt{10} - 4\sqrt{7}$ (3) $-6\sqrt{3}$

(4) $13\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$ (5) $20\sqrt{2}$ (6) $\frac{\sqrt{30}}{30}$

(7) $-2\sqrt{6}$

解き方

$$(1) \sqrt{125} - \sqrt{45} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

$$(3) \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{75} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$$

$$= -6\sqrt{3}$$

$$(5) \frac{30}{\sqrt{2}} + \sqrt{50} = \frac{30\sqrt{2}}{2} + 5\sqrt{2}$$

$$= 15\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$$

$$(6) \sqrt{\frac{6}{5}} - \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}}{5} - \frac{\sqrt{30}}{6}$$

$$= \frac{6\sqrt{30}}{30} - \frac{5\sqrt{30}}{30} = \frac{\sqrt{30}}{30}$$

$$(7) \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \sqrt{150} + \frac{6}{\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}}{2} - 5\sqrt{6} + \frac{6\sqrt{6}}{6}$$

$$= 2\sqrt{6} - 5\sqrt{6} + \sqrt{6} = -2\sqrt{6}$$

◆ (1) $5+5\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ (3) $-2-3\sqrt{6}$

(4) $3+\sqrt{5}$ (5) $9+4\sqrt{5}$ (6) $9-2\sqrt{14}$

(7) -10 (8) $10-4\sqrt{5}$

解き方

$$(1) \sqrt{5}(\sqrt{5} + \sqrt{15}) = (\sqrt{5})^2 + \sqrt{5} \times \sqrt{15} = 5 + 5\sqrt{3}$$

$$(2) (\sqrt{10} - \sqrt{6}) \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$(3) (2\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = 4 - 4\sqrt{6} + \sqrt{6} - 6$$

$$= -2 - 3\sqrt{6}$$

$$(4) (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 1) = 5 - \sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 2$$

$$= 3 + \sqrt{5}$$

(別解) $(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 1)$

$$= 5 + (2-1)\sqrt{5} - 2 = 3 + \sqrt{5}$$

$$(5) (\sqrt{5} + 2)^2 = 5 + 2 \times \sqrt{5} \times 2 + 4 = 9 + 4\sqrt{5}$$

$$(6) (\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 = 7 - 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{2} + 2 = 9 - 2\sqrt{14}$$

$$(7) (\sqrt{6} + 4)(\sqrt{6} - 4) = 6 - 16 = -10$$

$$(8) \sqrt{10}(\sqrt{2} + \sqrt{10}) - 6\sqrt{5} = 2\sqrt{5} + 10 - 6\sqrt{5}$$

$$= 10 - 4\sqrt{5}$$

◆ (1) 6 (2) $8\sqrt{10}$ (3) 28

解き方

$$(2) x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

$$= (\sqrt{10} + 2 + \sqrt{10} - 2)(\sqrt{10} + 2 - \sqrt{10} + 2)$$

$$= 2\sqrt{10} \times 4 = 8\sqrt{10}$$

$$(3) x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

$$= (\sqrt{10} + 2 + \sqrt{10} - 2)^2 - 2 \times 6$$

$$= (2\sqrt{10})^2 - 12 = 40 - 12 = 28$$

◆ (1) $4\sqrt{2}$ cm (2) $8\sqrt{2}$ cm

解き方

(1) 円周の差は,

$$2\pi \times (10\sqrt{2} - 6\sqrt{2}) = 8\sqrt{2}\pi \text{ (cm)}$$

よって, 円周 $8\sqrt{2}\pi$ cm の円の半径は,

$$8\sqrt{2}\pi \div 2\pi = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

(2) 面積の差は,

$$\pi \times \{(10\sqrt{2})^2 - (6\sqrt{2})^2\} = \pi \times (200 - 72)$$

$$= 128\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

面積 128π cm² の円の半径 r cm は,

$$\pi r^2 = 128\pi \text{ より, } r^2 = 128$$

$$r = \sqrt{128} = 8\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

理解のコツ

- 平方根の計算は、基本的に文字式と同じ方法で計算できるので、乗法の公式も確認しておくといよい。
- 平方根の計算では、 $\sqrt{\quad}$ の中の数をできるだけ簡単な数になるようにしておくといよい。
- 分母に $\sqrt{\quad}$ をふくむ数では、 $\sqrt{\quad}$ の中の数をできるだけ簡単な数にしてから有理化するといよい。

p.54~55

びたトレ3

① (1) $\pm \frac{5}{8}$ (2) -0.9 (3) 14 (4) 11.18

(5) $-4 > -\sqrt{17}$ (6) 65, 66, 67, 68

解き方

(4) $\sqrt{125} = 5\sqrt{5} = 5 \times 2.236 = 11.18$

(6) $8 = \sqrt{64}$, $8.3 = \sqrt{8.3^2} = \sqrt{68.89}$ だから,
 $\sqrt{64} < \sqrt{a} < \sqrt{68.89}$
 $64 < a < 68.89$ を満たす自然数は,
 65, 66, 67, 68

② (1) $\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{14}}{4}$

解き方

(2) $\frac{\sqrt{35}}{2\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{35} \times \sqrt{10}}{2\sqrt{10} \times \sqrt{10}}$
 $= \frac{\sqrt{5 \times 7 \times 5 \times 2}}{20} = \frac{5\sqrt{14}}{20} = \frac{\sqrt{14}}{4}$

③ (1) -2 (2) $-7\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{2}$ (4) $-\sqrt{5}$

解き方

(1) $\sqrt{6} \div (-\sqrt{3}) \times \sqrt{2}$
 $= -\frac{\sqrt{6} \times \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{\frac{12}{3}} = -\sqrt{4} = -2$

(4) $2\sqrt{5} - \frac{15}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} - \frac{15 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$
 $= 2\sqrt{5} - \frac{15\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = -\sqrt{5}$

④ (1) 7 (2) $12 + 2\sqrt{3}$ (3) $-61 - \sqrt{5}$

解き方

(1) $(\sqrt{11} + 2)(\sqrt{11} - 2)$
 $= (\sqrt{11})^2 - 2^2 = 11 - 4 = 7$

(2) $\sqrt{3}(4\sqrt{3} - 1) + \sqrt{27}$
 $= 12 - \sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 12 + 2\sqrt{3}$

(3) $(\sqrt{5} + 9)(\sqrt{5} - 8) + (\sqrt{5} - 1)^2$
 $= 5 + \sqrt{5} - 72 + 5 - 2\sqrt{5} + 1 = -61 - \sqrt{5}$

⑤ (1) $a = 5$ (2) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ (3) $\sqrt{21}$

解き方

(1) $\sqrt{45a} = \sqrt{3^2 \times 5 \times a}$

(2) $\frac{2}{7} = \sqrt{\frac{4}{49}}$ $\frac{\sqrt{2}}{7} = \sqrt{\frac{2}{49}}$

$\frac{2}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{28}{49}}$ $\sqrt{\frac{2}{7}} = \sqrt{\frac{14}{49}}$

(3) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = \sqrt{7} \times \sqrt{3} = \sqrt{21}$

⑥ $6\sqrt{3}$ cm

解き方

三角形の面積は,

$18 \times 12 \div 2 = 108 (\text{cm}^2)$

正方形の1辺を x cm とすると, $x^2 = 108$

$x = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} (\text{cm})$

⑦ $23.35 \leq a < 23.45$

解き方

いちばん下の位の半分が誤差の絶対値になります。

この場合は, 小数第1位だから, 0.1の半分0.05です。

(23.4 - 0.05) 以上 (23.4 + 0.05) 未満になります。

3章 二次方程式

p.57

びたトレ0

1 ①と②

解き方

x に 2 を代入して、左辺=右辺となるものを見つけてみます。

⑦左辺=2-7=-5

右辺=5

よって、2 は解ではありません。

①左辺=3×2-1=5

右辺=5

よって、2 は解です。

②左辺=2+1=3

右辺=2×2-1=3

よって、2 は解です。

⑤左辺=4×2-5=3

右辺=-1-2=-3

よって、2 は解ではありません。

- ② (1) $x(x-3)$ (2) $x(2x+5)$
 (3) $(x+4)(x-4)$ (4) $(2x+3)(2x-3)$
 (5) $(x+3)^2$ (6) $(x-4)^2$
 (7) $(3x+5)^2$ (8) $(x+3)(x+4)$
 (9) $(x-3)(x-9)$ (10) $(x+4)(x-6)$

解き方

(4) $x^2-9=(2x)^2-3^2=(2x+3)(2x-3)$

(7) $9x^2+30x+25=(3x)^2+2\times 3x\times 5+5^2$
 $= (3x+5)^2$

(10)積が-24 になる 2 数の組から、和が-2 になるものを選びます。

積が-24	和が-2
1 と -24	
-1 と 24	
2 と -12	
-2 と 12	
3 と -8	
-3 と 8	
4 と -6	○
-4 と 6	

上の表から、2 数は 4 と -6 です。

よって、 $x^2-2x-24=(x+4)(x-6)$

p.59

びたトレ1

1 ①

解き方

左辺に $x=3$ を代入し、その値が右辺の値と等しくなれば、 $x=3$ は解です。

⑦左辺=3²+3×3-10=8

①左辺=3²+5×3+6=30

②左辺=3×3²-8×3-3=0

⑤左辺=4×3²+7×3-15=42

2 (1) $x=\pm\sqrt{2}$ (2) $x=\pm 4$ (3) $x=\pm 2$

(4) $x=\pm\sqrt{7}$ (5) $x=\pm 4$ (6) $x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

解き方

(1) $5x^2=10$ $x^2=2$ $x=\pm\sqrt{2}$

(2) $2x^2=32$ $x^2=16$ $x=\pm 4$

(3) $3x^2=12$ $x^2=4$ $x=\pm 2$

(4) $6x^2=42$ $x^2=7$ $x=\pm\sqrt{7}$

(5) $4x^2-64=0$ $4x^2=64$ $x^2=16$

$x=\pm 4$

(6) $12x^2-21=0$ $12x^2=21$ $x^2=\frac{7}{4}$

$x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

3 (1) $x=1, -5$ (2) $x=7, -1$

(3) $x=1, -9$ (4) $x=1\pm\sqrt{7}$

(5) $x=-3\pm\sqrt{11}$ (6) $x=5\pm\sqrt{6}$

解き方

(1) $(x+2)^2=9$ $x+2=X$ $X^2=9$

$X=\pm 3$ $x+2=\pm 3$ $x=-2\pm 3$

(2) $(x-3)^2=16$ $x-3=X$ $X^2=16$

$X=\pm 4$ $x-3=\pm 4$ $x=3\pm 4$

(3) $(x+4)^2-25=0$ $x+4=X$ $X^2=25$

$X=\pm 5$ $x+4=\pm 5$ $x=-4\pm 5$

(4) $(x-1)^2=7$ $x-1=X$ $X^2=7$

$X=\pm\sqrt{7}$ $x-1=\pm\sqrt{7}$ $x=1\pm\sqrt{7}$

(5) $(x+3)^2=11$ $x+3=X$ $X^2=11$

$X=\pm\sqrt{11}$ $x+3=\pm\sqrt{11}$

$x=-3\pm\sqrt{11}$

(6) $(x-5)^2-6=0$ $x-5=X$ $X^2=6$

$X=\pm\sqrt{6}$ $x-5=\pm\sqrt{6}$ $x=5\pm\sqrt{6}$

4 (1)(順に) 9, 3 (2)(順に) 4, 2

解き方

(1) x^2+6x

x の係数 6 の半分の 2 乗をたすと、

$x^2+6x+3^2=x^2+6x+9$

$= (x+3)^2$

(2) x^2-4x

x の係数 -4 の半分の 2 乗をたすと、

$x^2-4x+(-2)^2=x^2-4x+4$

$= (x-2)^2$

5 (1) $x=-2\pm\sqrt{7}$ (2) $x=-1\pm\sqrt{6}$

(3) $x=3\pm\sqrt{10}$ (4) $x=5, 1$

(5) $x=7, -3$ (6) $x=-4\pm 2\sqrt{5}$

解き方

(1) $x^2+4x-3=0$

$(x+2)^2=3+4$ $x+2=X$ $X^2=7$

$X=\pm\sqrt{7}$ $x+2=\pm\sqrt{7}$ $x=-2\pm\sqrt{7}$

$$(2)x^2+2x-5=0$$

$$(x+1)^2=5+1 \quad x+1=X \quad X^2=6$$

$$X=\pm\sqrt{6} \quad x+1=\pm\sqrt{6}$$

$$x=-1\pm\sqrt{6}$$

$$(3)x^2-6x-1=0$$

$$(x-3)^2=1+9 \quad x-3=X \quad X^2=10$$

$$X=\pm\sqrt{10} \quad x-3=\pm\sqrt{10} \quad x=3\pm\sqrt{10}$$

$$(4)x^2-6x+5=0 \quad (x-3)^2=-5+9$$

$$x-3=X \quad X^2=4 \quad X=\pm 2 \quad x-3=\pm 2$$

$$x=3\pm 2 \quad x=5, 1$$

$$(5)x^2-4x-21=0 \quad (x-2)^2=21+4$$

$$x-2=X \quad X^2=25 \quad X=\pm 5$$

$$x-2=\pm 5 \quad x=2\pm 5 \quad x=7, -3$$

$$(6)x^2+8x-4=0 \quad (x+4)^2=4+16$$

$$x+4=X \quad X^2=20 \quad X=\pm\sqrt{20}=\pm 2\sqrt{5}$$

$$x+4=\pm 2\sqrt{5} \quad x=-4\pm 2\sqrt{5}$$

p.61

びたトレ 1

$$1 \quad (1)x=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2} \quad (2)x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$$

$$(3)x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6} \quad (4)x=\frac{5\pm\sqrt{41}}{4}$$

$$(5)x=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{6} \quad (6)x=\frac{9\pm\sqrt{33}}{8}$$

解き方

$$(1)x^2+3x-1=0$$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 1\times (-1)}}{2\times 1}=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$$

$$(2)x^2+5x+2=0$$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 1\times 2}}{2\times 1}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$$

$$(3)3x^2+5x+1=0$$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 3\times 1}}{2\times 3}=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$$

$$(4)2x^2-5x-2=0$$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times 2\times (-2)}}{2\times 2}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{41}}{4}$$

$$(5)3x^2+3x-1=0$$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 3\times (-1)}}{2\times 3}=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{6}$$

$$(6)4x^2-9x+3=0$$

$$x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times 4\times 3}}{2\times 4}=\frac{9\pm\sqrt{33}}{8}$$

$$2 \quad (1)x=-3, -5 \quad (2)x=3, 2$$

$$(3)x=\frac{3}{2}, -1 \quad (4)x=1, \frac{2}{3}$$

$$(5)x=1, -\frac{2}{5} \quad (6)x=\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$$

解き方

$$(1)x^2+8x+15=0$$

$$x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times 1\times 15}}{2\times 1}$$

$$=\frac{-8\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{-8\pm 2}{2} \quad x=-3, -5$$

$$(2)x^2-5x+6=0$$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times 1\times 6}}{2\times 1}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{5\pm 1}{2} \quad x=3, 2$$

$$(3)2x^2-x-3=0$$

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times 2\times (-3)}}{2\times 2}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{25}}{4}=\frac{1\pm 5}{4} \quad x=\frac{3}{2}, -1$$

$$(4)3x^2-5x+2=0$$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times 3\times 2}}{2\times 3}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{1}}{6}=\frac{5\pm 1}{6} \quad x=1, \frac{2}{3}$$

$$(5)5x^2-3x-2=0$$

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 5\times (-2)}}{2\times 5}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{49}}{10}=\frac{3\pm 7}{10} \quad x=1, -\frac{2}{5}$$

$$(6)4x^2-8x+3=0$$

$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times 4\times 3}}{2\times 4}$$

$$=\frac{8\pm\sqrt{16}}{8}=\frac{8\pm 4}{8} \quad x=\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$$

$$3 \quad (1)x=3\pm\sqrt{6} \quad (2)x=-1\pm\sqrt{2}$$

$$(3)x=-2\pm\sqrt{3} \quad (4)x=\frac{3\pm\sqrt{19}}{2}$$

$$(5)x=\frac{-2\pm\sqrt{10}}{3} \quad (6)x=\frac{1\pm\sqrt{11}}{5}$$

解き方

$$(1)x^2-6x+3=0$$

$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times 1\times 3}}{2\times 1}$$

$$=\frac{6\pm\sqrt{24}}{2}=\frac{6\pm 2\sqrt{6}}{2}=3\pm\sqrt{6}$$

$$(2)x^2+2x-1=0$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times 1\times (-1)}}{2\times 1}=\frac{-2\pm\sqrt{8}}{2}$$

$$=\frac{-2\pm 2\sqrt{2}}{2}=-1\pm\sqrt{2}$$

$$(3)x^2+4x+1=0$$

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times 1\times 1}}{2\times 1}=\frac{-4\pm\sqrt{12}}{2}$$

$$=\frac{-4\pm 2\sqrt{3}}{2}=-2\pm\sqrt{3}$$

$$(4) 2x^2 - 6x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 2 \times (-5)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{76}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{19}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{2}$$

$$(5) 3x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{6} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$(6) 5x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 5 \times (-2)}}{2 \times 5}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{44}}{10} = \frac{2 \pm 2\sqrt{11}}{10} = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$$

4 (1) $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ (2) $x = \frac{-6 \pm 3\sqrt{2}}{2}$

$$(3) x = 2, -4$$

式を整理し、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形にします。

$$(1) x^2 - 2x - 5 = 3(x - 2) \quad x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$(2) 2x(x + 6) = -9 \quad 2x^2 + 12x + 9 = 0$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times 2 \times 9}}{2 \times 2} = \frac{-12 \pm \sqrt{72}}{4}$$

$$= \frac{-12 \pm 6\sqrt{2}}{4} = \frac{-6 \pm 3\sqrt{2}}{2}$$

$$(3) x(2x - 3) = x(x - 5) + 8$$

$$2x^2 - 3x = x^2 - 5x + 8 \quad x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2 \times 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 6}{2} \quad x = 2, -4$$

p.63

びたトレ 1

1 (1) $x = 5, 7$ (2) $x = -3, 5$

$$(1) x - 5 = 0 \quad \text{または} \quad x - 7 = 0$$

$$x - 5 = 0 \text{ のとき } x = 5$$

$$x - 7 = 0 \text{ のとき } x = 7$$

$$(2) x + 3 = 0 \quad \text{または} \quad x - 5 = 0$$

$$x + 3 = 0 \text{ のとき } x = -3$$

$$x - 5 = 0 \text{ のとき } x = 5$$

2 (1) $x = 2, 5$ (2) $x = -7, -3$

$$(3) x = -8, 3 \quad (4) x = -6, 7$$

$$(1) (x - 2)(x - 5) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{または} \quad x - 5 = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ のとき } x = 2$$

$$x - 5 = 0 \text{ のとき } x = 5$$

$$(2) (x + 7)(x + 3) = 0$$

$$x + 7 = 0 \quad \text{または} \quad x + 3 = 0$$

$$x + 7 = 0 \text{ のとき } x = -7$$

$$x + 3 = 0 \text{ のとき } x = -3$$

$$(3) (x + 8)(x - 3) = 0$$

$$x + 8 = 0 \quad \text{または} \quad x - 3 = 0$$

$$x + 8 = 0 \text{ のとき } x = -8$$

$$x - 3 = 0 \text{ のとき } x = 3$$

$$(4) (x + 6)(x - 7) = 0$$

$$x + 6 = 0 \quad \text{または} \quad x - 7 = 0$$

$$x + 6 = 0 \text{ のとき } x = -6$$

$$x - 7 = 0 \text{ のとき } x = 7$$

3 (1) $x = 0, 7$ (2) $x = 0, 5$ (3) $x = 0, \frac{1}{2}$

$$(4) x = 0, \frac{6}{5}$$

解き方

$$(1) x^2 - 7x = 0 \quad x(x - 7) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{または} \quad x - 7 = 0$$

$$x - 7 = 0 \text{ のとき } x = 7 \quad x = 0, 7$$

$$(2) x^2 = 5x \quad x^2 - 5x = 0 \quad x(x - 5) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{または} \quad x - 5 = 0$$

$$x - 5 = 0 \text{ のとき } x = 5 \quad x = 0, 5$$

$$(3) x = 2x^2 \quad 2x^2 - x = 0 \quad x(2x - 1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{または} \quad 2x - 1 = 0$$

$$2x - 1 = 0 \text{ のとき, } 2x = 1 \quad x = \frac{1}{2}$$

$$x = 0, \frac{1}{2}$$

$$(4) 5x^2 = 6x \quad 5x^2 - 6x = 0 \quad x(5x - 6) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{または} \quad 5x - 6 = 0$$

$$5x - 6 = 0 \text{ のとき, } 5x = 6 \quad x = \frac{6}{5}$$

$$x = 0, \frac{6}{5}$$

4 (1) $x = -6$ (2) $x = 7$ (3) $x = 8$ (4) $x = -1$

解き方

$$(1) x^2 + 12x + 36 = 0 \quad (x + 6)^2 = 0$$

$$x + 6 = 0 \quad x = -6$$

$$(2) x^2 - 14x + 49 = 0 \quad (x - 7)^2 = 0$$

$$x - 7 = 0 \quad x = 7$$

$$(3) x^2 - 16x = -64 \quad x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$(x - 8)^2 = 0 \quad x - 8 = 0 \quad x = 8$$

$$(4) x^2 + 2x = -1 \quad x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x + 1)^2 = 0 \quad x + 1 = 0 \quad x = -1$$

5 (1) $x = \pm 9$ (2) $x = \pm 6$

解き方

平方根の意味にもとづいて、解を求めることができますが、因数分解を使って解く方法です。

$$(1) x^2 - 81 = 0 \quad x^2 - 9^2 = 0 \quad (x + 9)(x - 9) = 0$$

$$x + 9 = 0 \quad \text{または} \quad x - 9 = 0$$

$$x + 9 = 0 \text{ のとき } x = -9$$

$$x - 9 = 0 \text{ のとき } x = 9 \quad x = \pm 9$$

$$(2) 36 - x^2 = 0 \quad x^2 - 36 = 0 \quad x^2 - 6^2 = 0$$

$$(x+6)(x-6) = 0$$

$$x+6=0 \quad \text{または} \quad x-6=0$$

$$x+6=0 \quad \text{のとき} \quad x=-6$$

$$x-6=0 \quad \text{のとき} \quad x=6 \quad x=\pm 6$$

6 (1) $x = -4, -1$ (2) $x = 4$

解き方

$$(1) x(x+5) = -4 \quad x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$(x+4)(x+1) = 0 \quad x = -4, -1$$

$$(2) (x-3)(x-5) = -1$$

$$x^2 - 8x + 15 = -1 \quad x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x-4)^2 = 0 \quad x-4=0 \quad x=4$$

p.64~65

びたトレ 2

1 (1) $x = \pm 6$ (2) $x = \pm 8$ (3) $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

(4) $x = \pm \frac{2}{3}$ (5) $x = 2, -12$ (6) $x = 8 \pm \sqrt{3}$

(7) $x = 7 \pm 4\sqrt{5}$ (8) $x = -10 \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$

(9) $x = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$

解き方

$$(3) 3x^2 = 1 \quad x^2 = \frac{1}{3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{1}{3}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(4) 3x^2 = \frac{4}{3} \quad x^2 = \frac{4}{9} \quad x = \pm \frac{2}{3}$$

$$(5) (x+5)^2 = 49 \quad x+5 = X \quad X^2 = 49$$

$$X = \pm 7 \quad x+5 = \pm 7 \quad x = -5 \pm 7$$

$$(6) (x-8)^2 = 3 \quad x-8 = X \quad X^2 = 3$$

$$X = \pm \sqrt{3} \quad x-8 = \pm \sqrt{3} \quad x = 8 \pm \sqrt{3}$$

$$(7) 80 - (x-7)^2 = 0 \quad (x-7)^2 = 80 \quad x-7 = X$$

$$X^2 = 80 \quad X = \pm 4\sqrt{5} \quad x-7 = \pm 4\sqrt{5}$$

$$x = 7 \pm 4\sqrt{5}$$

$$(8) 27(x+10)^2 = 24 \quad 9(x+10)^2 = 8$$

$$x+10 = X \quad 9X^2 = 8$$

$$X^2 = \frac{8}{9} \quad X = \pm \frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$x+10 = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad x = -10 \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$(9) \frac{2}{5}(2x+3)^2 - \frac{3}{2} = 0 \quad 4(2x+3)^2 = 15$$

$$(2x+3)^2 = \frac{15}{4} \quad 2x+3 = X \quad X^2 = \frac{15}{4}$$

$$X = \pm \frac{\sqrt{15}}{2} \quad 2x+3 = \pm \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$2x = -3 \pm \frac{\sqrt{15}}{2} \quad x = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$$

2 (1) $x = -6, -4$ (2) $x = 4 \pm 4\sqrt{3}$

(3) $x = -4 \pm \sqrt{29}$ (4) $x = -\frac{9}{2} \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$

(5) $x = 1, 2$ (6) $x = 5 \pm 5\sqrt{2}$

(7) $x = -\frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ (8) $x = \frac{5}{3}, -1$

(9) $x = -\frac{2}{5} \pm \frac{3\sqrt{6}}{5}$

解き方

$$(2) x^2 - 8x - 32 = 0$$

$$(x-4)^2 = 32 + 16 \quad x-4 = X$$

$$X^2 = 48 \quad X = \pm 4\sqrt{3}$$

$$x-4 = \pm 4\sqrt{3} \quad x = 4 \pm 4\sqrt{3}$$

$$(4) x^2 + 9x + 16 = 0 \quad \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 = -16 + \frac{81}{4}$$

$$x + \frac{9}{2} = X \quad X^2 = \frac{17}{4} \quad X = \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$x + \frac{9}{2} = \pm \frac{\sqrt{17}}{2} \quad x = -\frac{9}{2} \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$(6) x^2 - 10x = 25 \quad (x-5)^2 = 25 + 25$$

$$x-5 = X \quad X^2 = 50 \quad X = \pm 5\sqrt{2}$$

$$x-5 = \pm 5\sqrt{2} \quad x = 5 \pm 5\sqrt{2}$$

$$(8) x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} = 0 \quad \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{3} + \frac{1}{9}$$

$$x - \frac{1}{3} = X \quad X^2 = \frac{16}{9} \quad X = \pm \frac{4}{3}$$

$$x - \frac{1}{3} = \pm \frac{4}{3} \quad x = \frac{1}{3} \pm \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{5}{3}, -1$$

$$(9) x^2 + \frac{4}{5}x - 2 = 0 \quad \left(x + \frac{2}{5}\right)^2 = 2 + \frac{4}{25}$$

$$x + \frac{2}{5} = X \quad X^2 = \frac{54}{25} \quad X = \pm \frac{3\sqrt{6}}{5}$$

$$x + \frac{2}{5} = \pm \frac{3\sqrt{6}}{5} \quad x = -\frac{2}{5} \pm \frac{3\sqrt{6}}{5}$$

3 (1) $x = 3, -8$ (2) $x = 6, 9$

(3) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$ (4) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{3}$

(5) $x = \frac{7}{3}, -2$ (6) $x = \frac{-2 \pm 5\sqrt{3}}{2}$

解き方

$$(3) 3x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$$

$$(4) \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{2}{3} = 0 \quad 3x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 3 \times (-4)}}{2 \times 3} = \frac{-6 \pm \sqrt{84}}{6}$$

$$= \frac{-6 \pm 2\sqrt{21}}{6} = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{3}$$

$$\begin{aligned}
 (5) & (3x+2)(x-1)=12 \quad 3x^2-x-14=0 \\
 x &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 3 \times (-14)}}{2 \times 3} \\
 &= \frac{1 \pm \sqrt{169}}{6} = \frac{1 \pm 13}{6} \quad x = \frac{7}{3}, -2 \\
 (6) & (2x+5)^2 = 12(x+8) \quad 4x^2 + 8x - 71 = 0 \\
 x &= \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 4 \times (-71)}}{2 \times 4} \\
 &= \frac{-8 \pm \sqrt{1200}}{8} = \frac{-8 \pm 20\sqrt{3}}{8} \\
 &= \frac{-2 \pm 5\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

◆ (1) $x=-11, -2$ (2) $x=7, 12$ (3) $x=2, 6$

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) & x^2 + 13x + 22 = 0 \\
 & (x+11)(x+2) = 0 \quad x = -11, -2 \\
 (2) & x^2 = 19x - 84 \quad x^2 - 19x + 84 = 0 \\
 & (x-7)(x-12) = 0 \quad x = 7, 12 \\
 (3) & x^2 = 4(2x-3) \quad x^2 - 8x + 12 = 0 \\
 & (x-2)(x-6) = 0 \quad x = 2, 6
 \end{aligned}$$

◆ (1) $x=0, 7$ (2) $x=0, \frac{1}{2}$ (3) $x=0, \frac{11}{5}$

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) & 9x^2 - 63x = 0 \quad x^2 - 7x = 0 \\
 & x(x-7) = 0 \quad x = 0, 7 \\
 (2) & 8x^2 - 4x = 0 \quad x^2 - \frac{1}{2}x = 0 \\
 & x\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0 \quad x = 0, \frac{1}{2} \\
 (3) & 11x = 5x^2 \quad 5x^2 - 11x = 0 \\
 & x^2 - \frac{11}{5}x = 0 \quad x\left(x - \frac{11}{5}\right) = 0 \\
 & x = 0, \frac{11}{5}
 \end{aligned}$$

◆ (1) $x=\frac{1}{2}$ (2) $x=\frac{1}{3}$ (3) $x=11$

解き方

$$\begin{aligned}
 (1) & x^2 - x + \frac{1}{4} = 0 \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \\
 & x - \frac{1}{2} = 0 \quad x = \frac{1}{2} \\
 (2) & 9x^2 - 6x + 1 = 0 \quad (3x-1)^2 = 0 \\
 & 3x-1=0 \quad x = \frac{1}{3} \\
 (3) & x^2 + 121 = 22x \quad x^2 - 22x + 121 = 0 \\
 & (x-11)^2 = 0 \quad x-11=0 \quad x=11
 \end{aligned}$$

◆ (1) $x=0, 3$ (2) $a=-4, 3$ (3) $x=5$

$$\begin{aligned}
 (4) & m=-1, 9 \quad (5) x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{2} \\
 (6) & y=-8, 1 \quad (7) a = \pm \frac{3}{2} \quad (8) y=0, \frac{7}{4} \\
 (9) & x = -\frac{1}{2}, 2 \quad (10) y = \pm 4\sqrt{2} \\
 (11) & m=-3, 10 \quad (12) x=-1, 12
 \end{aligned}$$

解き方

(1), (8)は, $ax^2+bx=0$ の因数分解

$$x\left(x + \frac{b}{a}\right) = 0 \quad x = 0, -\frac{b}{a}$$

(2), (4), (6), (11)は, $x^2+(a+b)x+ab=0$
 $(x+a)(x+b)=0 \quad x=-a, -b$

(3)は, $x^2+2ax+a^2=0 \quad (x+a)^2=0$
 $x=-a$

(7), (10)は, $ax^2=b \quad x^2=\frac{b}{a} \quad x=\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$

(別解)

$$x^2-a^2=0 \quad (x+a)(x-a)=0 \quad x=\pm a$$

(5), (9)は, $x^2+px+q=0, ax^2+bx+c=0$

平方の式に変形したり, 解の公式を使います。

(7) $36a^2-81=0 \quad 4a^2-9=0$

$$4a^2=9 \quad a^2=\frac{9}{4} \quad a=\pm\frac{3}{2}$$

(別解) $4a^2-9=0 \quad (2a)^2-3^2=0$

$$(2a+3)(2a-3)=0$$

$$2a+3=0 \text{ または } 2a-3=0 \quad a=\pm\frac{3}{2}$$

(10) $(y+4)(y-4)=16 \quad y^2-16=16$

$$y^2=32 \quad y=\pm\sqrt{32} \quad y=\pm 4\sqrt{2}$$

(11) $(m+1)(m+6)=2(m^2-12)$

$$m^2+7m+6=2m^2-24 \quad m^2-7m-30=0$$

$$(m+3)(m-10)=0 \quad m=-3, 10$$

(12) $(x-5)^2-(x-5)-42=0$

左辺を展開して整理してもよいですが,

$x-5$ を X とすると,

$$X^2-X-42=0 \quad (X+6)(X-7)=0$$

$$X+6=0 \text{ より, } x-5+6=0 \quad x=-1$$

$$X-7=0 \text{ より, } x-5-7=0 \quad x=12$$

理解のコツ

- 二次方程式は, $ax^2+bx+c=0$ の形に整理して因数分解できるかどうかを確認するとよい。
- 左辺が因数分解できないときには, 解の公式あるいは平方の形にして解くとよい。

p.67

びたトレ 1

1 (1) $x^2+(x+1)^2=12x+1$ (2) 5, 6

解き方

(1) 小さい方の数を x とすると, 大きい方の数は 1 だけ大きい数だから $x+1$ と表されます。

$$(2) x^2+(x+1)^2=12x+1$$

$$x^2+x^2+2x+1=12x+1$$

$$2x^2-10x=0 \text{ より, } x^2-5x=0$$

$$x(x-5)=0 \quad \text{よって, } x=0, 5$$

x は正の整数だから, $x=0$ は問題にあいません。

$x=5$ のとき, $x+1=6$ 2 数は 5 と 6 となり, これは問題にあっています。

2 (1) $12x-3$ (2) 45

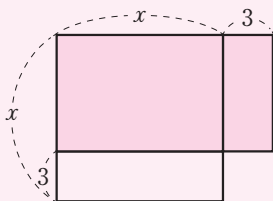
解き方

- (1) 十の位の数 x 、一の位の数 $2x-3$ だから、
 $10x + (2x-3) = 12x-3$
 (2) 方程式は、 $x^2 + 29 = 12x-3$
 $x^2 - 12x + 32 = 0$ $(x-4)(x-8) = 0$
 よって、 $x=4, 8$
 $x=4$ のとき、一の位の数 $2x-3$ は、
 $2 \times 4 - 3 = 5$
 よって、もとの整数は 45 になります。
 $x=8$ のとき、一の位の数 $2x-3$ は、
 $2 \times 8 - 3 = 13$
 となり、これは問題にあいません。

3 10 m

解き方

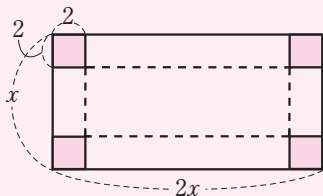
- もとの正方形の畑の 1 辺の長さを x m とすると、
 長方形の縦の長さは $x-3$ (m)、横の長さは、
 $x+3$ (m) と表されます。
 方程式は、 $(x-3)(x+3) = 91$ $x^2 - 9 = 91$
 $x^2 = 100$ よって、 $x = \pm 10$
 $x > 0$ だから、 $x = -10$ は問題にあいません。
 $x = 10$ は問題にあっています。



4 縦 9 cm、横 18 cm

解き方

- 厚紙の縦の長さを x cm とすると、横の長さは、
 $2x$ cm と表されます。
 直方体の容器は、縦が $x-4$ (cm)、横が
 $2x-4$ (cm)、高さが 2 cm となるので、方程式は、
 $2(x-4)(2x-4) = 140$
 $4x^2 - 24x + 32 = 140$ $x^2 - 6x - 27 = 0$
 $(x+3)(x-9) = 0$ よって、 $x = -3, 9$
 $x > 4$ だから、 $x = -3$ は問題にあいません。
 $x = 9$ のとき縦 9 cm、横 $2x = 2 \times 9 = 18$ (cm) とな
 り、これは問題にあっています。



p.68~69

びたトレ 2

- ① (1) $a = -1$ 、他の解 4 (2) $a = -12, b = 35$
 (3) $c = 8$

解き方

- (1) $x = -3$ を $x^2 + ax - 12 = 0$ に代入すると、
 $9 - 3a - 12 = 0$ $3a = -3$ より、 $a = -1$
 $a = -1$ を $x^2 + ax - 12 = 0$ に代入すると、
 $x^2 - x - 12 = 0$ $(x+3)(x-4) = 0$ より、
 $x = -3, 4$ 他の解は 4
 (2) $x = 5, 7$ を $x^2 + ax + b = 0$ に代入すると、
 $\begin{cases} 5^2 + 5a + b = 0 \\ 7^2 + 7a + b = 0 \end{cases}$
 連立方程式として解くと、 $a = -12, b = 35$
 (3) 1 つの解を n とすると、他の解は $2n$ と表され
 ます。
 $x = n, 2n$ を $x^2 - 6x + c = 0$ に代入すると、
 $\begin{cases} n^2 - 6n + c = 0 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 4n^2 - 12n + c = 0 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$
 $\textcircled{2} - \textcircled{1}$ より、 $3n^2 - 6n = 0$ $n(n-2) = 0$
 条件より、 $n = 0$ は問題にあわないから、 $n = 2$
 $n = 2$ を $\textcircled{1}$ に代入すると、
 $4 - 12 + c = 0$ $c = 8$

- ② (1) 7 (2) 4, 5, 6 (3) 9, 11

解き方

- (1) ある数を x とすると、
 $(x-3)^2 = 8x - 40$ $x^2 - 14x + 49 = 0$
 $x = 7$ これは問題にあっています。
 (2) 連続する 3 つの正の整数を $n-1, n, n+1$ と
 すると、
 $5(n-1)(n+1) = 4n^2 + 20$
 $n^2 = 25$ $n > 0$ だから、 $n = 5$
 これは問題にあっています。
 (3) 小さい奇数を $2n-1$ 、大きい奇数を $2n+1$ とす
 ると、 $(2n-1)^2 = 8(2n+1) - 7$
 $n^2 - 5n = 0$ $n(n-5) = 0$ $n = 0, 5$
 $n = 0$ のとき、 $2n-1 = -1$
 正の奇数だから、問題にあいません。
 $n = 5$ のとき、 $2n-1 = 9, 2n+1 = 11$
 これは問題にあっています。
 (参考) 奇数を $2n-1$ としないで、整数 n で求
 めて、奇数 n を選んでもよい。

- ③ (1) 82, 93 (2) 74

解き方

- (1) 一の位の数 n とすると、十の位の数 $n+6$
 と表されます。
 $n(n+6) = 10(n+6) + n - 66$
 $n^2 - 5n + 6 = 0$ $n = 2, 3$
 $n = 2$ のとき 82, $n = 3$ のとき 93
 これらは、ともに問題にあっています。

(2)一の位の数を n とすると、十の位の数は $n+3$ と表されます。

$$\{(n+3)+n\}^2 = \{10(n+3)+n\} + \{10n+(n+3)\}$$

$$4n^2 + 12n + 9 = 10n + 30 + n + 10n + n + 3$$

$$4n^2 - 10n - 24 = 0 \quad 2n^2 - 5n - 12 = 0$$

解の公式より、

$$n = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times (-12)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{5 \pm 11}{4} \quad n = -\frac{3}{2}, 4$$

$n = -\frac{3}{2}$ は問題にあいません。

$n = 4$ は問題にあっています。

十の位の数は、 $n+3=7$

よって、74

4 3 cm

解き方

PQ = x cm とすると、AP = $8-2x$ (cm)

$$\triangle AQP = \frac{1}{2} \times PQ \times AP$$

$$\text{より、} \frac{1}{2} x(8-2x) = 3$$

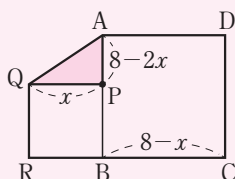
$$4x - x^2 = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0 \quad x = 1, 3$$

PB > PA だから、 $x = 1$ は問題にあいません。

$x = 3$ は問題にあっています。



5 2 m

解き方

x m のばすとして、
大きくなった花だんの
面積は、

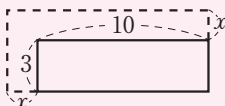
$$(x+3)(x+10) \text{ m}^2 \text{ と表されます。}$$

$$(x+3)(x+10) = 2 \times 3 \times 10 \quad x^2 + 13x - 30 = 0$$

$$(x+15)(x-2) = 0 \quad x = -15, 2$$

$x = -15$ は問題にあいません。

$x = 2$ は問題にあっています。



6 (1)45 m (2)2 秒

解き方

$$(1) 5t^2 = 5 \times 3^2 = 45 \text{ (m)}$$

$$(2) 5t^2 = 20 \quad t^2 = 4 \quad t = \pm 2$$

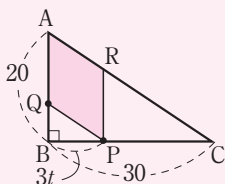
$t > 0$ だから、 $t = 2$

7 3 秒後と 7 秒後

解き方

t 秒後とすると、

$$BP = 3t \text{ cm}, BQ = 2t \text{ cm}, AQ = 20 - 2t \text{ (cm)}$$



平行四辺形 AQPR の面積は、

$$AQ \times BP = 3t(20-2t) = 126$$

$$t^2 - 10t + 21 = 0 \quad (t-3)(t-7) = 0 \quad t = 3, 7$$

$t = 3$ のとき、BP = 9 cm, BQ = 6 cm

$t = 7$ のとき、BP = 21 cm, BQ = 14 cm

$t = 3, 7$ は、ともに問題にあっています。

理解のコツ

- 二次方程式の利用の問題では、問題文をよく読んで、何を文字で表すのが適当かを考えるのがよい。
- 二次方程式を解いたときには、求めた解が問題にあっているかどうかを確かめておく。

p.70~71

びたトレ3

1 (1)3 (2)1

代入して、(左辺)=0 になるかどうかを調べます。

(1) $x = 1$ を代入すると、

$$4 \times 1^2 - 15 \times 1 + 9 = -2$$

$x = 3$ を代入すると、

$$4 \times 3^2 - 15 \times 3 + 9 = 0$$

2 (1) $x = \pm \sqrt{3}$ (2) $x = 10 \pm 2\sqrt{2}$

$$(3) x = -\frac{3}{5}, -\frac{7}{5} \quad (4) x = -4, 12$$

$$(5) x = -11 \quad (6) x = 0, \frac{13}{6}$$

$$(7) x = \pm \frac{2}{3} \quad (8) x = 2, \frac{1}{2}$$

$$(9) x = -4, \frac{2}{3} \quad (10) x = \frac{3 \pm \sqrt{11}}{2}$$

解き方

$$(3) (x+1)^2 = \frac{4}{25}$$

$$x+1 = \pm \frac{2}{5}$$

$$x = -1 \pm \frac{2}{5}$$

$$x = -\frac{3}{5}, -\frac{7}{5}$$

$$(4) x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$(x+4)(x-12) = 0$$

$$x = -4, 12$$

$$(5) x^2 + 121 = -22x$$

$$x^2 + 22x + 121 = 0$$

$$(x+11)^2 = 0$$

$$x = -11$$

$$(7) -\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{9} = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{2}{9}$$

$$\text{両辺を 2 倍すると、} x^2 = \frac{4}{9}$$

$$(8) 16\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = 9$$

$$\text{両辺を 16 でわると、}\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$x - \frac{5}{4} = \pm \frac{3}{4} \quad x = \frac{5}{4} \pm \frac{3}{4} \quad x = 2, \frac{1}{2}$$

(9), (10) 解の公式を使います。

3 (1) $x=3, -6$ (2) $x=0, \frac{3}{2}$

(3) $y=-2, 6$ (4) $t=1, 2$

解き方

(1) $4x^2+12x-72=0$

両辺を4でわると,

$$x^2+3x-18=0 \quad (x-3)(x+6)=0$$

$$x=3, -6$$

(2) $2x^2-3=3(x-1) \quad 2x^2-3x=0$

$$x(2x-3)=0 \quad x=0, \frac{3}{2}$$

(3) $7y-6=y^2+3(y-6) \quad y^2-4y-12=0$

$$(y+2)(y-6)=0 \quad y=-2, 6$$

(4) $3(t-2)(t+1)=2(t^2-4) \quad t^2-3t+2=0$

$$(t-1)(t-2)=0 \quad t=1, 2$$

4 (1) $a=-4, b=3$ (2) $c=-7$, 他の解 6

(3) $d=4$, 他の解 $3+\sqrt{5}$

解き方

(1)方程式に $x=1, x=3$ を代入すると,

$$\begin{cases} a+b=-1 \\ 3a+b=-9 \end{cases}$$

$$3a+b=-9$$

これを解くと, $a=-4, b=3$

(2)方程式に $x=1$ を代入し, c の値を求めてから, 他の解を求めます。

(3)方程式に $x=3-\sqrt{5}$ を代入すると,

$$(3-\sqrt{5})^2-6(3-\sqrt{5})+d=0$$

$$9-6\sqrt{5}+5-18+6\sqrt{5}+d=0 \quad d=4$$

$d=4$ を代入し, 他の解を求めます。

$$x^2-6x+4=0$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1}$$

$$= 3 \pm \sqrt{5}$$

5 5, 7

解き方

2つの正の整数のうち, 小さい方を x とすると, 大きい方は $x+2$ と表されます。

方程式は, $x^2+(x+2)^2=74$

$$(x+7)(x-5)=0 \quad x=-7, 5$$

$x>0$ より, $x=-7$ は問題にあいません。

$x=5$ のとき, 2数は5, 7となり, これは問題にあっています。

6 2 m

解き方

方程式を利用して, 道幅を x m としたときの畑の面積はどのように表されるかを考えます。

道幅を x m とし,

右の図のように, 道を土地の端によせても道, 畑の面積は変わりません。

よって, 方程式は,

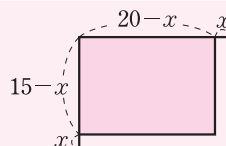
$$(15-x)(20-x)=234 \quad x^2-35x+66=0$$

$$(x-2)(x-33)=0 \quad x=2, 33$$

x は道幅だから, $0<x<15$

$x=33$ は問題にあいません。

$x=2$ は問題にあっています。



7 縦 30 cm, 横 20 cm

解き方

銅板の縦の長さを x cm とす

ると, 横の長さは $\frac{2}{3}x$ cm と

なります。

直方体の容器は,

縦が $x-10$ (cm),

横が $\frac{2}{3}x-10$ (cm),

高さが 5 cm となるので, 方程式は,

$$5(x-10)\left(\frac{2}{3}x-10\right)=1000$$

$$x^2-25x-150=0 \quad (x+5)(x-30)=0$$

$$x=-5, 30$$

$$\frac{2}{3}x > 10 \text{ より, } x > 15 \text{ だから,}$$

$x=-5$ は問題にあいません。

$x=30$ は問題にあっています。

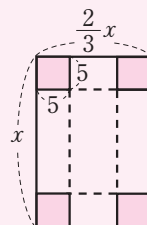
よって, 縦は 30 cm, 横は, $\frac{2}{3} \times 30 = 20$ (cm)

(別解)

銅板の縦の長さを $3x$ cm, 横の長さを $2x$ cm とすると, 直方体の容器は, 縦が $3x-10$ (cm), 横が $2x-10$ (cm), 高さが 5 cm となるので, 方程式は,

$$5(3x-10)(2x-10)=1000$$

これを解いて求めてもよいです。



4 章 関数 $y=ax^2$

p.73

びたトレ 0

① (1) $y = \frac{100}{x}$ (2) $y = 80 - x$ (3) $y = 80x$

比例するもの…(3)

反比例するもの…(1)

一次関数であるもの…(2), (3)

解き方

比例の関係は $y=ax$ の形、反比例の関係は

$y = \frac{a}{x}$ の形、一次関数は $y=ax+b$ の形で表されます。

比例は一次関数の特別な場合です。

上の答えの表し方以外でも、意味があてれば正解です。

② (1) -9 (2) -3 (3) -12

解き方

一次関数 $y=ax+b$ では、 $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$ だから、
(y の増加量) = (x の増加量) $\times a$ という関係が成り立ちます。

(1) x の増加量は、 $4-1=3$ だから、

y の増加量は、 $3 \times (-3) = -9$

(2) x の増加量が 1 のときの y の増加量は a に等しくなります。

p.75

びたトレ 1

① (1) $y=4x^2$ (2) $y=2\pi x^2$ (3) $y=\frac{1}{2}x^2$

(4) $y=2x^2$

解き方

(1) 縦 x 、横 $4x$ の長方形の面積が y だから、

$$y = x \times 4x \text{ より、} y = 4x^2$$

(2) (円錐の体積) = (底面積) $\times$ (高さ) $\times \frac{1}{3}$

$$y = \pi x^2 \times 6 \times \frac{1}{3} \text{ より、} y = 2\pi x^2$$

(3) $y = x \times x \times \frac{1}{2}$ より、 $y = \frac{1}{2}x^2$

(4) x と y との関係がわかりにくいときは、 y と x^2 との関係を調べます。

x^2 の値を 2 倍すると y の値になっています。

$$\text{よって、} y = 2x^2$$

② (1) 4 倍 (2) 25 倍 (3) $\frac{1}{16}$ 倍 (4) $\frac{1}{4}$

解き方

関数 $y=ax^2$ において、 x の値を n 倍すると、 y の値は n^2 倍になります。

このことは比例定数 a には関係しません。

(1) x の値を 2 倍すると、 y の値は 2^2 倍(4 倍)になります。

(2) x の値を 5 倍すると、 y の値は 5^2 倍(25 倍)になります。

(3) x の値を $\frac{1}{4}$ 倍すると、 y の値は

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 \text{ 倍} \left(\frac{1}{16} \text{ 倍}\right) \text{ になります。}$$

(4) x の値が $\frac{1}{2}$ 倍になると、 y の値はもとの値の

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ になります。}$$

③ (1) $y=-x^2$ (2) $y=9x^2$

(3) $y=3x^2$ (4) $y=-7x^2$

解き方

y が x^2 に比例するとき、比例定数を a とすると、 $y=ax^2$ と表せます。

(1) 比例定数が、 $a=-1$ だから、

$$y = -x^2$$

(2) $x=2$ のとき $y=36$ だから、

$$36 = a \times 2^2 \quad a = 9$$

$$\text{よって、} y = 9x^2$$

(3) $x=-2$ のとき $y=12$ だから、

$$12 = a \times (-2)^2 \quad a = 3$$

$$\text{よって、} y = 3x^2$$

(4) $x=-3$ のとき $y=-63$ だから、

$$-63 = a \times (-3)^2 \quad a = -7$$

$$\text{よって、} y = -7x^2$$

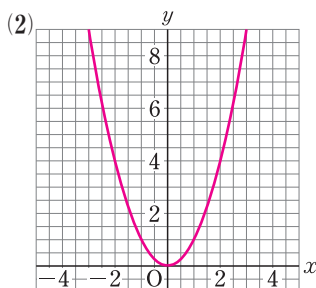
p.77

びたトレ 1

① (1)

x	...	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5
y	...	9	6.25	4	2.25	1	0.25

0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	...
0	0.25	1	2.25	4	6.25	9	...



解き方

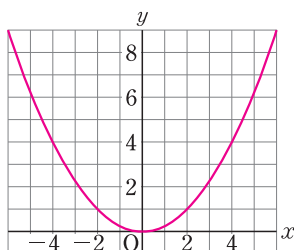
(1) $y=x^2$ に、 $x=-3$ 、 $x=-2$ 、 $x=-1$ 、……と順に代入して、 y の値を求めます。

(2) (1) の表の x 、 y の値の組を座標とする点を取り、なめらかな曲線で結びます。

2 (1)

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1
y	...	9	6.25	4	2.25	1	0.25

0	1	2	3	4	5	6	...
0	0.25	1	2.25	4	6.25	9	...



(2) $y = -\frac{1}{4}x^2$

解き方

(1) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = -4$, $x = -2$, と順に代入して, y の値を求めます。

(2) 比例定数の符号を反対にします。

3

(1) ㉠, ㉡ (2) ㉢, ㉣, ㉤ (3) ㉣と㉤

解き方

(1) 関数 $y = ax^2$ で, $a > 0$ であるものを選びます。

(2) 関数 $y = ax^2$ で, $a < 0$ であるものを選びます。

(3) 比例定数の絶対値が等しく, 符号が反対の組を選びます。

p.78~79

びたトレ2

1

(1) $y = 8x^2$ (2) $y = 72$

(3) 2^2 倍, 3^2 倍, 4^2 倍, になる

解き方

(1) 底面積が $x^2 \text{ cm}^2$, 高さが 8 cm の四角柱の体積が $y \text{ cm}^3$ だから, $y = 8 \times x^2$ より, $y = 8x^2$

(2) $y = 8x^2$ に $x = 3$ を代入すると,
 $y = 8 \times 3^2 = 72$

2

(1) $y = 6x^2$ (2) $y = \frac{1}{2}x^2$

解き方

(1) 比例定数を a とすると, $y = ax^2$
 $x = 2$ のとき $y = 24$ だから,
 $24 = a \times 2^2$ $a = 6$
よって, $y = 6x^2$

(2) 比例定数を a とすると, $y = ax^2$
 $x = -6$ のとき $y = 18$ だから,
 $18 = a \times (-6)^2$ $a = \frac{1}{2}$ よって, $y = \frac{1}{2}x^2$

3

(1) $y = -4x^2$ (2) $y = -1$

解き方

(1) 比例定数を a とすると, $y = ax^2$
 $x = 3$ のとき $y = -36$ だから,
 $-36 = a \times 3^2$ より, $a = -4$
求める式は, $y = -4x^2$

(2) $y = -4x^2$ に $x = \frac{1}{2}$ を代入すると,

$$y = -4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -1$$

求める y の値は, $y = -1$

4

①12 ②3 ③75

解き方

比例定数を a とすると, $y = ax^2$
 $x = 3$ のとき $y = 27$ だから,

$$27 = a \times 3^2 \quad a = 3$$

よって, $y = 3x^2$

① $y = 3x^2$ に $x = -2$ を代入すると,
 $y = 3 \times (-2)^2 = 12$

② $y = 3x^2$ に $x = 1$ を代入すると,
 $y = 3 \times 1^2 = 3$

③ $y = 3x^2$ に $x = 5$ を代入すると,
 $y = 3 \times 5^2 = 75$

5

(1) $a = \frac{1}{3}$ (2) 27 (3) (0, 0), (3, 3)

解き方

(1) グラフは点 $(-6, 12)$ を通るから,
 $y = ax^2$ に $x = -6$, $y = 12$ を代入すると,
 $12 = a \times (-6)^2$ $a = \frac{1}{3}$

(2) $y = \frac{1}{3}x^2$ に $x = 9$ を代入すると,
 $y = \frac{1}{3} \times 9^2 = 27$

(3) 求める座標を (m, m) とします。

$$y = \frac{1}{3}x^2 \text{ に } x = m, y = m \text{ を代入すると,}$$

$$m = \frac{1}{3}m^2$$

$$m^2 - 3m = 0 \quad m(m-3) = 0 \quad m = 0, 3$$

6

(1) $a = 3$, $b = -1$, $c = \frac{1}{4}$

(2) (順に) 48, -16, 4

解き方

(1) $y = ax^2$ に $x = 1$, $y = 3$ を代入すると,
 $3 = a \times 1^2$ より, $a = 3$
 $y = bx^2$ に $x = -3$, $y = -9$ を代入すると,
 $-9 = b \times (-3)^2$ より, $b = -1$
 $y = cx^2$ に $x = -2$, $y = 1$ を代入すると,

$$1 = c \times (-2)^2 \text{ より, } c = \frac{1}{4}$$

(2) $y = 3x^2$ に $x = -4$ を代入すると,
 $y = 3 \times (-4)^2 = 48$

$$y = -x^2 \text{ に } x = -4 \text{ を代入すると,}$$

$$y = -(-4)^2 = -16$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ に } x = -4 \text{ を代入すると,}$$

$$y = \frac{1}{4} \times (-4)^2 = 4$$

⑦ (1)㊶ (2)㊸ (3)㊱ (4)㊵

解き方

関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a>0$ のとき x 軸の上側、 $a<0$ のとき x 軸の下側にあります。

また、 a の絶対値が大きいくほどグラフの開きは小さくなります。

(1)~(4)のうち、 $a>0$ であるのは、(2)と(3)で、 a の絶対値は(3)の方が大きいから、(2)は㊸、(3)は㊱です。

また、 $a<0$ であるのは(1)と(4)で、 a の絶対値は(4)の方が大きいから、(1)は㊶、(4)は㊵です。

理解のコツ

- ・ y が x の2乗に比例する関数で、 y を x の式で表すには、式を $y=ax^2$ とおいて、対応する1組の x 、 y の値を代入して比例定数を求めるとよい。
- ・ 関数 $y=ax^2$ では比例定数 a の正負、絶対値の大きさなどからグラフの特徴をとらえておくとよい。

p.81

びたトレ 1

1 (1)㊱、㊶、㊸ (2)㊸、㊵、㊱

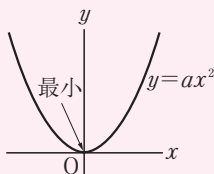
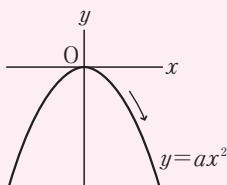
解き方

(1) $x \geq 0$ の範囲で x の値が増加するとき、 y の値が減少するのは、関数 $y=ax^2$ で、 $a<0$ のときです。

比例定数が負であるのは、㊱、㊶、㊸

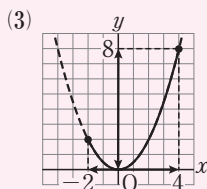
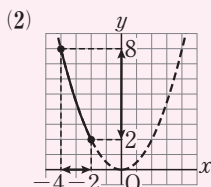
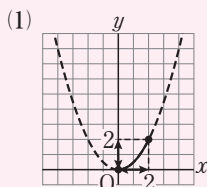
(2) $x=0$ のとき、 y の値が最小になるのは、関数 $y=ax^2$ で、 $a>0$ のときです。

比例定数が正であるのは、㊸、㊵、㊱



2 (1) $0 \leq y \leq 2$ (2) $2 \leq y \leq 8$ (3) $0 \leq y \leq 8$

解き方



3 (1) $-8 \leq y \leq -2$ (2) $-18 \leq y \leq -8$

(3) $-8 \leq y \leq 0$

解き方

(1) $x=2$ のとき、 $y=-2$

$x=4$ のとき、 $y=-8$ $-8 \leq y \leq -2$

(2) $x=-6$ のとき、 $y=-18$

$x=-4$ のとき、 $y=-8$ $-18 \leq y \leq -8$

(3) $x \leq 0$ の範囲と $x \geq 0$ の範囲に分けて考えます。

$-4 \leq x \leq 0$ では、 $x=-4$ のとき、 $y=-8$

$x=0$ のとき、 $y=0$ $-8 \leq y \leq 0$

$0 \leq x \leq 2$ では、 $x=0$ のとき、 $y=0$

$x=2$ のとき、 $y=-2$ $-2 \leq y \leq 0$

よって、 $-8 \leq y \leq 0$ になります。

p.83

びたトレ 1

1 (1) 6 (2) 22 (3) -16 (4) -30

解き方

(1) x の増加量は、 $3-0=3$

y の増加量は、 $2 \times 3^2 - 0 = 18$

変化の割合は、 $\frac{18}{3} = 6$

(2) x の増加量は、 $7-4=3$

y の増加量は、 $2 \times 7^2 - 2 \times 4^2 = 66$

変化の割合は、 $\frac{66}{3} = 22$

(3) x の増加量は、 $-3 - (-5) = 2$

y の増加量は、 $2 \times (-3)^2 - 2 \times (-5)^2 = -32$

変化の割合は、 $\frac{-32}{2} = -16$

(4) x の増加量は、 $-5 - (-10) = 5$

y の増加量は、 $2 \times (-5)^2 - 2 \times (-10)^2 = -150$

変化の割合は、 $\frac{-150}{5} = -30$

2 (1) -28 (2) -64 (3) 32 (4) 56

解き方

(1) x の増加量は、 $5-2=3$

y の増加量は、 $-4 \times 5^2 - (-4) \times 2^2 = -84$

変化の割合は、 $\frac{-84}{3} = -28$

(2) x の増加量は、 $10-6=4$

y の増加量は、 $-4 \times 10^2 - (-4) \times 6^2 = -256$

変化の割合は、 $\frac{-256}{4} = -64$

(3) x の増加量は、 $-2 - (-6) = 4$

y の増加量は、 $-4 \times (-2)^2 - (-4) \times (-6)^2 = 128$

変化の割合は、 $\frac{128}{4} = 32$

(4) x の増加量は、 $-5 - (-9) = 4$

y の増加量は、 $-4 \times (-5)^2 - (-4) \times (-9)^2 = 224$

変化の割合は、 $\frac{224}{4} = 56$

3 (1)12 (2)24

解き方

- (1) x の増加量は, $5-1=4$
 y の増加量は, $2 \times 5^2 - 2 \times 1^2 = 48$
 よって, 変化の割合は, $\frac{48}{4} = 12$
- (2) x の増加量は, $-2 - (-6) = 4$
 y の増加量は,
 $-3 \times (-2)^2 - (-3) \times (-6)^2 = 96$
 変化の割合は, $\frac{96}{4} = 24$

4 (1)2秒後…6

4秒後…24

6秒後…54

(2)2秒後から4秒後…毎秒9cm

4秒後から6秒後…毎秒15cm

解き方

- (1) $y = 1.5x^2$ に $x=2$ を代入すると, $y=6$
 $y = 1.5x^2$ に $x=4$ を代入すると, $y=24$
 $y = 1.5x^2$ に $x=6$ を代入すると, $y=54$
- (2) 2秒後から4秒後までの平均の速さは,
 $\frac{24-6}{4-2} = \frac{18}{2} = 9$ よって, 毎秒9cm
 4秒後から6秒後までの平均の速さは,
 $\frac{54-24}{6-4} = \frac{30}{2} = 15$ よって, 毎秒15cm

p.84~85

びたトレ2

1 (1)㉞, ㉟, ㊱

(2)㉞, ㉟, ㊱

(3)㉞, ㉟, ㊱

解き方

- (1) $a < 0$ のとき, $y = ax^2$ は x がどんな値をとっても, $y \leq 0$ となります。
- (2) $a > 0$ のとき, $y = ax^2$ は $x \leq 0$ の範囲で, x の値が増加すると y の値が減少します。
- (3) $a < 0$ のとき, $y = ax^2$ は $x=0$ のとき y の値が最大となります。

2 (1) $1 \leq y \leq 9$ (2) $4 \leq y \leq 16$ (3) $0 \leq y \leq 25$

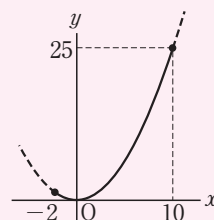
解き方

- (1) $x=2$ のとき最小値 $y = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$
 $x=6$ のとき最大値 $y = \frac{1}{4} \times 6^2 = 9$
 y の変域は, $1 \leq y \leq 9$
- (2) $x=-4$ のとき最小値 $y = \frac{1}{4} \times (-4)^2 = 4$
 $x=-8$ のとき最大値 $y = \frac{1}{4} \times (-8)^2 = 16$
 y の変域は, $4 \leq y \leq 16$

(3) $x=0$ のとき最小値 $y=0$

$x=10$ のとき最大値 $y = \frac{1}{4} \times 10^2 = 25$

y の変域は, $0 \leq y \leq 25$

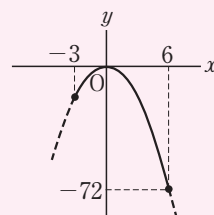


3 (1) $-18 \leq y \leq -2$ (2) $-50 \leq y \leq -8$

(3) $-72 \leq y \leq 0$

解き方

- (1) $x=3$ のとき最小値 $y = -2 \times 3^2 = -18$
 $x=1$ のとき最大値 $y = -2 \times 1^2 = -2$
 y の変域は, $-18 \leq y \leq -2$
- (2) $x=-5$ のとき最小値 $y = -2 \times (-5)^2 = -50$
 $x=-2$ のとき最大値 $y = -2 \times (-2)^2 = -8$
 y の変域は, $-50 \leq y \leq -8$
- (3) $x=6$ のとき最小値 $y = -2 \times 6^2 = -72$
 $x=0$ のとき最大値 $y=0$
 y の変域は, $-72 \leq y \leq 0$



4 (1)15 (2)-21

解き方

- (1) x の増加量は, $4-1=3$
 y の増加量は, $3 \times 4^2 - 3 \times 1^2 = 45$
 変化の割合は, $\frac{45}{3} = 15$
- (2) x の増加量は, $(-2) - (-5) = 3$
 y の増加量は, $3 \times (-2)^2 - 3 \times (-5)^2 = -63$
 変化の割合は, $\frac{-63}{3} = -21$

5 (1)-3 (2)7

解き方

- (1) x の増加量は, $6-3=3$
 y の増加量は, $-\frac{1}{3} \times 6^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) \times 3^2 = -9$
 変化の割合は, $\frac{-9}{3} = -3$
- (2) x の増加量は, $(-9) - (-12) = 3$
 y の増加量は,
 $-\frac{1}{3} \times (-9)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) \times (-12)^2 = 21$
 変化の割合は, $\frac{21}{3} = 7$

6 (1) $a = \frac{1}{2}$ (2) -1

解き方

(1) $y \geq 0$ より, $a > 0$

$x = -4$ のとき y は最大になるから, $y = ax^2$ に
 $x = -4$, $y = 8$ を代入すると,

$$8 = a \times (-4)^2 \quad 16a = 8 \quad a = \frac{1}{2}$$

(2) x の値が -4 から 2 まで増加するとき,

x の増加量は, $2 - (-4) = 6$

y の増加量は, $\frac{1}{2} \times 2^2 - \frac{1}{2} \times (-4)^2 = -6$

変化の割合は, $\frac{-6}{6} = -1$

7 (1) $a = -3$ (2) $a = 5$ (3) $a = -4$

解き方

(1) y の値は 0 のとき最大だから, $a < 0$ であることがわかります。

また, y の値が最小 ($y = -12$) になるのは,

$x = -2$ のときで, $-12 = a \times (-2)^2$

よって, $a = -3$

(2) $x = 3$ のとき, y の値は, $a \times 3^2 = 9a$

$x = 5$ のとき, y の値は, $a \times 5^2 = 25a$

変化の割合について,

$$\frac{25a - 9a}{5 - 3} = 40 \quad a = 5$$

(3) x の増加量は, $-2 - (-6) = 4$

y の増加量は, $a \times (-2)^2 - a \times (-6)^2 = -32a$

変化の割合について,

$$\frac{-32a}{4} = 32 \quad a = -4$$

8 (1) 45 m (2) 5 秒後

解き方

(1) $y = 5x^2$ に $x = 3$ を代入すると,

$$y = 5 \times 3^2 = 45$$

(2) 3 秒後から t 秒後までの平均の速さが, 毎秒

40 m になるとすると, t 秒後に落ちる距離は,

$y = 5x^2$ に $x = t$ を代入すると, $y = 5t^2$

平均の速さについて, $\frac{5t^2 - 45}{t - 3} = 40$

$$5t^2 - 45 = 40(t - 3) \quad t^2 - 8t + 15 = 0$$

$$(t - 3)(t - 5) = 0 \quad t = 3, 5$$

$t = 3$ は問題にあいません。

$t = 5$ は問題にあっています。よって, 5 秒後

理解のコツ

- ・変域の問題では, x の変域に 0 がふくまれている場合には, y の変域に注意しておくといよい。
- ・変化の割合では, x の増加量に対する y の増加量の増加・減少に目をつけておくといよい。また, 平均の速さの求め方も確認しておくといよい。

p.87

びたトレ 1

1 (1) 7.2 m (2) 時速 30 km

解き方

(1) $y = 0.008x^2$ に $x = 40$ を代入すると,

$$y = 0.008 \times 40^2 = 12.8 \text{ (m)}$$

$x = 50$ を代入すると, $y = 0.008 \times 50^2 = 20 \text{ (m)}$

制動距離の差は, $20 - 12.8 = 7.2 \text{ (m)}$

(2) $y = 0.008x^2$ に $y = 7.2$ を代入すると,

$$7.2 = 0.008x^2 \quad x^2 = 900 \quad x = \pm 30$$

$x > 0$ だから, $x = 30$ よって, 時速 30 km

2 (1) $y = \frac{3}{400}x^2$ (2) 21 m (3) 時速 80 km 以下

解き方

(1) $y = ax^2$ に $x = 40$, $y = 12$ を代入すると,

$$12 = a \times 40^2 \quad a = \frac{3}{400} \text{ より, } y = \frac{3}{400}x^2$$

(2) $x = 60$ のとき, $y = \frac{3}{400} \times 60^2 = 27$

$x = 80$ のとき, $y = \frac{3}{400} \times 80^2 = 48$

よって, その差は, $48 - 27 = 21 \text{ (m)}$

(3) $y = 48$ のとき, $48 = \frac{3}{400}x^2$

$$x^2 = 16 \times 400 \quad x = \pm 80$$

$x > 0$ だから, $x = 80$

よって, 時速 80 km 以下

3 (1) 1 m (2) 6 秒

解き方

(1) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = 2$ を代入すると,

$$y = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1 \text{ よって, } 1 \text{ m}$$

(2) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $y = 9$ を代入すると,

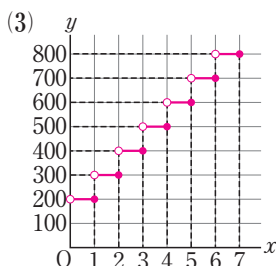
$$9 = \frac{1}{4}x^2 \quad x^2 = 36 \quad x = \pm 6$$

$x > 0$ だから, 6 秒

p.89

びたトレ 1

1 (1) $y = 500$ (2) $8 < x \leq 9$



解き方

時間単位で変化します。

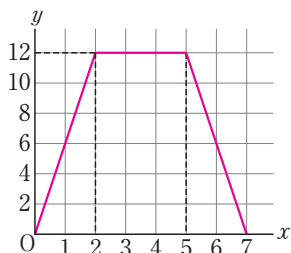
$0 < x \leq 1$ のとき, $y = 200$

$1 < x \leq 2$ のとき, $y = 300$

$2 < x \leq 3$ のとき, $y = 400$

.....

2 $y=6x$ ($0 \leq x \leq 2$)
 $y=12$ ($2 \leq x \leq 5$)
 $y=42-6x$ ($5 \leq x \leq 7$)



解き方

点 P が AB 上にあるとき、

$$\triangle PBC = \frac{1}{2} \times 2x \times 6 = 6x (\text{cm}^2)$$

$$0 \leq x \leq 2 \text{ のとき, } y=6x$$

点 P が AD 上にあるとき、

$$\triangle PBC = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 (\text{cm}^2)$$

$$2 \leq x \leq 5 \text{ のとき, } y=12$$

点 P が CD 上にあるとき、

$$\triangle PBC = \frac{1}{2} \times (14-2x) \times 6 = 42-6x (\text{cm}^2)$$

$$5 \leq x \leq 7 \text{ のとき, } y=42-6x$$

3 (1)11 m (2)13.31 m

解き方

(1)10 m の 10% 増しは, $10 \times 1.1 (\text{m})$

(2)1 年後が $10 \times 1.1 \text{ m}$ だから, 2 年後は,

$$(10 \times 1.1) \times 1.1 = 10 \times 1.1^2 (\text{m})$$

3 年後は,

$$(10 \times 1.1^2) \times 1.1 = 10 \times 1.1^3 = 13.31 (\text{m})$$

p.90~91

びたトレ 2

1 (1)15 m (2)0.008

(3)時速 80 km...12.8 m, 時速 100 km...20 m

解き方

(1) $y=ax^2$ に $x=40$, $y=9.6$ を代入すると,

$$9.6 = a \times 40^2 \quad a = 0.006$$

$y=0.006x^2$ に $x=50$ を代入すると,

$$y = 0.006 \times 50^2 = 15 \quad \text{よって, } 15 \text{ m}$$

(2) $y=ax^2$ に $x=60$, $x=30$ を代入した差は,

$$a \times 60^2 - a \times 30^2 = 21.6$$

$$3600a - 900a = 21.6 \quad 2700a = 21.6$$

$$a = 0.008 \quad \text{よって, 比例定数は } 0.008$$

(3)時速 80 km における A と B の道路の制動距離の差は,

$$0.008 \times 80^2 - 0.006 \times 80^2$$

$$= (0.008 - 0.006) \times 80^2$$

$$= 0.002 \times 6400$$

$$= 12.8 (\text{m})$$

よって, 時速 80 km のとき 12.8 m

時速 100 km における A と B の道路の制動距離の差は,

$$0.008 \times 100^2 - 0.006 \times 100^2$$

$$= (0.008 - 0.006) \times 100^2 = 0.002 \times 100^2$$

$$= 20 (\text{m}) \quad \text{よって, 時速 100 km のとき } 20 \text{ m}$$

2 (1)周期 2 秒, 長さ 1 m

(2)周期 4 秒, 長さ 4 m

解き方

(1)長さ 4 m のふりこの周期を x 秒とします。

$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ に } y=4 \text{ を代入すると, } 4 = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 16 \quad x > 0 \text{ だから, } x=4$$

よって, ふりこ A の周期は, 2 秒となり,

ふりこ A の長さは, $\frac{1}{4} \times 2^2 = 1$ より, 1 m

(2)周期が 8 秒のふりこの長さは,

$$\frac{1}{4} \times 8^2 = 16 \text{ より, } 16 \text{ m}$$

よって, ふりこ B の長さは, 4 m

ふりこ B の周期 x 秒は,

$$4 = \frac{1}{4}x^2 \quad x^2 = 16 \quad x > 0 \text{ だから, } x=4$$

3 (1)250 g まで (2) $250 < x \leq 500$, $y=390$

解き方

(1)重さを x g, 料金を y 円とすると,

$$0 < x \leq 50 \text{ のとき, } y=120$$

$$50 < x \leq 100 \text{ のとき, } y=140$$

$$100 < x \leq 150 \text{ のとき, } y=210$$

$$150 < x \leq 250 \text{ のとき, } y=250$$

$$250 < x \leq 500 \text{ のとき, } y=390$$

$$500 < x \leq 1000 \text{ のとき, } y=580$$

300 円以下で送ることができる重さは,

$$150 < x \leq 250 \text{ の範囲より, } 250 \text{ g までです。}$$

(2)重さ 370 g は, $250 < x \leq 500$ の範囲より,

$$y=390$$

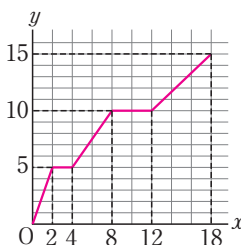
4 $0 \leq x \leq 2$ のとき, $y = \frac{5}{2}x$

$$2 \leq x \leq 4 \text{ のとき, } y=5$$

$$4 \leq x \leq 8 \text{ のとき, } y = \frac{5}{4}x$$

$$8 \leq x \leq 12 \text{ のとき, } y=10$$

$$12 \leq x \leq 18 \text{ のとき, } y = \frac{5}{6}x$$



注水する容器の底面に2枚のしきり板があるので、 x と y の関係式は変化していきます。

注水し始めたときの底面積は、

$$20 \times 10 = 200 (\text{cm}^2)$$

次に、1枚目の高さ5cmのしきり板をこえはじめるときの底面積は、

$$20 \times (10 + 10) = 400 (\text{cm}^2)$$

2枚目の高さ10cmのしきり板をこえはじめるときの底面積は、

$$20 \times (10 + 10 + 10) = 600 (\text{cm}^2)$$

となります。

また、容器内の水の深さは、一定に増えるのではなく、

① 1枚目のしきり板を水がこえるまで

② こえてから、こえた水の深さが5cmになるまで

③ 1枚目のしきり板をこえた水が5cmをこえて、2枚目の10cmのしきり板をこえるまで

④ 2枚目のしきり板をこえた水が深さ10cmになるまで

⑤ 2枚目のしきり板をこえた水が10cmをこえて、この容器全体が満水になるまでの5段階を考えることになります。

②、④で水の深さ y は変化しないので、

$2 \leq x \leq 4$ および $8 \leq x \leq 12$ の範囲では、グラフは x 軸に平行な直線となります。

⑤ (1) $y = x - 2$ (2) 4

(1) 点Aの y 座標は、 $y = -x^2$ に $x = 1$ を代入すると、 $y = -1$ 点Bの y 座標は、

$$y = -x^2 \text{ に } x = -2 \text{ を代入すると、 } y = -4$$

$$A(1, -1), B(-2, -4)$$

2点A、Bを通る直線は傾き1だから、

$$y = x + b \text{ に } x = 1, y = -1 \text{ を代入すると、}$$

$$-1 = 1 + b \quad b = -2$$

$$\text{よって、 } y = x - 2$$

(2) 点Cの座標は $y = x - 2$ に $y = 0$ を代入すると、

$$0 = x - 2 \quad x = 2 \text{ より、 } C(2, 0)$$

底辺をOCとして、 $\triangle OBC$ の面積は、

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

理解のコツ

- 関数 $y = ax^2$ 以外にも、さまざまな関数があるので、それらについては、式を書いてグラフに表すことができるようにしておくとうい。
- 関数のグラフには、ひとつつながりの線で表せないものもあるので、その関係を確かめておくとうい。

① (1) $y = 4x^2$ (2) $y = -6x^2$ (3) $y = \frac{4}{5}x^2$

$$(1) y = \frac{1}{2}(3x + 5x)x$$

$$(2) y = ax^2 \text{ に } x = 2, y = -24 \text{ を代入すると、}$$

$$-24 = a \times 2^2 \quad 4a = -24 \quad a = -6$$

$$\text{よって、 } y = -6x^2$$

$$(3) y = ax^2 \text{ に } x = -5, y = 20 \text{ を代入すると、}$$

$$20 = a \times (-5)^2 \quad 25a = 20 \quad a = \frac{4}{5}$$

$$\text{よって、 } y = \frac{4}{5}x^2$$

② (1)㉞ (2)㉟ (3)㊰

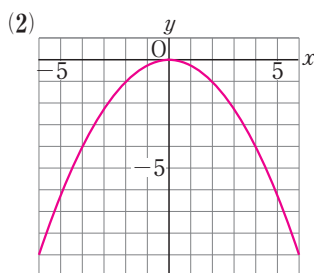
(1) 関数 $y = ax^2$ のグラフが下に開くのは、 $a < 0$ のときで、開きの大小は、比例定数 a の絶対値が小さいほど大きく、絶対値が大きいほど開きは小さくなります。

(2) 関数 $y = ax^2$ の y の値が、 $x = 0$ のとき、最小になるのは、 $a > 0$

(3) 関数 $y = ax^2$ が $x < 0$ のとき、 x の値が増加すると y の値が減少するのは、 $a > 0$

また、 a の絶対値が大きいほど、減少する割合は大きくなります。

③ (1) ① $y = \frac{1}{3}x^2$ ② $y = -x^2$



(1) ①のグラフは、(3, 3)を通るので、 $y = ax^2$ に $x = 3, y = 3$ を代入すると、

$$3 = a \times 3^2 \quad a = \frac{1}{3}$$

$$\text{よって、 } y = \frac{1}{3}x^2$$

②のグラフは、(2, -4)を通るので、

$$y = ax^2 \text{ に } x = 2, y = -4 \text{ を代入すると、}$$

$$-4 = a \times 2^2 \quad a = -1$$

$$\text{よって、 } y = -x^2$$

$$(2) y = -\frac{1}{4}x^2 \text{ のグラフは、}$$

$$(0, 0), (2, -1), (4, -4), (6, -9)$$

などを通ります。

4 (1) $0 \leq y \leq 32$ (2) $a=3, b=0$ (3) $a=\frac{1}{2}$

解
き
方

(1) 比例定数が正だから、 y の値は、 $x=0$ のとき最小になります。

また、 $x=4$ のとき、 $y=2 \times 4^2=32$

よって、 y の変域は、 $0 \leq y \leq 32$

(2) 比例定数が負だから、 $-2 \leq x \leq 0$ のとき x の値が増加すると、 y の値も増加します。

$x=-2$ のとき、

$y=-3 \times (-2)^2=-12$ だから、

y が最小 ($y=-27$) になるのは、 $x=a$ のときで、 $a>0$ であることがわかります。

よって、 $-27=-3a^2 \quad a^2=9$

$a>0$ だから、 $a=3$

$x=0$ のとき、 y の値は最大になるので、 $b=0$

(3) $x=1$ のとき、 y の値は、 $y=a \times 1^2=a$

$x=3$ のとき、 y の値は、 $y=a \times 3^2=9a$

変化の割合について、

$$\frac{9a-a}{3-1}=2 \quad a=\frac{1}{2}$$

5 (1) $y=\frac{1}{4}x^2$ (2) 25 m (3) 秒速 7.5 m

解
き
方

(1) 8 秒間に 16 m 動くから、

$y=ax^2$ に $x=8, y=16$ を代入すると、

$$16=a \times 8^2 \quad 64a=16 \quad a=\frac{1}{4}$$

よって、 $y=\frac{1}{4}x^2$

(2) $y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=10$ を代入すると、

$$y=\frac{1}{4} \times 10^2 \quad y=25$$

(3) $x=20$ のとき、 $y=\frac{1}{4} \times 20^2=100$

平均の速さは、 $\frac{100-25}{20-10}=7.5$ より、秒速 7.5 m

6 (1) $a=\frac{1}{2}$ (2) 12

解
き
方

(1) A $(-4, 8)$ より、 $8=a \times (-4)^2$

よって、 $a=\frac{1}{2}$

(2) B の y 座標は、 $y=\frac{1}{2} \times 2^2=2$

B $(2, 2)$ だから、2 点 A, B を通る直線の式を求めると $y=-x+4$

直線 AB と y 軸との交点を C とすると、

C $(0, 4)$ だから、

$$\triangle AOB = \triangle AOC + \triangle BOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 8 + 4 = 12$$

5 章 図形と相似

p.95

びたトレ 0

① (1) $x=2$ (2) $x=32$ (3) $x=10$ (4) $x=4$

解き方

$a:b=c:d$ ならば, $ad=bc$

(4) $x:(x+3)=4:7$

$7x=4(x+3)$ $7x=4x+12$

$3x=12$ $x=4$

② ㊦と㊧ 2組の辺とその間の角が,
それぞれ等しい。

①と㊥ 1組の辺とその両端の角が,
それぞれ等しい。

㊨と㊦ 3組の辺が,それぞれ等しい。

解き方

①は, 残りの角の大きさを求めると, ㊥と合同
であることがわかります。

p.97

びたトレ 1

① (1)五角形 $ABCDE \sim$ 五角形 $OPQRS$

(2)① $\triangle ABC \sim \triangle OPQ$

② $\triangle CDE \sim \triangle QRS$

③ $\triangle ACE \sim \triangle OQS$

(3) $\angle A=100^\circ$, $\angle P=120^\circ$

(4) $AB:OP=3:4$, $CE:QS=3:4$

解き方

(1)五角形 $ABCDE$ は, 五角形 $BCDEA$, または,
五角形 $EABCD$ などと表してもよいのですが,
対応する五角形については, 対応する頂点を
順に並べて表さなければなりません。また,
頂点 $A \rightarrow$ 頂点 O , 頂点 $B \rightarrow$ 頂点 P
頂点 $C \rightarrow$ 頂点 Q , 頂点 $D \rightarrow$ 頂点 R
頂点 $E \rightarrow$ 頂点 S
に対応させなければなりません。

(2)①対応を考えて, 頂点 $A \rightarrow$ 頂点 O
頂点 $B \rightarrow$ 頂点 P , 頂点 $C \rightarrow$ 頂点 Q
よって, $\triangle ABC \sim \triangle OPQ$

(3)相似な図形では, 対応する角の大きさは,
それぞれ等しいので,
 $\angle A = \angle O = 100^\circ$
 $\angle P = \angle B = 120^\circ$

(4)対応する辺 CD (6 cm) と辺 QR (8 cm) の比は,
3:4
よって, 相似な図形において, 対応する辺の
比は, すべて 3:4 となります。
 $AB:OP=3:4$ $CE:QS=3:4$

② (1)3:2 (2)4:5 (3)6:5

解き方

相似比とは, 相似な2つの図形で, 対応する線
分の長さの比なので, 線分の長さがわかる対応
する辺を見つけることがポイントになります。

(1)24:16 (2)12:15 (3)30:25

③ (1) $x=2.8$, $y=65$ (2) $x=4$, $y=7.5$

(3) $x=7.5$, $y=78$

解き方

対応する辺の比が等しいことから, 比例式をつ
くります。

(1) $AC:DF=BC:EF$ より, $x:5.6=5:10$

$10x=28$ $x=2.8$

$\angle F = \angle C$ より, $y=65$

(2) $AC:DF=BC:EF$ より, $x:5=8:10$

$10x=40$ $x=4$

$AB:DE=BC:EF$ より, $6:y=8:10$

$8y=60$ $y=7.5$

(3) $BC:EF=AB:DE$ より, $x:6=5:4$

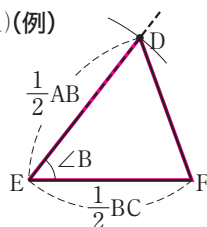
$4x=30$ $x=7.5$

$\angle E = \angle B$ より, $y=78$

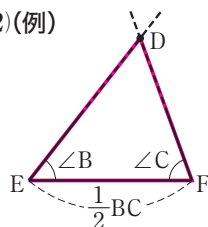
p.99

びたトレ 1

① (例)



(2)(例)



解き方

(1)垂直二等分線の作図を
使って, $EF = \frac{1}{2}BC$ と
なる EF を作図します。
角の移動の作図を使っ
て, $\angle B$ の角を $\angle E$ に
移動させ, $DE = \frac{1}{2}AB$
となる点 D をとり,
 $\triangle DEF$ を作図します。

(2)垂直二等分線の作図を使って, $EF = \frac{1}{2}BC$ と
なる EF を作図します。
その両端に, 角の移動の作図を使って, $\angle B$ を
 $\angle E$ に, $\angle C$ を $\angle F$ に移動させ, 点 D を決定
します。

- 2 ㊦と㊧ 2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。
 ㊨と㊩ 3組の辺の比が、すべて等しい。
 ㊫と㊬ 2組の角が、それぞれ等しい。

解き方

- ㊦と㊧ 対応すると思われる2組の辺の比は、
 $3:4$ と、 $6:8=3:4$ で、その間の角は、いずれも 60° です。
 ㊨と㊩ 対応すると思われる3組の辺の比は、
 $3:4.5=2:3$ 、 $4:6=2:3$ 、 $6:9=2:3$
 で、3組とも等しい。
 ㊫と㊬ 2つの角だけではわからないので、残りの角を求めます。
 ㊫から、 $180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) = 60^\circ$
 よって、 40° と 60° の2組の角が、それぞれ等しい。

- 3 (1) $\triangle ABC \sim \triangle ANM$
 2組の角が、それぞれ等しい。
 (2) $\triangle ABC \sim \triangle AED$
 2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。

p.101

びたトレ 1

- 1 (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、
 $AB:DE=6:9=2:3$ ①
 $BC:EF=5:7.5=10:15=2:3$ ②
 $AC:DF=4:6=2:3$ ③
 ①、②、③から、3組の辺の比が、すべて等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

(2) 12 cm

解き方

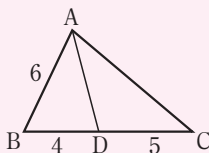
- (2) 相似比は $2:3$ だから、
 $BC:EF=8:EF=2:3$
 $2EF=24$ よって、 $EF=12(\text{cm})$

- 2 (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DBA$ で、
 共通の角だから、 $\angle ABC = \angle DBA$ ①
 また、 $AB:DB=6:4=3:2$ ②
 $BC:BA=9:6=3:2$ ③
 ②、③から、 $AB:DB=BC:BA$ ④
 ①、④から、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle DBA$

(2) 8.4 cm

解き方

- (2) 相似比は $3:2$ だから、
 $AC:DA=AC:5.6$
 $=3:2$
 $2AC=16.8$
 $AC=8.4$

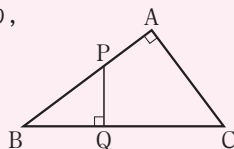


- 3 (1) $\triangle ABC$ と $\triangle QBP$ で、
 仮定より、 $\angle BAC=90^\circ$
 $PQ \perp BC$ より、 $\angle BQP=90^\circ$
 よって、 $\angle BAC = \angle BQP$ ①
 また、共通な角だから、
 $\angle ABC = \angle QBP$ ②
 ①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle QBP$

(2) $BQ=4\text{ cm}$ 、 $PQ=3\text{ cm}$

解き方

- (2) $BQ:BA=BP:BC$ より、
 $BQ:8=5:10$
 よって、 $BQ=4(\text{cm})$
 $PQ:CA=BP:BC$
 より、 $PQ:6=5:10$
 よって、 $PQ=3(\text{cm})$



p.102~103

びたトレ 2

- 1 (1) 2 cm (2) 25 cm (3) $\frac{40}{3}$ cm

解き方

- (1) $AB:DE=1:2$ だから、 $AB=x\text{ cm}$ とすると、
 $x:4=1:2$ より、
 $2x=4$ よって、 $x=2$
 (2) $BC:EF=3:5$ だから、 $EF=x\text{ cm}$ とすると、
 $15:x=3:5$ より、
 $3x=75$ よって、 $x=25$
 (3) $AB:DE=CA:FD$ だから、 $FD=x\text{ cm}$ とすると、
 $6:10=8:x$ より、
 $6x=80$ よって、 $x=\frac{40}{3}$

- 2 (1) 2組の角が、それぞれ等しい。
 (2) $4:3$

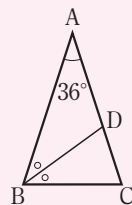
解き方

- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は、ともに頂角が 80° 、底角が 50° の二等辺三角形です。
 (2) $BC:EF=20:15=4:3$

- 3 $\triangle ABC$ と $\triangle BDC$ で、
 $\angle DBC = (180^\circ - 36^\circ) \div 2 \div 2 = 36^\circ$ より、
 $\angle BAC = \angle DBC = 36^\circ$ ①
 共通の角だから、 $\angle ACB = \angle BCD$ ②
 ①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$

解き方

- $\angle ABC = \angle ACB$
 $= (180^\circ - 36^\circ) \div 2$
 $= 72^\circ$
 だから、 $\angle DBC = 36^\circ$

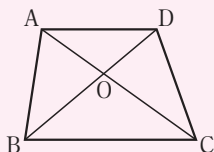


- 4 (1) $\triangle AOD$ と $\triangle COB$ で、
 $AD \parallel BC$ で、平行線の錯角は等しいから、
 $\angle OAD = \angle OCB$ ……①
 $\angle ODA = \angle OBC$ ……②
 ①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle AOD \sim \triangle COB$

(2) 4 cm

解き方

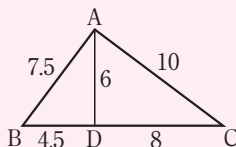
- (2) $AO = x$ cm とすると、
 $CO = 10 - x$ (cm)
 と表せるから、
 $AO : CO = AD : CB$ より、
 $x : (10 - x) = 6 : 9$
 $x = 4$



- 5 $\triangle ABD$ と $\triangle CAD$ で、
 $AB : CA = 7.5 : 10 = 15 : 20 = 3 : 4$
 $BD : AD = 4.5 : 6 = 9 : 12 = 3 : 4$
 $AD : CD = 6 : 8 = 3 : 4$
 より、 $AB : CA = BD : AD = AD : CD = 3 : 4$
 よって、3組の辺の比が、すべて等しいので、
 $\triangle ABD \sim \triangle CAD$

解き方

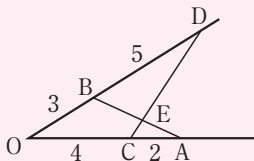
3組の辺の比に着目します。



- 6 (1) $\triangle OAB$ と $\triangle ODC$ で、
 $OA : OD = (4 + 2) : (3 + 5) = 6 : 8 = 3 : 4$
 $OB : OC = 3 : 4$
 よって、 $OA : OD = OB : OC$ ……①
 共通な角だから、 $\angle AOB = \angle DOC$ ……②
 ①、②から、2組の辺の比とその間の角が、
 それぞれ等しいので、 $\triangle OAB \sim \triangle ODC$
 (2) $\triangle CAE$ と $\triangle BDE$ で、
 $\triangle OAB \sim \triangle ODC$ より、
 $\angle CAE = \angle BDE$ ……①
 対頂角は等しいから、 $\angle CEA = \angle BED$ ……②
 ①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle CAE \sim \triangle BDE$

解き方

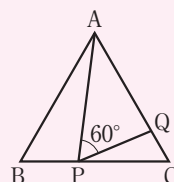
(2) 対頂角が等しいことに着目します。



- 7 $\triangle ABP$ と $\triangle PCQ$ で、
 $\angle ABP = \angle PCQ = 60^\circ$ ……①
 三角形の内角・外角の性質より、
 $\angle BAP = \angle APC - \angle ABP$
 $= \angle APC - 60^\circ$
 また、 $\angle CPQ = \angle APC - 60^\circ$
 よって、 $\angle BAP = \angle CPQ$ ……②
 ①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle ABP \sim \triangle PCQ$

解き方

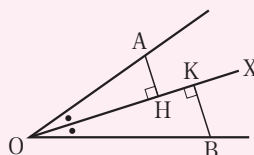
$\angle BAP$ と $\angle CPQ$ が等しいことを示します。



- 8 $\triangle AOH$ と $\triangle BOK$ で、
 $\angle AHO = \angle BKO = 90^\circ$ ……①
 $\angle AOH = \angle BOK$ ……②
 ①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、
 $\triangle AOH \sim \triangle BOK$
 したがって、 $OA : OB = AH : BK$ より、
 $OA \times BK = OB \times AH$

解き方

$\triangle AOH \sim \triangle BOK$ であることを証明したのち、
 辺の比の関係から、求めたい式を導きます。



理解のコツ

- 相似比を使って、辺の長さを求める問題では、対応する辺の順に正しい比例式をつくって解くとよい。
- 相似を証明する問題では、仮定と結論から、どの相似条件があてはまるかを考えて証明していくとよい。

1 (1) $x=8$ (2) $x=12$ (3) $x=9$ (4) $x=2.4$, $y=7.5$

解き方

(1) $x:12=6:9$ $9x=72$ $x=8$

(2) $9:12=9:x$ $x=12$

(3) $x:6=12:8$ $8x=72$ $x=9$

(4) $x:6=2:5$ $5x=12$ $x=2.4$

$3:y=2:5$ $2y=15$ $y=7.5$

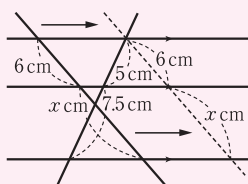
2 (1) $x=13.2$ (2) $x=9$

解き方

(1) $x:9.9=12:9$ $x=13.2$

(2) 下の図のように、直線を平行移動すると、

$6:x=5:7.5$ $5x=6 \times 7.5$ $x=9$

3 (1) $x=10$ (2) $x=12.5$

解き方

(1) $15:9=x:6$ $9x=90$ $x=10$

(2) $36:20=(35-x):x$ $36x=20(35-x)$

$36x=700-20x$ $56x=700$ $x=12.5$

1 $\triangle ABC$ で、

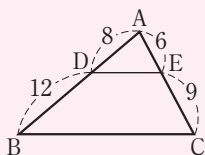
$AD:DB=8:12=2:3$ ①

$AE:EC=6:9=2:3$ ②

①, ②より, $AD:DB=AE:EC$ よって, $DE \parallel BC$

解き方

線分の比と平行線の関係を利用します。

2 (1) $FG \parallel BC$ (2) $DE \parallel FG$

解き方

 $\triangle ABC$ で, AB 上の点 D , AC 上の点 E について, $AD:DB=AE:EC$ または, $AD:AB=AE:AC$ ならば, $DE \parallel BC$ であることがわかります。

(1) $AD:DF=6:7$ $AE:EG=7:6$

$AD:DB=6:13$ $AE:EC=7:12$

$AF:FB=13:6$ $AG:GC=13:6$

 $AF:FB=AG:GC$ より, $FG \parallel BC$

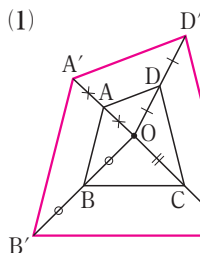
(2) $AD:DF=6:7$ $AE:EG=6:7$

$AD:DB=6:13$ $AE:EC=6:14$

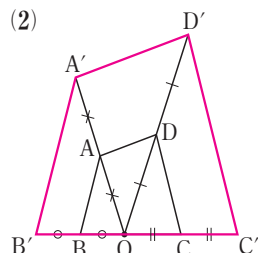
$AF:FB=13:6$ $AG:GC=13:7$

 $AD:DF=AE:EG$ より, $DE \parallel FG$

3 (1)



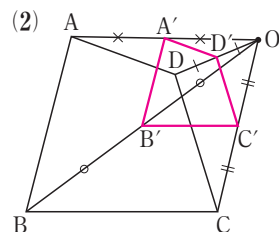
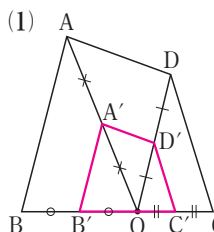
(2)



解き方

 $OA'=2OA$, $OB'=2OB$, $OC'=2OC$, $OD'=2OD$ となる A' , B' , C' , D' の4つの点を結んでできる四角形 $A'B'C'D'$ を作図します。

4



解き方

$OA'=\frac{1}{2}OA$, $OB'=\frac{1}{2}OB$, $OC'=\frac{1}{2}OC$,

 $OD'=\frac{1}{2}OD$ となる A' , B' , C' , D' の4つの点を結んでできる四角形 $A'B'C'D'$ を作図します。1 (1) $x=10$, $\angle y=60^\circ$ (2) $x=12$, $\angle y=34^\circ$

解き方

(1) $\triangle ABC$ の2辺 AB , AC の中点が M , N だから, 中点連結定理より,

$MN=\frac{1}{2}BC$ $BC=2MN=2 \times 5=10(\text{cm})$

よって, $x=10$ 中点連結定理より, $MN \parallel BC$

$\angle AMN=\angle ABC$ よって, $\angle y=60^\circ$

(2) $\triangle ABC$ の2辺 CA , CB の中点が M , N だから,

中点連結定理より, $MN=\frac{1}{2}AB$

$AB=2MN=2 \times 6=12(\text{cm})$ よって, $x=12$

中点連結定理より, $AB \parallel MN$

$\angle MNC=\angle ABC=72^\circ$

 $\triangle MNC$ で, 三角形の内角の和より,

$\angle y=180^\circ-(74^\circ+72^\circ)=34^\circ$

2 12 cm

解き方

 $\triangle ABC$ で, 中点連結定理より,

$BC=2DE=2 \times 8=16(\text{cm})$

 $\triangle DFE$ で, $DE \parallel GC$, $EC=CF$ より, $DG=GF$

だから, 中点連結定理より,

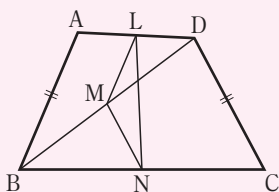
$GC=\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2} \times 8=4(\text{cm})$

よって, $BG=BC-GC=16-4=12(\text{cm})$

3 (1)二等辺三角形 (2)135°

解き方

- (1)△DAB で、
中点連結定理より、
 $2LM=AB$
△BCD で、
中点連結定理より、
 $2MN=CD$
 $AB=CD$ より、 $2LM=2MN$ $LM=MN$
よって、△LMN は二等辺三角形です。
- (2)△DAB で、中点連結定理より、 $AB \parallel LM$
だから、 $\angle ABD = \angle LMD = 30^\circ$
△BCD で、 $MN \parallel DC$ より、
 $\angle BMN = \angle BDC = 75^\circ$
よって、 $\angle LMN = \angle LMD + \angle DMN$
 $= \angle LMD + (180^\circ - \angle BMN)$
 $= 30^\circ + (180^\circ - 75^\circ) = 135^\circ$



4 △ABC で、中点連結定理より、

$$PQ \parallel BC, PQ = \frac{1}{2}BC \quad \dots\dots ①$$

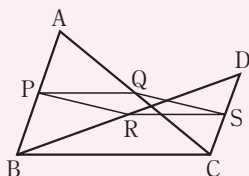
△DBC で、中点連結定理より、

$$RS \parallel BC, RS = \frac{1}{2}BC \quad \dots\dots ②$$

①、②から、 $PQ \parallel RS, PQ=RS$

よって、1組の向かいあう辺が、等しくて平行だから、四角形 PRSQ は平行四辺形である。

中点連結定理を用いて、 $PQ \parallel RS, PQ=RS$ を導きます。



解き方

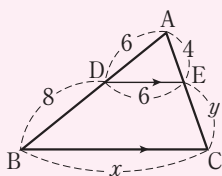
p.110~111

びたトレ 2

- ① (1) $x=14, y=\frac{16}{3}$ (2) $x=\frac{60}{7}, y=8$
(3) $x=5, y=6$

解き方

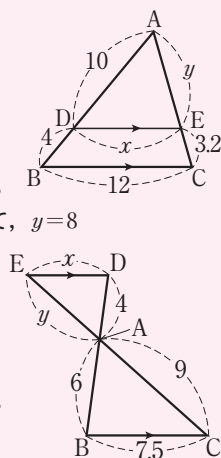
- (1)△ABC で、
 $DE \parallel BC$ より、
 $AD : AB = DE : BC$
だから、 $6 : 14 = 6 : x$
 $x = 14$
 $AD : DB = AE : EC$ より、
 $6 : 8 = 4 : y$ $y = \frac{16}{3}$



- (2) $DE \parallel BC$ より、
 $AD : AB = DE : BC$
だから、 $10 : 14 = x : 12$
 $x = \frac{60}{7}$

- $AD : DB = AE : EC$ より、
 $10 : 4 = y : 3.2$ よって、 $y = 8$

- (3) $DE \parallel BC$ より、
 $AD : AB = DE : BC$
だから、 $4 : 6 = x : 7.5$
よって、 $x = 5$
 $AD : AB = AE : AC$ より、
 $4 : 6 = y : 9$
よって、 $y = 6$



- ② (1) $x=7.2$ (2) $x=4.8$ (3) $x=9$

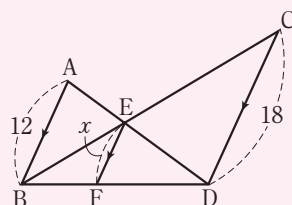
解き方

- (1) $4 : 6 = 4.8 : x$ $x = 7.2$
(2) $x : 3.6 = 4 : 3$ $x = 4.8$
(3) $x : 18 = 10 : 20$ $x = 9$

- ③ (1)△DCE (2)2 : 3 (3)7.2 cm

解き方

- (1) $AB \parallel CD$ より、2組の角がそれぞれ等しいので、
△ABE ∽ △DCE
(2)△ABE ∽ △DCE より、
 $AB : DC = BE : CE = 12 : 18 = 2 : 3$
(3)△BCD で、(2)から、 $BE : EC = 2 : 3$
また、 $EF \parallel CD$
 $BE : BC = EF : CD$ より、 $EF = x$ cm
とすると、
 $2 : (2 + 3) = x : 18$ $5x = 36$ $x = 7.2$

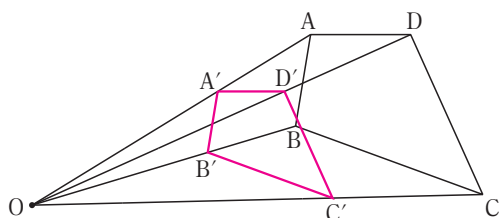


- ④ (1) $x=6$ (2) $x=9$ (3) $x=\frac{75}{4}$

解き方

- (1) $12 : 9 = 8 : x$ $12x = 72$ $x = 6$
(2) $30 : 18 = (24 - x) : x$ $30x = 18(24 - x)$
 $30x = 432 - 18x$ $48x = 432$ $x = 9$
または、 $30 : 18 = 5 : 3$ より、
 $x = 24 \times \frac{3}{5+3} = 9$
としてもよい。
(3) $25 : x = 16 : 12$ $16x = 25 \times 12$
 $16x = 300$ $x = \frac{75}{4}$

5



解き方

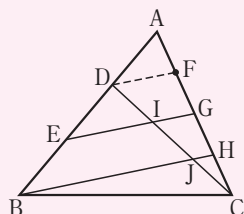
点 A' , B' , C' , D' は
 $OA' : A'A = OB' : B'B = OC' : C'C = OD' : D'D$
 $= 2 : 1$
 となる点です。

6

(1) 1 cm (2) 4 cm

解き方

D と F を結んで考えます。



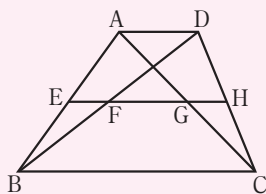
- (1) $\triangle ABH$ で,
 $AD : AB = AF : AH = DF : BH = 1 : 3$
 $DF : 9 = 1 : 3$ より, $DF = 3$ (cm)
 $\triangle CDF$ で, $CH : CF = CJ : CD = 1 : 3$
 $JH : 3 = 1 : 3$ より, $JH = 1$ (cm)
 (2) $\triangle DBJ$ で, $DE : EB = DI : IJ = 1 : 1$
 $BJ = BH - JH = 9 - 1 = 8$ (cm)
 中点連結定理より, $EI = \frac{1}{2} BJ$
 $EI = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ (cm)

7

(1) 9 cm (2) 6 cm (3) 12 cm

解き方

点 F , G , H はそれぞれ DB , AC , DC の中点になります。



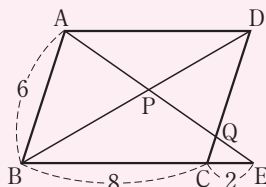
- (1) $\triangle ABC$ で, 中点連結定理より,
 $EG = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 18 = 9$ (cm)
 (2) $\triangle ABD$ で, 中点連結定理より,
 $EF = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm)
 よって, $FG = EG - EF = 9 - 3 = 6$ (cm)
 (3) $\triangle ACD$ で, 中点連結定理より,
 $GH = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm)
 よって, $EH = EG + GH = 9 + 3 = 12$ (cm)

8

4.8 cm

解き方

$\triangle AQD$ と $\triangle EQC$ で,
 $\angle AQD = \angle EQC$ (対頂角)
 $\angle ADQ = \angle ECQ$ (錯角)
 よって, 2 組の角が, それぞれ等しいので,
 $\triangle AQD \sim \triangle EQC$
 相似比は $8 : 2 = 4 : 1$ だから, $DQ : QC = 4 : 1$
 $QC = x$ cm とすると, $DQ = 4x$ cm となるので,
 $DQ + QC = AB = 6$ (cm)
 $4x + x = 6$ $5x = 6$ $x = 1.2$
 よって, $DQ = 4x = 4 \times 1.2 = 4.8$ (cm)



理解のコツ

- ・平行線と線分の比については, 等しい関係になっている線分から比例式をつくとよい。
- ・中点連結定理は, 証明をするとともに長さを求める練習をするとうい。
- ・角の二等分線と線分の比についても, 正しい比例式をつくることのできるようしておくとうい。

p.113

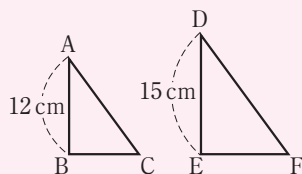
びたトレ 1

1

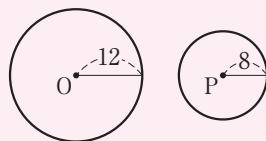
- (1) ① 4 : 5 ② 4 : 5 ③ 16 : 25
 (2) ① 3 : 2 ② 9 : 4

解き方

- (1) ① $AB : DE = 12 : 15 = 4 : 5$



- ② $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の周の長さの比は, $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比だから, (1) より, $4 : 5$
 ③ $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比が $m : n$ ならば, 面積の比は $m^2 : n^2$ だから, $4^2 : 5^2$
 (2) 円 O と円 P の相似比は, $12 : 8 = 3 : 2$
 ① 円 O と円 P の円周の長さの比は, その 2 円の相似比だから, $3 : 2$
 ② 円においても, 相似比が $m : n$ ならば, その面積の比は $m^2 : n^2$ となるので, $3^2 : 2^2$



2 (1) 625 cm^2 (2) 40 cm (3) $3:5$

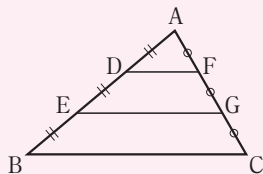
解き方

- (1) B の面積を $S \text{ cm}^2$ とすると、
 $2^2:5^2=100:S$ より、
 $4S=2500 \quad S=625$
- (2) 図形 C と D の面積の比は、
 $45:80=9:16=3^2:4^2$
 図形 D の周の長さを $d \text{ cm}$ とすると、相似比と面積の比との関係より、
 $30:d=3:4 \quad 3d=120 \quad d=40$
- (3) 円 E と円 F の面積の比は、
 $72\pi:200\pi=9:25=3^2:5^2$
 面積の比が $m^2:n^2$ ならば、相似比は $m:n$
 円 E と円 F の相似比は、 $3:5$
 円 E と円 F の直径の比は、相似比より、 $3:5$

3 (1) $2:3$ (2) $1:9$ (3) 36 cm^2

解き方

$\triangle ADF$, $\triangle AEG$, $\triangle ABC$ はすべて相似な三角形です。



- (1) $\triangle AEG$ と $\triangle ABC$ の周の長さの比は、この 2 つの三角形の相似比となるので、
 $AE:AB=2:3$
 よって、 $2:3$
- (2) $\triangle ADF$ と $\triangle ABC$ の相似比は、
 $AD:AB=1:3$
 面積の比は、 $1^2:3^2=1:9$
- (3) $\triangle ADF=S \text{ cm}^2$ とすると、
 $\triangle AEG=4S \text{ cm}^2$, $\triangle ABC=9S \text{ cm}^2$
 となります。
 よって、求める台形 DEGF の面積は、
 $\triangle AEG-\triangle ADF=4S-S=3S(\text{cm}^2)$
 $\triangle ABC=108 \text{ cm}^2$ より、
 $9S=108 \quad S=12$
 よって、 $3S=3 \times 12=36(\text{cm}^2)$

p.115

びたトレ 1

1 (1) $S:S'=a^2:b^2$ (2) $V:V'=a^3:b^3$

解き方

- (1) $S=6 \times a \times a$, $S'=6 \times b \times b$
 (2) $V=a \times a \times a$, $V'=b \times b \times b$

2 (1) 表面積 512 cm^2 , 体積 720 cm^3
 (2) 表面積 216 cm^2 , 体積 192 cm^3
 (3) 54 cm^3

解き方

- (1) 相似比が $1:2$ だから、表面積の比は、 $1^2:2^2$
 立体 B の表面積を $S \text{ cm}^2$ とすると、
 $128:S=1^2:2^2 \quad S=128 \times 4=512$
 相似比が $1:2$ だから、体積の比は、 $1^3:2^3$
 立体 B の体積を $V \text{ cm}^3$ とすると、
 $90:V=1^3:2^3 \quad V=90 \times 8=720$
- (2) 相似比が $2:3$ だから、表面積の比は、 $2^2:3^2$
 立体 C の表面積を $S \text{ cm}^2$ とすると、
 $S:486=2^2:3^2 \quad 9S=486 \times 4 \quad S=216$
 相似比が $2:3$ だから、体積の比は、 $2^3:3^3$
 立体 C の体積を $V \text{ cm}^3$ とすると、
 $V:648=2^3:3^3 \quad 27V=648 \times 8 \quad V=192$
- (3) 立体 E, F の表面積の比は、
 $150:54=25:9=5^2:3^2$ より、
 立体 E, F の相似比は、 $5:3$
 立体 F の体積を $V \text{ cm}^3$ とすると、
 $250:V=5^3:3^3 \quad 125V=250 \times 27 \quad V=54$

3 (1) 表面積の比 $1:16$, 体積の比 $1:64$
 (2) 表面積の比 $1:9$, 体積の比 $1:27$
 (3) 表面積 192 cm^2 , 体積 208 cm^3
 (4) $216:125$

解き方

- (1) 相似比が $1:4$ だから、表面積の比は $1^2:4^2$
 よって、 $1:16$
 相似比が $1:4$ だから、体積の比は $1^3:4^3$
 よって、 $1:64$
- (2) C の高さが 8 cm , D の高さが 24 cm だから、
 相似比は、 $8:24=1:3$
 相似比が $1:3$ だから、表面積の比は $1^2:3^2$
 よって、 $1:9$
 相似比が $1:3$ だから、体積の比は $1^3:3^3$
 よって、 $1:27$
- (3) F の表面積は、E の表面積の 2^2 倍となるので、
 F の表面積は、 $48 \times 4=192(\text{cm}^2)$
 F の体積は、E の体積の 2^3 倍となるので、
 F の体積は、 $26 \times 8=208(\text{cm}^3)$
- (4) 表面積の比が $36:25=6^2:5^2$ だから、
 相似比は、 $6:5$
 よって、体積の比は、 $6^3:5^3=216:125$

1 (1)7:8 (2)8:27 (3)6:10:15

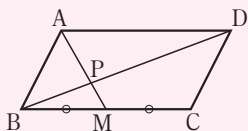
解き方

- (1)長方形 A と B の面積の比は、
 $147:192=49:64=7^2:8^2$
 よって、相似比は、7:8
- (2)球 C と D の表面積の比は、
 $60\pi:135\pi=4:9=2^2:3^2$
 より、相似比は、2:3
 よって、球 C と D の体積の比は、 $2^3:3^3$
- (3)立体 E と F の表面積の比は、
 $27:75=9:25=3^2:5^2$
 より、立体 E と F の相似比は、3:5 ……①
 立体 F と G の体積の比は、
 $56:189=8:27=2^3:3^3$
 より、立体 F と G の相似比は、2:3 ……②
 ①から、E:F=6:10
 ②から、F:G=10:15
 よって、E:F:G=6:10:15

- ## 2 (1)△APD と △MPB で、
- ∠APD=∠MPB ……①
 AD//BC より、
 ∠PAD=∠PMB ……②
 ①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、
 △APD∽△MPB
- (2)4 cm (3)4 倍

解き方

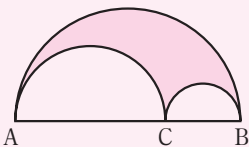
- (2)△APD と △MPB
 の相似比が 2:1
 だから、
 $PB:PD=1:2$
 よって、 $BP:BD=1:3$
 $BP:12=1:3$ $3BP=12$ $BP=4(\text{cm})$
- (3)△APD と △MPB の相似比が 2:1 だから、
 面積の比は、 $2^2:1^2=4:1$
 よって、△APD の面積は、△MPB の面積の
 4 倍です。



3 面積の比 4:9, 周の長さの比 3:2:1

解き方

BC を直径とする半円, AC を直径とする半円,
 AB を直径とする半円の相似比は、1:2:3 だから、
 面積の比は、 $1^2:2^2:3^2=1:4:9$



AB を直径とする半円の面積を 9 とすると、
 色をつけた部分の面積は、

(AB を直径とする半円の面積)
 −(AC を直径とする半円の面積)
 −(BC を直径とする半円の面積)
 $=9-4-1=4$

よって、求める比は、4:9

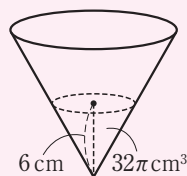
また、AB、AC、CB を直径とするそれぞれの
 半円の周の長さの比は、相似比となるので、
 3:2:1

4 (1)4π cm³ (2)12 cm

解き方

容器とはいつている水の形
 は、相似な円錐になります。

- (1)深さが $\frac{1}{2}$ 倍になるので、
 水の体積は $(\frac{1}{2})^3$ 倍とな
 ります。



よって、 $32\pi \times (\frac{1}{2})^3 = 32\pi \times \frac{1}{8} = 4\pi(\text{cm}^3)$

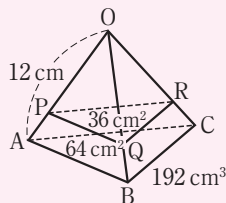
- (2)水面の面積が 4 倍になるのは、 $4=2^2$ より、
 水の深さが 2 倍になるときです。
 よって、 $6 \times 2 = 12(\text{cm})$

5 (1)9 cm (2)81 cm³

解き方

三角錐 OABC と三角錐
 OPQR は、相似な立体で
 す。

- (1)2つの三角錐の底面積
 の比が、
 $36:64=9:16=3^2:4^2$
 だから、相似比は、3:4
 よって、 $OP:OA=OP:12=3:4$
 $4OP=12 \times 3$ $OP=9(\text{cm})$
- (2)三角錐 OPQR と三角錐 OABC の体積の比は、
 相似比が 3:4 だから、 $3^3:4^3$
 三角錐 OPQR の体積を $V \text{ cm}^3$ とすると、
 $V:192=3^3:4^3$
 $4^3 \times V = 192 \times 3^3$ $V=81$



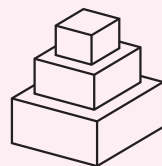
6 (1)432 g (2)大 6 cm, 中 5 cm, 小 4 cm

解き方

立体の表面積は、中が 200 cm^2 、
 大が 288 cm^2 だから、中と大の
 立体の表面積の比は、
 $200:288=25:36=5^2:6^2$
 より、相似比は、5:6 ……①

立体の重さは、小が 128 g、中が 250 g だから、
 小と中の立体の体積の比は、
 $128:250=64:125=4^3:5^3$ より、
 相似比は、4:5 ……②

①と②から、小、中、大の立体の相似比は、
 4:5:6



- (1)中と大の立体の相似比は、5:6
 大の立体の重さを x g とすると、
 $250:x=5^3:6^3=125:216$
 $125x=250 \times 216 \quad x=2 \times 216 \quad x=432$
- (2)大の高さは、 $15 \times \frac{6}{4+5+6} = 6$ (cm)
 中の高さは、 $15 \times \frac{5}{4+5+6} = 5$ (cm)
 小の高さは、 $15 \times \frac{4}{4+5+6} = 4$ (cm)

理解のコツ

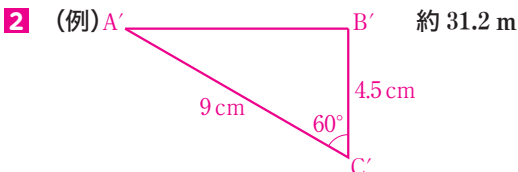
- 相似な図形の計量の問題については、相似比と面積の比、体積の比の関係を理解しておくといよい。

p.119

びたトレ 1

1 (1)27:125 (2)B

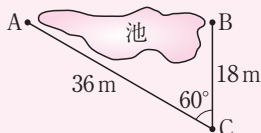
- (1) $3^3:5^3=27:125$
 (2)A 5 個と B 2 個の体積の比は、
 $(27 \times 5):(125 \times 2)=27:50$
 同じ金額で B の方が体積が大きいから、B の方が割安です。



3 点 A, B, C を結ぶ $\triangle ABC$ の縮図を 400 分の 1 でかきます。

$$A'C' = 3600 \times \frac{1}{400} = 9(\text{cm})$$

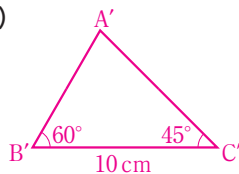
$$B'C' = 1800 \times \frac{1}{400} = 4.5(\text{cm}), \angle A'C'B' = 60^\circ$$



- ① $A'C'$ を 9 cm の線分でかく。
- ② C' に 60° の角となる半直線をかく。
- ③ ②の半直線上に、 $B'C' = 4.5$ cm となる点 B' をかく。
- ④ 点 A' と点 B' を結ぶ。
- ⑤ $A'B'$ の長さを測る。(約 7.8 cm)
 縮尺 400 分の 1 の縮図なので、
 $AB = A'B' \times 400$ より、
 $7.8 \times 400 = 3120$ (cm)
 よって、約 31.2 m

3 (例)

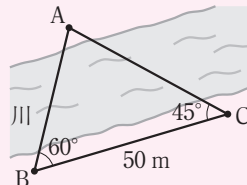
約 36.5 m



$\triangle ABC$ の縮図を 500 分の 1 でかきます。

$$B'C' = 5000 \times \frac{1}{500} = 10(\text{cm})$$

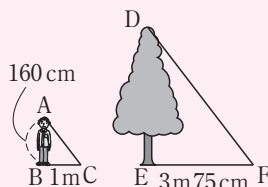
$$\angle A'B'C' = 60^\circ, \angle A'C'B' = 45^\circ$$



- ① $B'C'$ を 10 cm の線分でかく。
- ② B' に 60° , C' に 45° となる半直線をそれぞれにかく。
- ③ ②の半直線の交点を A' とする。
- ④ $A'B'$ の長さを測る。(約 7.3 cm)
 縮尺 500 分の 1 の縮図なので、
 $AB = A'B' \times 500 = 7.3 \times 500$
 $= 3650$ (cm) よって、約 36.5 m

4 6 m

図のように、頭の先、足もと、影の先を、A, B, C, 木の先、根もと、影の先を D, E, F とすると、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は相似とみることができます。
 よって、 $AB:DE=BC:EF$ より、
 $160:DE=100:375$
 $100DE=160 \times 375 \quad DE=600$ (cm)
 よって、6 m



p.120~121

びたトレ 2

1 (1)16:25 (2)B (3)345 円以下

- (1)相似比は、 $8:10=4:5$
 面積の比は、 $4^2:5^2=16:25$
- (2)比の 1 あたりの値段は、
 A は、 $200 \div 16 = 12.5$ (円)
 B は、 $240 \div 25 = 9.6$ (円)
 よって、タイル B の方が割安です。
- (3)B と C の相似比は、 $10:12=5:6$
 面積の比は、 $5^2:6^2=25:36$
 C 1 枚の値段が $9.6 \times 36 = 345.6$ (円)ならば、

1あたりの値段がBと等しい。

よって、345円以下ならば、Cの方が割安です。

2 (1)64:125 (2)B

解き方

(1)相似比は、 $8:10=4:5$

体積の比は、 $4^3:5^3=64:125$

(2)A 3個とB 2個の体積の比は、

$(64 \times 3):(125 \times 2)=96:125$

同じ金額でBの方が体積が大きいから、Bの方が割安です。

3 約30m

解き方

△ABCの縮図を500分の1でかきます。

$A'C'=2500 \times \frac{1}{500}=5(\text{cm})$

$B'C'=3900 \times \frac{1}{500}=7.8(\text{cm})$ $\angle A'C'B'=50^\circ$

A'B'の長さをはかると、約6cm

$6 \times 500 \div 100=30(\text{m})$

4 (1)4.5m (2)5.8m

解き方

(1)木の高さを $x\text{m}$ とすると、相似な三角形の対応する辺の比が等しいから、

$1.2:5.4=1:x$ $1.2 \times x=5.4 \times 1$

$1.2x=5.4$ $x=4.5$

(2)右の図で、 $AC=x\text{m}$ とします。

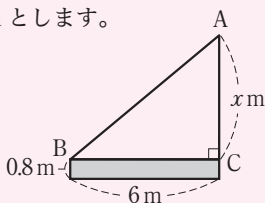
$1.2:6=1:x$

$1.2x=6$

$x=5$

電柱の高さは、

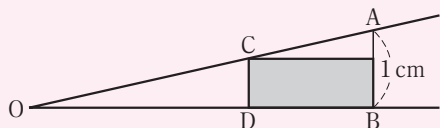
$5+0.8=5.8(\text{m})$



5 5.7mm

解き方

くさびの中には、下の図のような三角形ができます。



数値が10のときの高さが1cmとなる△OABと、板を差し込んだ奥のすきまがつくる△OCD(このときのCDは板の厚さ)の2つの三角形は相似になります。

よって、 $AB:CD=OB:OD$

$(1\text{cm}):(\text{板の厚さ})=10:(\text{Dの値})$

より、 $(\text{板の厚さ})=\frac{(\text{Dの値})}{10}(\text{cm})$

Dの値は5.7だから、

$(\text{板の厚さ})=\frac{5.7}{10}(\text{cm})=0.57(\text{cm})=5.7(\text{mm})$

理解のコツ

・相似を利用して長さを求める問題については、縮図や基準となるものの長さから実際の長さを求める練習をしておくとうい。

p.122~123

びたトレ3

1 (1) $x=4$, $y=18$, 相似比9:13

(2) $x=7.2$, $y=4.8$, 比5:3

解き方

(1)△BDFで、 $BG:GD=BC:CF$ より、

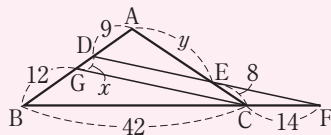
$12:x=42:14$ $42x=12 \times 14$ $x=4$

△AGCで、 $AD:DG=AE:EC$ より、

$9:4=y:8$ $4y=72$ $y=18$

△ADEと△AGCの相似比は、

$AD:AG=9:(9+4)=9:13$



(2) $x:18=4:(4+6)$ $10x=72$ $x=7.2$

$y:8=6:(6+4)$ $10y=48$ $y=4.8$

$b:a=6:(6+4)$ $b:a=6:10=3:5$ より、

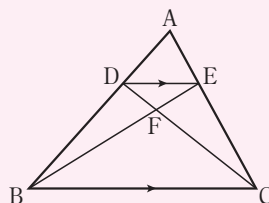
$a:b=5:3$

2 (1)1:3 (2)1:2 (3)4:3

解き方

(1)△ABCで、

$DE:BC=AD:AB=1:3$



(2) $AE:EC=AD:DB=1:(3-1)=1:2$

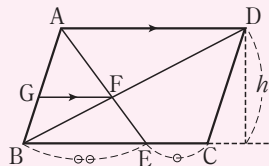
(3) $DE:BC=DF:CF=1:3$ より、

$DC:FC=(1+3):3=4:3$

3 (1)4.8cm (2)2:15

解き方

△FADと△FEBは相似で、 $AD:EB=3:2$



(1) $BF:FD=EB:AD=2:3$ より、

$BF:BD=2:(2+3)=2:5$

△BADで、 $GF:AD=BF:BD=2:5$

よって、 $GF:12=2:5$ $5GF=24$

$GF=4.8(\text{cm})$

(2) 平行四辺形 ABCD で、底辺を BC としたときの高さを h とすると、平行四辺形の面積は、 $BC \times h$

$$\triangle BEF = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} BC \times \frac{2}{5} h = \frac{2}{15} \times BC \times h$$

よって、 $\triangle BEF$ と平行四辺形 ABCD の面積の比は、

$$\left(\frac{2}{15} \times BC \times h \right) : (BC \times h) = \frac{2}{15} : 1 = 2 : 15$$

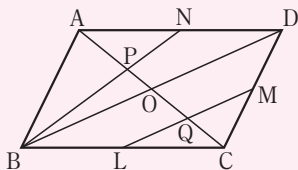
4 (1) 1 : 4 (2) 5 : 12

(1) $\triangle CLM$ と $\triangle CBD$ は相似で、

$$CQ : CO = 1 : 2 \quad \dots\dots ①$$

$$AC : CO = 2 : 1 \quad \dots\dots ②$$

$$①, ② \text{ から, } CQ : AC = 1 : 4 \quad \dots\dots ③$$



(2) $\triangle PAN \sim \triangle PCB$ より、

$$PA : PC = AN : CB = 1 : 2$$

$$\text{よって, } AP : AC = 1 : 3 \quad \dots\dots ④$$

$$③, ④ \text{ から, } CQ = \frac{1}{4} AC, AP = \frac{1}{3} AC$$

$$\text{また, } PQ = AC - (AP + CQ)$$

$$= AC - \left(\frac{1}{3} AC + \frac{1}{4} AC \right) = \frac{5}{12} AC$$

$$\text{よって, } PQ : AC = 5 : 12$$

5 (1) 8 : 27 (2) 2744 cm^3 (3) 512 倍

(1) 直方体 A, B の表面積の比は、

$$72 : 162 = 4 : 9 = 2^2 : 3^2 \text{ より, 相似比は, } 2 : 3$$

$$\text{よって, 体積の比は, } 2^3 : 3^3 = 8 : 27$$

(2) 2 つの立方体の表面積の比は、 $9 : 49 = 3^2 : 7^2$

$$\text{より, 相似比は, } 3 : 7$$

体積の比は、 $3^3 : 7^3$ より、大きい立方体の体積を $V(\text{cm}^3)$ とすると、

$$3^3 : 7^3 = 6^3 : V \quad 3^3 \times V = 7^3 \times 6^3$$

$$V = 7^3 \times 2^3 = 2744$$

(3) 2 つの球の表面積の比は、 $1 : 64 = 1^2 : 8^2$ だから、

$$\text{相似比は, } 1 : 8$$

$$\text{体積の比は, } 1^3 : 8^3 = 1 : 512$$

$$\text{よって, } 512 \text{ 倍}$$

6 40 cm

均一な材質でできた立体なので、重量の比は体積の比で考えることができます。

よって、取り去る部分の立体の体積ともとの立体の体積との比

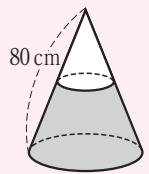
$$\text{が } 1 : 8 \text{ とすると, 重量を } \frac{1}{8}$$

減らすことができます。

頂点から $x \text{ cm}$ で切るとすると、立体の体積の比は、 $1 : 8 = 1^3 : 2^3$ だから、相似比は、 $1 : 2$

よって、母線について、

$$1 : 2 = x : 80 \quad 2x = 80 \quad x = 40$$



6章 円の性質

p.125

びたトレ 0

- 1 (1) 80° (2) 75° (3) 35° (4) 30°

解き方

- (1) $\angle x = 180^\circ - 48^\circ - 52^\circ = 80^\circ$
 (2) $\angle x = 35^\circ + 40^\circ = 75^\circ$
 (3) $\angle x + 95^\circ = 130^\circ$
 $\angle x = 130^\circ - 95^\circ = 35^\circ$
 (4) $\angle x + 70^\circ = 45^\circ + 55^\circ$
 $\angle x = 45^\circ + 55^\circ - 70^\circ = 30^\circ$

- 2 (1) $\angle x = 70^\circ$, $\angle y = 110^\circ$
 (2) $\angle x = 36^\circ$, $\angle y = 72^\circ$

解き方

二等辺三角形の2つの底角は等しいことを使います。

- (1) $\angle x = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ$
 $\angle y = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$
 (2) $\angle x = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$
 $\angle y = 144^\circ \div 2 = 72^\circ$

p.127

びたトレ 1

- 1 (1) $\angle ACB$, $\angle ADB$ (2) $\angle BAC$, $\angle BDC$
 (3) $\widehat{CD}$ (4) $\widehat{AD}$

解き方

記号の順序に注意して答えます。

- 2 (1) 50° (2) 40° (3) 86° (4) 90°

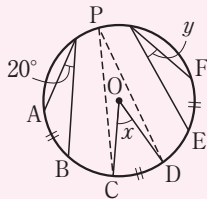
解き方

- (1) $\angle x = 100^\circ \div 2 = 50^\circ$
 (2) $\angle AQB = \angle APB$ より, $\angle x = 40^\circ$
 (3) $\angle x = 43^\circ \times 2 = 86^\circ$
 (4) AB は円 O の直径だから, $\angle x = 90^\circ$

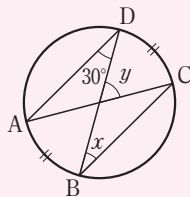
- 3 (1) $\angle x = 40^\circ$, $\angle y = 20^\circ$
 (2) $\angle x = 30^\circ$, $\angle y = 60^\circ$

解き方

- (1) $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ より,
 $\angle CPD = 20^\circ$
 よって, $\angle x = 40^\circ$
 $\widehat{AB} = \widehat{EF}$ より,
 $\angle y = 20^\circ$



- (2) $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ より,
 $\angle ADB = \angle CBD$
 よって, $\angle x = 30^\circ$
 $\widehat{CD}$ に対する円周角だから, $\angle DAC = \angle DBC$ より,
 $\angle DAC = 30^\circ$
 よって,
 $\angle y = \angle CAD + \angle ADB$
 $= 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$



p.129

びたトレ 1

- 1 (1)円周上 (2)外部 (3)内部

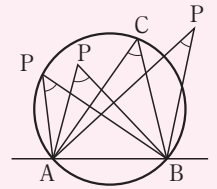
解き方

右の図で, 点 P と円との位置関係について, 点 P が円周上にあるとき,

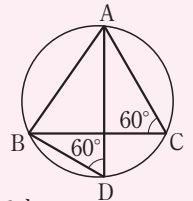
$$\angle APB = \angle ACB$$

点 P が円の内部にあるとき, $\angle APB > \angle ACB$

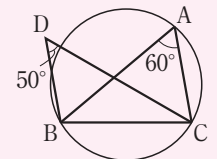
点 P が円の外部にあるとき, $\angle APB < \angle ACB$ となります。



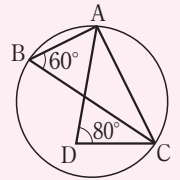
- (1) 3点 A, B, C を通る円の $\widehat{AB}$ に対する角について,
 $\angle ACB = 60^\circ$,
 $\angle ADB = 60^\circ$ より,
 $\angle ACB = \angle ADB$
 よって, 点 D は円周上の点です。



- (2) 3点 A, B, C を通る円の $\widehat{BC}$ に対する角について,
 $\angle BAC = 60^\circ$,
 $\angle BDC = 50^\circ$ より,
 $\angle BAC > \angle BDC$
 よって, 点 D は円の外部の点です。



- (3) 3点 A, B, C を通る円の $\widehat{AC}$ に対する角について,
 $\angle ABC = 60^\circ$,
 $\angle ADC = 80^\circ$ より,
 $\angle ABC < \angle ADC$
 よって, 点 D は円の内部の点です。



- 2 (1)点 B, C, D, E (2)点 A, B, C, E

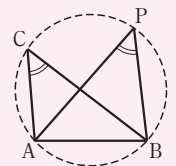
解き方

- (1) $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ より,
 $\angle ABC = \angle ADE$
 2点 B, D は直線 EC について同じ側にあり,
 $\angle EBC = \angle EDC$ なので, 4点 B, C, D, E は同じ円周上にあります。
 (2) $\angle CAD = \angle CDA$, $\angle EBD = \angle EDB$ だから,
 $\angle EAC = \angle EBC$ です。

- 3 (1) $\angle x = 30^\circ$, $\angle y = 78^\circ$ (2) $\angle x = 32^\circ$, $\angle y = 35^\circ$

解き方

右の図で, 2点 C, P が直線 AB について同じ側にあるとき, $\angle APB = \angle ACB$ ならば, 4点 A, B, C, P は同じ円周上にあります。



- (1) $\angle ABD = \angle ACD = 48^\circ$
 2点 B, C は直線 AD について同じ側にあるので, 4点 A, B, C, D は同じ円周上にあります。
 よって, $\angle x = \angle ACB = 30^\circ$
 $\angle y = 30^\circ + 48^\circ = 78^\circ$

(2)(1)と同様に、4点A, B, C, Dは同じ円周上にあります。

$$\angle x = 85^\circ - 53^\circ = 32^\circ$$

$$\angle ACD = 180^\circ - (60^\circ + 85^\circ) = 35^\circ$$

$$\angle y = \angle ACD = 35^\circ$$

p.130~131

びたトレ2

- ① (1) $\angle x = 37^\circ$ (2) $\angle x = 131^\circ$
 (3) $\angle x = 48^\circ$ (4) $\angle x = 40^\circ$
 (5) $\angle x = 94^\circ$ (6) $\angle x = 22^\circ$, $\angle y = 66^\circ$

解き方

(1) $\triangle ABE$ で、三角形の内角・外角の性質より、
 $\angle ABE = \angle AED - \angle BAE = 95^\circ - 58^\circ = 37^\circ$
 円周角の定理より、 $\angle ACD = \angle ABD$
 よって、 $\angle x = 37^\circ$

(2) 円周角の定理より、 $\angle ABD = \angle ACD = 67^\circ$
 $\triangle DEC$ で、三角形の内角・外角の性質より、
 $\angle AED = \angle EDC + \angle DCE$
 $= 64^\circ + 67^\circ = 131^\circ$
 よって、 $\angle x = 131^\circ$

(3) 点E, Bを結ぶ補助線をひきます。

円周角の定理より、
 $\angle AFB = \angle AEB = 21^\circ$
 $\angle BDC = \angle BEC = 27^\circ$

また、
 $\angle AEC = \angle AEB + \angle BEC$
 $= 21^\circ + 27^\circ = 48^\circ$

よって、 $\angle x = 48^\circ$

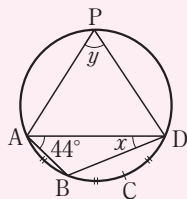
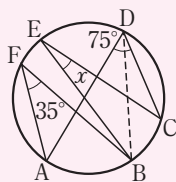
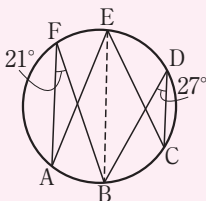
(4) 点D, Bを結ぶ補助線をひきます。

円周角の定理より、
 $\angle ADB = \angle AFB = 35^\circ$
 $\angle BEC = \angle BDC$
 $= \angle ADC - \angle ADB$
 $= 75^\circ - 35^\circ = 40^\circ$

(5) $\angle ACD = \angle ABD = 40^\circ$

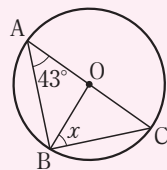
$\triangle ACD$ で、
 $\angle ADC = 180^\circ - (40^\circ + 32^\circ) = 108^\circ$
 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ より、
 $\angle ADB = \angle BDC = 108^\circ \div 2 = 54^\circ$
 $\triangle AED$ で、
 $\angle AED = 180^\circ - (32^\circ + 54^\circ) = 94^\circ$

(6) $2\widehat{AB} = \widehat{BD}$ より、
 $2\angle x = 44^\circ$ $\angle x = 22^\circ$
 $\widehat{AD} = 3\widehat{AB}$ より、
 $\angle y = 3\angle x = 22^\circ \times 3$
 $= 66^\circ$



- ② (1) $\angle x = 47^\circ$ (2) $\angle x = 136^\circ$
 (3) $\angle x = 102^\circ$ (4) $\angle x = 100^\circ$
 (5) $\angle x = 108^\circ$ (6) $\angle x = 14^\circ$

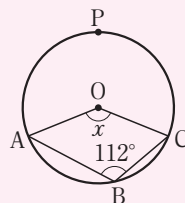
(1) $\triangle OAB$ で、 $OA = OB$ より、
 $\triangle OAB$ は二等辺三角形だから、
 $\angle OBA = \angle OAB = 43^\circ$
 半円の弧に対する円周角だから、 $\angle ABC = 90^\circ$
 $\angle ABC = \angle OBA + \angle OBC = 90^\circ$ より、
 $43^\circ + \angle x = 90^\circ$
 よって、 $\angle x = 47^\circ$



(2) 右の図のように、円周上に直線ACについて点Bと反対側に点Pをとりま

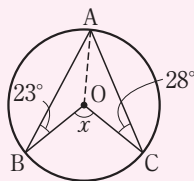
す。
 $\angle ABC$ は $\widehat{APC}$ に対する円周角で、 $\widehat{APC}$ に対する中心角は $360^\circ - \angle x$ となります。

円周角の定理より、
 $360^\circ - \angle x = 112^\circ \times 2$
 $\angle x = 360^\circ - 224^\circ = 136^\circ$



(3) 点A, Oを結ぶ補助線をひきます。

$OA = OB = OC$ より、
 $\triangle OAB$, $\triangle OAC$ は二等辺三角形だから、
 $\angle OBA = \angle OAB = 23^\circ$
 $\angle OCA = \angle OAC = 28^\circ$
 よって、 $\angle BAC = \angle OAB + \angle OAC$
 $= 23^\circ + 28^\circ = 51^\circ$



円周角の定理より、
 $\angle BOC = 2\angle BAC = 51^\circ \times 2$
 よって、 $\angle x = 102^\circ$

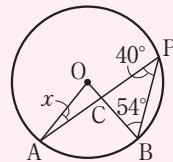
(4) $\triangle OAP$ と $\triangle OPB$ は二等辺三角形だから、

$\angle APB = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$
 $\angle x = 2\angle APB = 50^\circ \times 2 = 100^\circ$

(5) $\angle x = 54^\circ \times 2 = 108^\circ$

(6) $\angle AOB = 40^\circ \times 2 = 80^\circ$

$\triangle BPC$ で、
 $\angle PCO = 40^\circ + 54^\circ = 94^\circ$
 $\triangle OAC$ で、
 $\angle x = 94^\circ - 80^\circ = 14^\circ$



3 (1) 45° (2) 15° (3) $\frac{1}{4}$

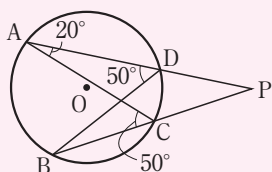
解き方

- (1) 円の中心を点 O とすると、円周角の定理より、
 $\angle AOB = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$
 $\angle AOB : \angle BOC = \widehat{AB} : \widehat{BC} = 2 : 3$ だから、
 $\angle BOC = 60^\circ \times \frac{3}{2} = 90^\circ$
 $\angle BPC = 90^\circ \times \frac{1}{2} = 45^\circ$
 (2) $\angle APD = 90^\circ$ (円 O の半円の弧に対する円周角)
 $\angle CPD = \angle APD - (\angle APB + \angle BPC)$
 $= 90^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 15^\circ$
 (3) $\angle BOC = 90^\circ$ より、 $\frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}$

4 30°

解き方

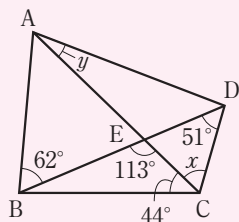
- 円周角の定理より、 $\widehat{AB}$ の円周角だから、
 $\angle ADB = \angle ACB = 50^\circ$
 $\triangle ACP$ で、三角形の内角・外角の性質より、
 $\angle APC = \angle ACB - \angle PAC = 50^\circ - 20^\circ = 30^\circ$



- 5 (1) $\angle x = 62^\circ$, $\angle y = 23^\circ$
 (2) $\angle x = 54^\circ$, $\angle y = 25^\circ$

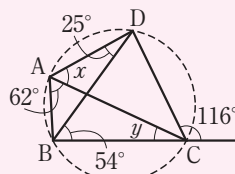
解き方

- (1) $\triangle DEC$ で、三角形の内角・外角の性質より、
 $\angle x = 113^\circ - 51^\circ = 62^\circ$
 円周角の定理の逆より、直線 AD について同じ側にある 2 点 B, C で、 $\angle ABD = \angle ACD = 62^\circ$ だから、点 A, B, C, D は同じ円周上にあります。
 円周角の定理より、 $\widehat{CD}$ に対する円周角だから、
 $\angle CAD = \angle CBD$
 $\triangle EBC$ で、 $\angle EBC = 180^\circ - (113^\circ + 44^\circ) = 23^\circ$
 よって、 $\angle y = 23^\circ$



- (2) $\triangle BCD$ で、 $\angle BDC = 116^\circ - 54^\circ = 62^\circ$

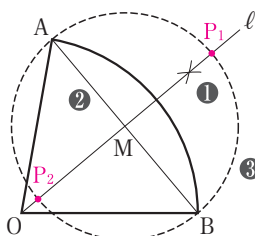
円周角の定理の逆より、2 点 A, D が直線 BC について同じ側にあり、 $\angle BAC = \angle BDC$ だから、4 点 A, B, C, D は同じ円周上にあります。
 よって、 $\widehat{DC}$ に対する円周角だから、
 $\angle DAC = \angle DBC$ $\angle x = 54^\circ$
 また、 $\widehat{AB}$ に対する円周角は等しいので、
 $\angle ACB = \angle ADB$ $\angle y = 25^\circ$



p.133

びたトレ 1

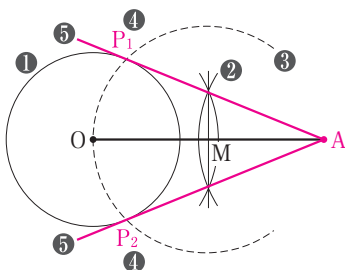
1



解き方

- ① $\angle AOB$ の二等分線 ℓ をひく。
 ② 線分 AB をひき、直線 ℓ との交点を M とする。
 直線 ℓ は、線分 AB の垂直二等分線となるので、点 M は線分 AB の中点である。
 ③ 点 M を中心に、半径 MA の円 M をかく。
 ④ 円 M と直線 ℓ との交点が P (2 つあるので、 P_1, P_2 とする) となる。

2

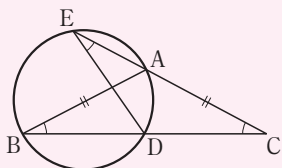


解き方

- ① 半径 2 cm の円 O をかく。
 ② 線分 AO の中点 M を垂直二等分線の作図で求める。
 ③ 点 M を中心に半径 MO の円 M をかく。
 ④ 円 O と円 M との交点を P_1, P_2 とする。
 ⑤ 点 P_1, P_2 と点 A をそれぞれ結ぶ。
 直線 AP_1, AP_2 が求める接線である。

- 3 $\triangle ABC$ は、 $AB=AC$ である二等辺三角形だから、
 $\angle ABC = \angle ACB$ ……①
 $\widehat{AD}$ に対する円周角だから、
 $\angle ABD = \angle AED$ ……②
 ①、②から、 $\angle ACB = \angle AED$
 よって、 $\triangle DEC$ は二等辺三角形だから、
 $DE = DC$

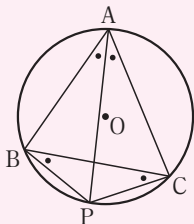
解き方



- 4 $\triangle BPC$ で、 $\widehat{BP}$ に対する円周角だから、
 $\angle BCP = \angle BAP$ ……①
 $\widehat{CP}$ に対する円周角だから、
 $\angle CBP = \angle CAP$ ……②
 仮定より、 $\angle BAP = \angle CAP$ ……③
 ①、②、③から、 $\angle BCP = \angle CBP$
 よって、 $\triangle BPC$ は二等辺三角形である。

解き方

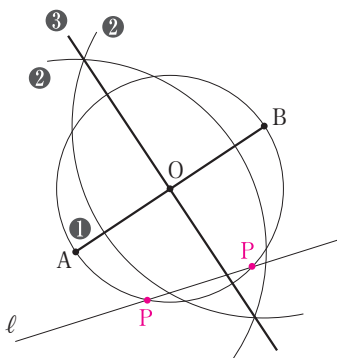
$\angle BCP = \angle CBP$ を証明します。



p.134~135

びたトレ 2

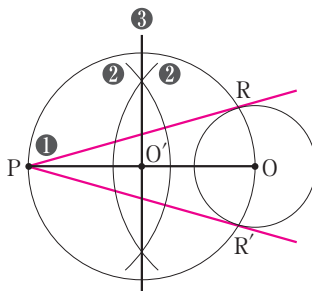
1



解き方

- ① 線分 AB をひく。
 ② 2 点 A, B をそれぞれ中心として、等しい半径の円をかく。
 ③ ②でかいた 2 つの円の交点を通る直線をひき、線分 AB との交点を点 O とする。
 ④ 点 O を中心として半径 OA の円をかき、直線 ℓ との交点を点 P とする。

2

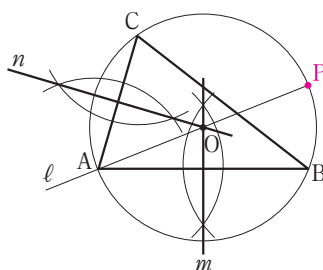


解き方

接点を R とすると、 $\angle PRO = 90^\circ$ だから、点 R は線分 PO を直径とする円周上にあります。

- ① 線分 OP をひく。
 ② 2 点 P, O をそれぞれ中心として、等しい半径の円をかく。
 ③ ②でかいた 2 つの円の交点を通る直線をひき、線分 PO との交点を点 O' とする。
 ④ 点 O' を中心として半径 $O'P$ の円をかき、円 O との交点を点 R, R' とする。
 ⑤ PR, PR' をひく。

3



解き方

3 点 A, B, C を通る円と直線 ℓ との交点が点 P となります。

- ① 2 点 A, B をそれぞれ中心として等しい半径の円をかき、その交点を通る直線 m をかく。
 ② 2 点 A, C をそれぞれ中心として等しい半径の円をかき、その交点を通る直線 n をかく。
 ③ 2 直線 m, n の交点を点 O とする。
 点 O を中心として半径 OA の円をかき、直線 ℓ との交点を P とする。

4

- (1) $\triangle ABE$ と $\triangle DCE$ で、
 対頂角は等しいから、
 $\angle AEB = \angle DEC$ ……①
 $\widehat{BC}$ に対する円周角だから、
 $\angle BAE = \angle CDE$ ……②
 ①、②から、2 組の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABE \sim \triangle DCE$

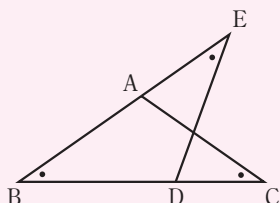
(2) 9 cm

解き方

- (2) $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ より、 $AE : DE = BE : CE$
 $6 : x = 4 : 6 \quad 4x = 36 \quad x = 9$

- 5 $\triangle ABC$ で, $AB=AC$ より,
 $\angle ABC=\angle ACB$ ……①
 $\triangle DBE$ で, $DB=DE$ より,
 $\angle DBE=\angle DEB$ ……②
 ①, ②から, $\angle ACB=\angle DEB$
 円周角の定理の逆より, 直線 AD について,
 2点 C, E は同じ側にあり, $\angle ACD=\angle AED$
 だから, 4点 A, D, C, E は同じ円周上にある。
 円周角の定理の逆を利用します。

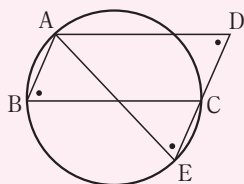
解き方



- 6 平行四辺形の向かいあう角は等しいので,
 $\angle ABC=\angle CDA$ ……①
 円周角の定理より, $\widehat{AC}$ に対する円周角だから,
 $\angle ABC=\angle AED$ ……②
 ①, ②から, $\angle CDA=\angle AED$
 よって, $\triangle AED$ は $AE=AD$ となる二等辺三角形である。
 また, 平行四辺形の向かいあう辺は等しいから,
 $AD=BC$
 よって, $AE=BC$

平行四辺形の性質を利用します。

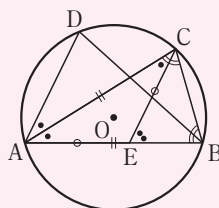
解き方



- 7 $\triangle ABD$ と $\triangle ECB$ で,
 $\angle DAB=2\angle CAB$ ……①
 $AE=CE$ から $\angle EAC=\angle ECA$ なので,
 $\angle BEC=\angle EAC+\angle ECA=2\angle EAC$ ……②
 ①, ②から,
 $\angle DAB=\angle BEC$ ……③
 円周角の定理より, $\widehat{AB}$ に対する円周角だから,
 $\angle ADB=\angle ACB$ ……④
 $\triangle ABC$ は二等辺三角形だから,
 $\angle ACB=\angle ABC$ ……⑤
 ④, ⑤から, $\angle ADB=\angle ABC=\angle EBC$ ……⑥
 ③, ⑥から, 2組の角が, それぞれ等しいから,
 $\triangle ABD\sim\triangle ECB$

解き方

どの角とどの角が等しいか, 図にかきこんで考えます。



理解のコツ

- ・円周角の定理と, 円周角の定理の逆について, しっかりと理解しておくことよい。
- ・円の性質を使って, 角度を求める計算や角度が等しいことの証明を練習しておくことよい。
- ・円の性質を使って, 三角形の相似を証明することになれておくことよい。作図にも注意することよい。

p.136~137

びたトレ3

- 1 (1) $\angle x=33^\circ$ (2) $\angle x=44^\circ$ (3) $\angle x=64^\circ$
 (4) $\angle x=34^\circ$ (5) $\angle x=28^\circ$ (6) $\angle x=86^\circ$

解き方

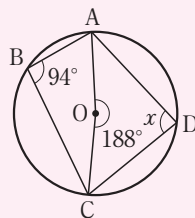
- (1) 中心角は 66° であり, 同じ弧に対する円周角だから,
 $66^\circ \times \frac{1}{2} = 33^\circ$
 (2) $\widehat{AC}$ に対する円周角だから,
 $\angle ADC=\angle ABC$ $\angle x=44^\circ$
 (3) $\widehat{AB}$ に対する中心角と円周角だから,
 $\angle AOB=2\angle ACB$ $\angle x=32^\circ \times 2=64^\circ$
 (4) $\widehat{CD}$ に対する円周角だから,
 $\angle CAD=\angle CBD=\angle ABC-\angle ABD$ ……①
 $\widehat{AD}$ に対する円周角だから,
 $\angle ABD=\angle ACD=48^\circ$ ……②
 ①, ②から, $\angle CAD=\angle ABC-\angle ACD$
 より, $\angle x=82^\circ-48^\circ=34^\circ$
 (5) AC は円の中心を通る直径であり, 半円の弧に対する円周角は直角だから, $\angle ABC=90^\circ$
 $\widehat{AB}$ に対する円周角だから,
 $\angle ACB=\angle ADB=62^\circ$
 $\triangle ABC$ で, $\angle BAC=180^\circ-(\angle ABC+\angle ACB)$
 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+62^\circ)=28^\circ$

- (6) 円の中心を O とし, A と O, C と O を結ぶ補助線をひきます。

$\widehat{ADC}$ に対する円周角だから, $\angle ABC=94^\circ$ より,
 $\widehat{ADC}$ に対する中心角は,
 $\angle AOC=94^\circ \times 2=188^\circ$
 だから, $\widehat{ABC}$ に対する中心角は,
 $360^\circ-188^\circ=172^\circ$

$\widehat{ABC}$ に対する円周角は,

$$\angle ADC=172^\circ \times \frac{1}{2} \quad \angle x=86^\circ$$



- 2 (1)40° (2)26° (3) $\frac{2}{9}$

解き方

(1)円の中心をOとすると、

$$\angle AOB = 24^\circ \times 2$$

$$= 48^\circ$$

$$\angle AOB : \angle BOC$$

$$= \widehat{AB} : \widehat{BC} = 3 : 5$$

だから、

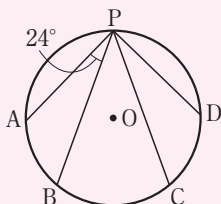
$$\angle BOC = 48^\circ \times \frac{5}{3} = 80^\circ$$

$$\angle BPC = 80^\circ \times \frac{1}{2} = 40^\circ$$

(2) $\widehat{AD}$ は円周の半分の長さで、半円の弧に対する円周角は直角だから、 $\angle APD = 90^\circ$

$$\angle CPD = 90^\circ - (24^\circ + 40^\circ) = 26^\circ$$

(3) $\angle BOC = 80^\circ$ より、 $\frac{80}{360} = \frac{2}{9}$



- 3 (1)70° (2)40° (3)40° (4)120° (5)80°

解き方

(1)半円の弧に対する円周角だから、

$$\angle ADC = 90^\circ$$

$$\triangle ACD \text{ で、} \angle ACD = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$

(2)弧の長さとその弧に対する円周角の大きさは

比例するので、 $2\widehat{CD} = \widehat{DE}$ より、

$$2\angle CAD = \angle DBE$$

$$\text{よって、} \angle DBE = 20^\circ \times 2 = 40^\circ$$

(3) $\angle COD$ は $\widehat{CD}$ に対する中心角で、 $\widehat{CD}$ に対する円周角 $\angle CAD$ の2倍の大きさより、

$$\angle COD = 20^\circ \times 2 = 40^\circ$$

(4) $\angle COE = \angle COD + \angle DOE$

$$(2) \text{ から、} \angle DOE = 2\angle DBE = 40^\circ \times 2 = 80^\circ$$

$$\angle COE = 40^\circ + 80^\circ = 120^\circ$$

(5) $\triangle OFB$ で、三角形の内角・外角の性質より、

$$\angle OFB = \angle COE - \angle DBE$$

$$= 120^\circ - 40^\circ = 80^\circ$$

- 4 123°

解き方

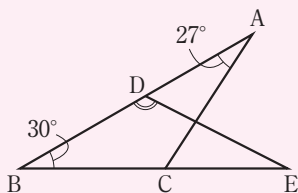
4点A, D, C, Eが同じ円周上にあるのは、円周角の定理の逆より、直線CDについて、2点A, Eが同じ側にあり、 $\angle DAC = \angle DEC$ のときです。

$$\text{よって、} \angle DEC = 27^\circ$$

$\triangle DBE$ で、三角形の内角の和より、

$$\angle BDE = 180^\circ - (\angle DBE + \angle DEC)$$

$$= 180^\circ - (30^\circ + 27^\circ) = 123^\circ$$



- 5 $\triangle APQ$ と $\triangle CPB$ で、

仮定より、 $\widehat{AC} = \widehat{CB}$ だから、円周角の定理より、

$$\angle APQ = \angle CPB \quad \dots\dots ①$$

同じようにして、円周角の定理より、 $\widehat{PB}$ に対する円周角だから、

$$\angle PAQ = \angle PCB \quad \dots\dots ②$$

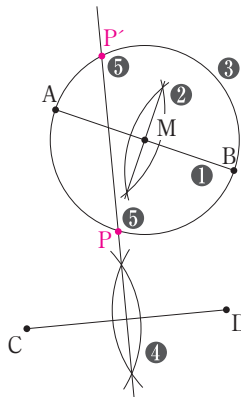
①, ②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle APQ \sim \triangle CPB$$

解き方

点Pは円周上を動く動点ですが、点Pがどの位置であっても、円周角の大きさは変わることがなく、円周角の定理を使うことができます。

- 6



解き方

$\angle APB = 90^\circ$ より、ABを直径とする円を作図すると、点Pはその円周上にあります。

また、 $CP = DP$ より、点Pは、線分CDの垂直二等分線上にあります。

①2点A, Bを結ぶ。

②線分ABの垂直二等分線をひいて、中点Mを求める。

③点Mを中心とする半径AMの円Mをかく。

④2点C, Dの垂直二等分線をかく。

⑤③の円Mと④の垂直二等分線の交点がPとなる。

交点は2つ存在し、P, P'とする。

7章 三平方の定理

p.139

びたトレ 0

- 1 (1) 13 cm^2 (2) 17 cm^2

解き方

1 辺が 5 cm の大きな正方形の面積から、周りの直角三角形の面積をひいて考えます。

$$(1) 5 \times 5 - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3\right) \times 4 \\ = 25 - 12 = 13 (\text{cm}^2)$$

$$(2) 5 \times 5 - \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 4\right) \times 4 \\ = 25 - 8 = 17 (\text{cm}^2)$$

- 2 (1) $x = \pm 3$ (2) $x = \pm \sqrt{13}$
(3) $x = \pm \sqrt{17}$ (4) $x = \pm 4\sqrt{2}$

解き方

$$(1) x^2 = 9 \\ x = \pm \sqrt{9} = \pm 3$$

$$(4) x^2 = 32 \\ x = \pm \sqrt{32} = \pm 4\sqrt{2}$$

- 3 (1) 256 cm^3 (2) $180\pi \text{ cm}^3$

解き方

角錐、円錐の体積を求める公式は、

$$\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ} \text{ です。}$$

(1) 底面の 1 辺が 8 cm で、高さが 12 cm の正四角錐です。

$$\frac{1}{3} \times (8 \times 8) \times 12 = 256 (\text{cm}^3)$$

(2) 底面の半径が 6 cm 、高さが 15 cm の円錐です。

$$\frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 15 = 180\pi (\text{cm}^3)$$

p.141

びたトレ 1

- 1 (1) $x = 5$ (2) $x = 12$ (3) $x = 3$ (4) $x = \sqrt{65}$

解き方

三平方の定理を使って解きます。

直角三角形の 3 辺を、

a , b , c (斜辺) とすると、

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$(1) 3^2 + 4^2 = x^2 \quad x^2 = 25$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = 5$$

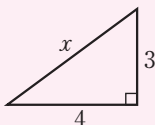
$$(2) 5^2 + x^2 = 13^2 \quad x^2 = 144$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = 12$$

$$(3) 2^2 + x^2 = (\sqrt{13})^2 \quad x^2 = (\sqrt{13})^2 - 2^2 = 9$$

$$(4) 7^2 + 4^2 = x^2 \quad x^2 = 49 + 16 = 65$$

$$x > 0 \text{ だから, } x = \sqrt{65}$$



- 2 (1) 42 cm^2 (2) 28 cm^2 (3) 58 cm^2

解き方

三平方の定理より、

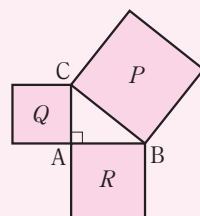
$$CA^2 + AB^2 = BC^2$$

よって、 $Q + R = P$

$$(1) 12 + 30 = P \quad P = 42$$

$$(2) Q + 57 = 85 \quad Q = 28$$

$$(3) 22 + R = 80 \quad R = 58$$



- 3 (ア), (ウ)

解き方

$$(ア) 10^2 = 100 \quad 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

よって、 $10^2 = 6^2 + 8^2$ となるので、
直角三角形です。

$$(イ) 12^2 = 144 \quad 7^2 + 8^2 = 49 + 64 = 113$$

よって、 $12^2 > 7^2 + 8^2$ となるので、
直角三角形ではありません。

$$(ウ) 4^2 = 16 \quad 3^2 + (\sqrt{7})^2 = 9 + 7 = 16$$

よって、 $4^2 = 3^2 + (\sqrt{7})^2$ となるので、
直角三角形です。

$$(エ) 2^2 = 4 \quad (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 = 2 + 3 = 5$$

よって、 $2^2 < (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2$ となるので、
直角三角形ではありません。

p.143

びたトレ 1

- 1 (1) $2\sqrt{6} \text{ cm}$ (2) $10\sqrt{6} \text{ cm}^2$

解き方

(1) $BH = 5$ だから、

$\triangle ABH$ で、

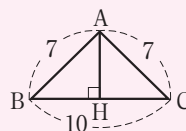
$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$AH^2 + 5^2 = 7^2$$

$$AH^2 = 49 - 25 = 24$$

$$AH > 0 \text{ だから, } AH = 2\sqrt{6} (\text{cm})$$

$$(2) \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 10 \times 2\sqrt{6} = 10\sqrt{6} (\text{cm}^2)$$



- 2 (1) $4\sqrt{2} \text{ cm}$

(2) 高さ $2\sqrt{3} \text{ cm}$, 面積 $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$

解き方

(1) 正方形の 1 辺の長さを

$x \text{ cm}$ とすると、

$$x : 8 = 1 : \sqrt{2} \text{ だから,}$$

$$\sqrt{2} x = 8,$$

$$x = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

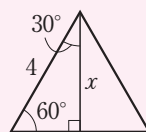
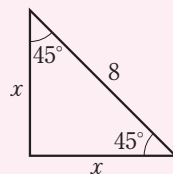
(2) 正三角形の高さを $x \text{ cm}$

とすると、

$$4 : x = 2 : \sqrt{3} \text{ だから,}$$

$$2x = 4\sqrt{3} \quad x = 2\sqrt{3}$$

$$\text{面積は, } \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$



3 (1) $x=6$ (2) $x=4\sqrt{11}$

解き方

(1)円の中心から弦にひいた垂線は、弦の中点を通ります。

$$\text{よって、} x^2 + 8^2 = 10^2 \quad x^2 = 36$$

$$x > 0 \text{ だから、} x = 6$$

(2)円の接線は、接点を通る

半径に垂直だから、

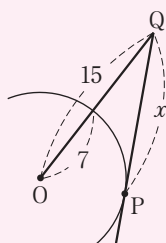
$$\angle OPQ = 90^\circ$$

また、 $OP = 7 \text{ cm}$

$\triangle OPQ$ で、三平方の定理より、

$$7^2 + x^2 = 15^2 \quad x^2 = 176$$

$$x > 0 \text{ だから、} x = 4\sqrt{11}$$



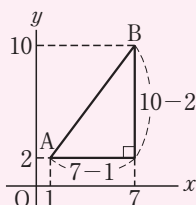
4 (1)10 (2) $\sqrt{89}$ (3) $6\sqrt{2}$

解き方

$$(1)AB^2 = (7-1)^2 + (10-2)^2$$

$$= 6^2 + 8^2 = 100$$

$$AB > 0 \text{ だから、} AB = 10$$



$$(2)AB^2 = \{2 - (-3)\}^2 + \{3 - (-5)\}^2 = 89$$

$$AB > 0 \text{ だから、} AB = \sqrt{89}$$

$$(3)AB^2 = \{5 - (-1)\}^2 + \{4 - (-2)\}^2 = 72$$

$$AB > 0 \text{ だから、} AB = 6\sqrt{2}$$

p.145

びたトレ 1

1 (1) $4\sqrt{3} \text{ cm}$ (2)13 cm

解き方

(1)右の図で、

$$EG^2 = EF^2 + FG^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$= 4^2 + 4^2 = 32$$

$$AG^2 = AE^2 + EG^2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$= 4^2 + 32 = 48$$

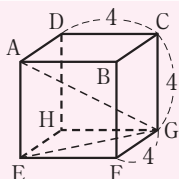
$$AG > 0 \text{ だから、} AG = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

①、②より、 $AG^2 = AE^2 + EF^2 + FG^2$ となり、直方体の縦、横、高さのそれぞれの長さを a 、 b 、 c とすると、

$$AG^2 = a^2 + b^2 + c^2 \quad AG = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

これを公式として覚えておけば、(2)は次のように解けます。

$$(2)\sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2} = \sqrt{9 + 16 + 144} = 13 \text{ (cm)}$$



2 (1)3 cm (2) $12\pi \text{ cm}^3$

解き方

(1) $\angle AOB = 90^\circ$

$\triangle AOB$ で、

$BO = r \text{ cm}$ とすると、

$$BO^2 = AB^2 - AO^2 \text{ より、}$$

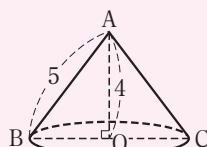
$$r^2 = 5^2 - 4^2 = 9$$

$$r > 0 \text{ だから、} r = 3$$

(2)体積を $V \text{ cm}^3$ とすると、

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times BO^2 \times AO \text{ より、}$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$$

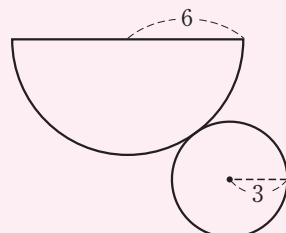
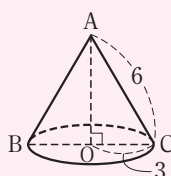


3 (1) $3\sqrt{3} \text{ cm}$ (2) $9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$

解き方

この円錐の展開図

をもとに立体を考えます。



(1)上の図より、 $AC = 6 \text{ cm}$ 、 $OC = 3 \text{ cm}$

$$\angle AOC = 90^\circ$$

求める高さは AO だから、 $AO^2 = AC^2 - OC^2$

$$AO = h \text{ cm とすると、} h^2 = 6^2 - 3^2 = 27$$

$$h > 0 \text{ だから、} h = 3\sqrt{3}$$

(2)体積を $V \text{ cm}^3$ とすると、

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times OC^2 \times AO \text{ より、}$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi$$

4 (1) $2\sqrt{2} \text{ cm}$ (2) $\sqrt{23} \text{ cm}$ (3) $\frac{4\sqrt{23}}{3} \text{ cm}^3$

$$(4)8\sqrt{6} \text{ cm}^2$$

解き方

(1) $\triangle ABC$ は、 $\angle ABC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形だから、

$$AB : AC = 1 : \sqrt{2} \text{ より、}$$

$$2 : AC = 1 : \sqrt{2}$$

$$AC = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

(2) $\triangle OAH$ で、 $\angle OHA = 90^\circ$ だから、

$$OH^2 + AH^2 = OA^2$$

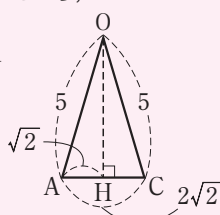
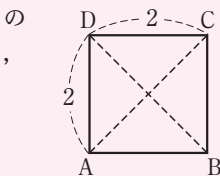
$$AH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$OH^2 + (\sqrt{2})^2 = 5^2$$

$$OH^2 = 23$$

$$OH > 0 \text{ だから、} OH = \sqrt{23} \text{ (cm)}$$



(3)体積を $V\text{cm}^3$ とすると、

$$V = \frac{1}{3} \times AB^2 \times OH = \frac{1}{3} \times 2^2 \times \sqrt{23} = \frac{4\sqrt{23}}{3}$$

(4)側面の $\triangle OAB$ の頂点 O から

AB に垂線 OM をひき、

$OM=h\text{ cm}$ とすると、

$\triangle OAM$ で、 $\angle OMA=90^\circ$

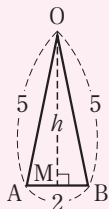
$OM^2+AM^2=OA^2$ より、

$$h^2+1^2=5^2$$

$h>0$ だから、 $h=2\sqrt{6}$

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{6} = 2\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって、側面積は、 $2\sqrt{6} \times 4 = 8\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{)}$



p.146~147

びたトレ 2

① (1) $3\sqrt{3}\text{ cm}$ (2) 6 cm (3) $3\sqrt{2}\text{ cm}$

(4) $3\sqrt{2}\text{ cm}$

解き方

特別な角をもつ直角三角

形を組み合わせた四角形

$ABCD$ で、 $\triangle ABD$ の 3 辺

の比は、

$$1:1:\sqrt{2}$$

$\triangle BCD$ の 3 辺の比は $1:2:\sqrt{3}$ です。

(1) $\triangle BCD$ で、 $CD:BC=1:\sqrt{3}$ より、

$$3:BC=1:\sqrt{3} \quad BC=3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

(2) $\triangle BCD$ で、 $BD:CD=2:1$ より、

$$BD:3=2:1 \quad BD=6 \text{ (cm)}$$

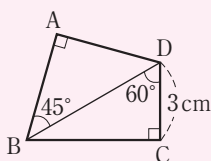
(3) $\triangle ABD$ で、 $AB:BD=1:\sqrt{2}$ より、

$$AB:6=1:\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}AB=6 \quad AB=3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

(4) $\triangle ABD$ で、 $AD:AB=1:1$ より、

$$AD:3\sqrt{2}=1:1 \quad AD=3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$



② (1) 150 cm^2 (2) 60 cm

解き方

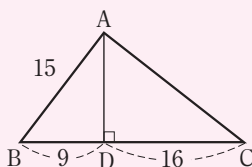
(1) $\triangle ABD$ で、 $AD^2+BD^2=AB^2$

$$AD^2+9^2=15^2 \text{ より、} AD^2=144$$

$AD>0$ だから、 $AD=12 \text{ (cm)}$

$$\text{よって、} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \times (9+16) \times 12 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$



(2) $\triangle ADC$ で、 $AD^2+DC^2=AC^2$

$$12^2+16^2=AC^2 \quad AC^2=400$$

$AC>0$ だから、 $AC=20 \text{ (cm)}$

よって、 $AB+BC+CA=15+25+20=60 \text{ (cm)}$

③ (1) 54 cm^2 (2) 128 cm^2

解き方

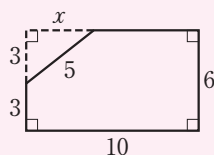
(1)右の図で、

$$x^2+3^2=5^2$$

よって、 $x=4$

だから、求める面積は、

$$6 \times 10 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 54 \text{ (cm}^2\text{)}$$

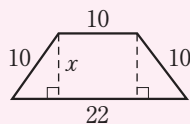


(2)右の図で、

$$x^2+6^2=10^2 \quad x=8$$

求める面積は、

$$\frac{1}{2} \times (10+22) \times 8 = 128 \text{ (cm}^2\text{)}$$



④ (1) $AB=\sqrt{29}$, $BC=\sqrt{58}$, $CA=\sqrt{29}$

(2) $\angle A=90^\circ$ の直角二等辺三角形

解き方

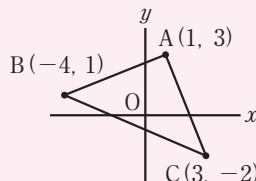
(1) $AB^2=\{1-(-4)\}^2+\{3-1\}^2=29$

$$AB=\sqrt{29}$$

$$BC^2=\{3-(-4)\}^2+\{1-(-2)\}^2=58$$

$$BC=\sqrt{58}$$

$$CA^2=(3-1)^2+\{3-(-2)\}^2=29 \quad CA=\sqrt{29}$$



(2) $AB^2+CA^2=29+29=58 \quad BC^2=58$

よって、 $AB^2+CA^2=BC^2$

また、 $AB=CA$

$\triangle ABC$ は $\angle A=90^\circ$ の直角二等辺三角形です。

⑤ 40 cm

解き方

右の図のように、

$AB \parallel PR$ となる

ように点 R をと

ります。

$$PA=PC=16 \text{ (cm)}$$

$$QB=QC=25 \text{ (cm)}$$

$$QR=QB-RB=QB-PA$$

$$=25-16=9 \text{ (cm)}$$

$PR=AB=x\text{ cm}$ とすると、

$\triangle PQR$ で、 $PR \parallel AB$ より、

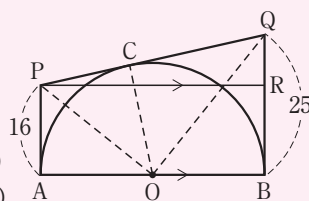
$$\angle PRQ = \angle ABQ = 90^\circ$$

$$PR^2=PQ^2-QR^2 \text{ より、}$$

$$PR^2=(PC+CQ)^2-QR^2$$

$$x^2=(16+25)^2-9^2=1600$$

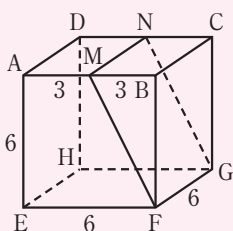
$x>0$ だから、 $x=40$



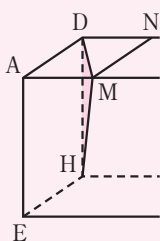
6 (1) $18\sqrt{5} \text{ cm}^2$ (2) 9 cm

解き方

(1) $\triangle BMF$ で,
 $\angle MBF = 90^\circ$
 $MF^2 = BM^2 + BF^2$
 $= 3^2 + 6^2 = 45$
 $MF = 3\sqrt{5} \text{ (cm)}$
 切り口の四角形
 $MFGN$ の面積は,
 $MN \times MF = 6 \times 3\sqrt{5}$
 $= 18\sqrt{5} \text{ (cm}^2\text{)}$



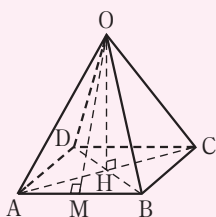
(2) $\triangle MDH$ で, $\angle MDH = 90^\circ$
 $MH^2 = DM^2 + DH^2 \dots\dots ①$
 $\triangle AMD$ で, $\angle DAM = 90^\circ$
 $DM^2 = AM^2 + AD^2 \dots\dots ②$
 ①, ②より,
 $MH^2 = AM^2 + AD^2 + DH^2$
 $= 3^2 + 6^2 + 6^2 = 81$
 $MH > 0$ だから, $MH = 9 \text{ (cm)}$



7 体積 $144\sqrt{3} \text{ cm}^3$, 側面積 $72\sqrt{7} \text{ cm}^2$

解き方

$\triangle OAH$ で,
 $OH^2 + AH^2 = OA^2$ より,
 $OH^2 + 6^2 = 12^2$
 よって, $OH = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$
 また, $\triangle AHB$ で,
 $AH : AB = 1 : \sqrt{2}$ より,
 $6 : AB = 1 : \sqrt{2}$
 $AB = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$



体積は, $\frac{1}{3} \times AB^2 \times OH = \frac{1}{3} \times (6\sqrt{2})^2 \times 6\sqrt{3}$
 $= 144\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$

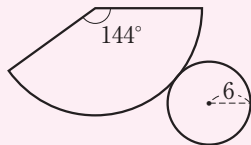
$\triangle OAM$ で, $OM^2 + AM^2 = OA^2$ より,
 $OM^2 + (3\sqrt{2})^2 = 12^2$ $OM^2 = 126$
 $OM = 3\sqrt{14} \text{ (cm)}$

側面積は, $\frac{1}{2} \times AB \times OM \times 4$
 $= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{14} \times 4 = 72\sqrt{7} \text{ (cm}^2\text{)}$

8 $36\sqrt{21} \pi \text{ cm}^3$

解き方

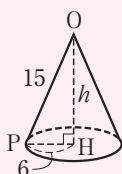
おうぎ形の半径を
 $r \text{ cm}$ とすると, おう
 ぎ形の弧の長さは底
 面の円周と等しいの
 で,



$$2\pi r \times \frac{144}{360} = 2\pi \times 6$$

$$r = 6 \times \frac{360}{144} = 15$$

おうぎ形の半径 r は円錐の母線に
 なるので, 母線の長さは 15 cm



円錐の高さを $h \text{ cm}$ とすると, 図の $\triangle OPH$ で,
 $OH^2 = OP^2 - PH^2$ より, $h^2 = 15^2 - 6^2$
 $h^2 = 189$ $h > 0$ だから, $h = 3\sqrt{21}$
 体積は,

$$\frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times OH$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 3\sqrt{21} = 36\sqrt{21} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

理解のツツ

- ・三平方の定理では, 図形の中に直角三角形を見つけ
て使えるようにしておくといよ。
- ・平面図形, 空間図形でも三平方の定理は広く出題さ
れるので, 多くのパターンの問題を練習しておくとい
よ。
- ・特別な角をもつ直角三角形では, 辺の長さの比を覚
えておくといよ。

p.148~149

びたトレ 3

- 1 (1) $x = 3\sqrt{5}$ (2) $x = 3\sqrt{5}$ (3) $x = \sqrt{30}$
 (4) $x = 2\sqrt{10}$

- (1) $x^2 = 3^2 + 6^2 = 45$ $x = 3\sqrt{5}$
 (2) $x^2 = 9^2 - 6^2 = 45$ $x = 3\sqrt{5}$
 (3) $x^2 = (2\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 30$ $x = \sqrt{30}$
 (4) $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形だから,
 $x : \sqrt{10} = 2 : 1$ $x = 2\sqrt{10}$

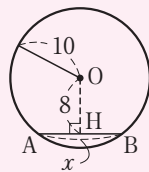
- 2 (1) $6\sqrt{2} \text{ cm}$ (2) $4\sqrt{6} \text{ cm}$
 (3) $36 + 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

- (1) $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ の直角三角形だから,
 $AH : 12 = 1 : \sqrt{2}$ $AH = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$
 (2) $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形だから,
 $6\sqrt{2} : AC = \sqrt{3} : 2$ $AC = 4\sqrt{6} \text{ (cm)}$
 (3) $BH = AH = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$
 $CH = \frac{1}{2} AC = 2\sqrt{6} \text{ (cm)}$

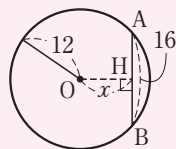
よって, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \times 6\sqrt{2}$
 $= 36 + 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

- 3 (1) $x = 12$ (2) $x = 4\sqrt{5}$ (3) $x = 8$

- (1) $\triangle OAH$ で,
 $AH^2 = OA^2 - OH^2$
 $= 10^2 - 8^2 = 36$
 $AH = 6 \text{ (cm)}$
 よって, $x = 12$



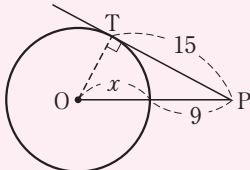
- (2) $\triangle OAH$ で,
 $OH^2 = AO^2 - AH^2$
 $x^2 = 12^2 - 8^2 = 80$
 よって, $x = 4\sqrt{5}$



(3) $\triangle OTP$ で, $OP^2 = OT^2 + TP^2$

$$(x+9)^2 = x^2 + 15^2$$

$$x^2 + 18x + 81 = x^2 + 225 \quad x = 8$$



4 (1) $2\sqrt{58}$ (2) -2 (3) 40

(1) $AB^2 = \{8 - (-6)\}^2 + (10 - 4)^2$

$$= 196 + 36 = 232 \quad AB = 2\sqrt{58}$$

(2) P(x, 0) とします。

$$AP^2 + PB^2 = AB^2 \text{ で,}$$

$$AP^2 = (6+x)^2 + 4^2$$

$$PB^2 = (8-x)^2 + 10^2$$

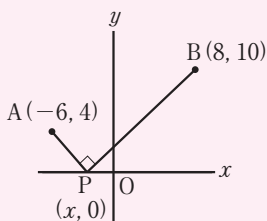
よって,

$$(6+x)^2 + 4^2 + (8-x)^2 + 10^2 = (2\sqrt{58})^2$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x+2)(x-4) = 0 \quad x = -2, 4$$

$x < 0$ だから, $x = -2$



(3) $AP = 4\sqrt{2}$, $PB = 10\sqrt{2}$ だから,

$$\triangle APB = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} = 40$$

5 (1) 336 cm^2 (2) $2\sqrt{7} \text{ cm}$ (3) $96\sqrt{7} \text{ cm}^3$

(1) 側面は, 等しい 2 辺

が 10 cm で, 底辺が

12 cm の二等辺三角

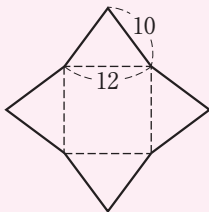
形になっています。

この二等辺三角形の

高さを $x \text{ cm}$ とする

と, $x^2 + 6^2 = 10^2$ より, $x = 8$

$$\text{表面積は, } 12^2 + \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times 4 = 336 (\text{cm}^2)$$



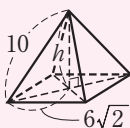
(2) 底面の正方形の対角線の長さ

の半分は,

$$12\sqrt{2} \div 2 = 6\sqrt{2} (\text{cm})$$

立体の高さを $h \text{ cm}$ とすると,

$$h^2 + (6\sqrt{2})^2 = 10^2 \text{ より, } h = 2\sqrt{7}$$



(3) $\frac{1}{3} \times 12^2 \times 2\sqrt{7} = 96\sqrt{7} (\text{cm}^3)$

6 (1) 5 cm (2) ①

解き方

(1) $AE = x \text{ cm}$ とすると,

$$AG^2 = 6^2 + 8^2 + x^2 = (5\sqrt{5})^2$$

$$x^2 = 25 \quad x = 5$$

(2) 下の図のように展開図の一部を利用して考えます。

⑦の長さを $\ell \text{ cm}$ とすると,

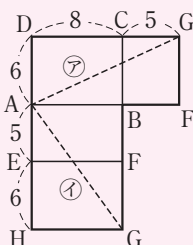
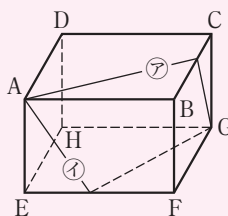
$$\ell^2 = 6^2 + (8+5)^2 \text{ より, } \ell = \sqrt{205}$$

①の長さを $m \text{ cm}$ とすると,

$$m^2 = (5+6)^2 + 8^2 \text{ より, } m = \sqrt{185}$$

よって, $\ell > m$

①の方が短い。



解き方

8章 標本調査とデータの活用

p.151

びたトレ 0

1 (1)0.27 (2)0.60

解き方

1000 回の結果を使って相対度数を求めます。

$$(1) 265 \div 1000 = 0.265$$

$$(2) 602 \div 1000 = 0.602$$

2 (1)0.4 倍 (2)2.5 倍

解き方

割合 = くらべる量 ÷ もとにする量で求められます。

(1) 中庭全体の面積に対する花だんの面積の割合だから、くらべる量は花だんの面積、もとにする量は中庭全体の面積です。

$$240 \div 600 = 0.4 (\text{倍})$$

$$(2) 600 \div 240 = 2.5 (\text{倍})$$

3 1960 円

解き方

3 割引きということは、定価の $(10 - 3)$ 割で買うことになります。

$$2800 \times (1 - 0.3) = 1960 (\text{円})$$

p.153

びたトレ 1

1 (1)全数調査 (2)標本調査 (3)標本調査 (4)全数調査 (5)全数調査 (6)標本調査

解き方

調査の目的や合理性から、いずれの調査をおこなうのがふさわしいか考えます。

(1) 全国民を対象に、人口や世帯数などを調べる必要があります。

(2)(3) 標本調査でおよその予想ができればよいです。

(4) 受験生全員に対して調査する必要があります。

(5) 生徒全員に対して検査する必要があります。

(6) 全数調査をすると、商品として売るのがなくなってしまう。

2 母集団、標本、標本の大きさの順に、

(1) A 市の中学生 3748 人

選んだ 500 人

500

(2) 8000 個の製品

500 個目ごとの製品 16 個

16

解き方

母集団とは、標本調査をするとき、特徴や傾向などの性質を知りたい集団全体です。

標本は、調査のために取り出した一部の集団です。

標本の大きさは、取り出したものの数です。

3 (1)㉗, ㉘

(2) 13, 14, 15, 16, 17, 21, 22, 26, 31, 32

解き方

(1) 母集団を代表するような標本がたいせつです。かたよりはさけます。

(2) 65 95 59 97 84 90 14 79 61 55
①

56 16 88 87 60 32 15 99 67 43
② ③ ④

13 43 00 97 26 16 91 21 32 41
⑤ ⑥ ⑦ ⑧

60 22 66 72 17 31 85 33 69
⑨ ⑩

p.155

びたトレ 1

1 およそ 90 人

解き方

クラスでサッカーを見た人は、

$$36 \text{ 人中 } 10 \text{ 人だから, } \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$$\text{学年全体では, } 324 \times \frac{5}{18} = 90 (\text{人})$$

$$(\text{別解}) \quad 324 : x = 36 : 10 \quad 36x = 3240 \quad x = 90$$

2 およそ 240 個

解き方

12000 個の品物を製造したときの不良品を x 個とすると、

$$12000 : x = 100 : 2 \quad 100x = 24000 \quad x = 240$$

3 およそ 18 枚

解き方

トランプの枚数が x 枚あるとすると、トランプの全部の枚数と取り出した枚数の比は、2 回目に取り出した枚数とその中にふくまれるメモした枚数の比に等しいと考えられます。

$$\text{よって, } x : 6 = 6 : 2 \quad x = 18$$

4 およそ 532 個

解き方

はじめに箱の中にはいていた白玉の数を x 個とします。

1 回目にコップですくったあと、黒玉を 42 個入れたとき、箱の中の白玉と黒玉の比は、

$$(x - 42) : 42$$

2 回目にすくったコップの中の白玉と黒玉の比は、35 : 3

これらの比は等しいと考えられるので、

$$(x - 42) : 42 = 35 : 3 \quad x = 532$$

① 白玉 およそ 96 個

赤玉 およそ 144 個

解き方

母集団の白玉と赤玉の比は、標本の白玉と赤玉の数の比に等しいと考えられるので、

$$\text{白玉の数は、} 240 \times \frac{12}{30} = 96 (\text{個})$$

$$\text{赤玉の数は、} 240 \times \frac{18}{30} = 144 (\text{個})$$

② およそ 14000 個

解き方

$$\text{ある月の不良品の割合は } \frac{3}{1000}$$

前の月に生産されたすべての製品の数を x 個と

$$\text{すると、} \frac{3}{1000}x = 42 \quad x = 14000$$

③ およそ 105 人

解き方

母集団での全体の人数と展示場の見学者数の比は、標本での標本の大きさと展示場の見学者数の比に等しいと考えられるので、展示場の見学者数を x 人とする、

$$875 : x = 50 : 6 \quad 50x = 875 \times 6 \quad x = 105$$

④ およそ 500 個

解き方

母集団のビー玉全部の数と印のついたビー玉の数の比は、標本として取り出したビー玉の数と印のついたビー玉の数の比に等しいと考えられます。

箱の中にあるビー玉の数を x 個とすると、

$$x : 100 = 40 : 8 \quad 8x = 40 \times 100 \quad x = 500$$

⑤ (1) 1 回目 53.8 点

2 回目 69.6 点

3 回目 54.6 点

4 回目 59.6 点

5 回目 67.6 点

(2) 61.04 点 (3) ほぼ等しい

解き方

$$(1) 1 \text{ 回目 } (47 + 65 + 58 + 46 + 53) \div 5 = 53.8 (\text{点})$$

$$2 \text{ 回目 } (85 + 68 + 69 + 55 + 71) \div 5 = 69.6 (\text{点})$$

$$3 \text{ 回目 } (26 + 54 + 63 + 75 + 55) \div 5 = 54.6 (\text{点})$$

$$4 \text{ 回目 } (34 + 78 + 54 + 95 + 37) \div 5 = 59.6 (\text{点})$$

$$5 \text{ 回目 } (42 + 80 + 65 + 87 + 64) \div 5 = 67.6 (\text{点})$$

$$(2) (53.8 + 69.6 + 54.6 + 59.6 + 67.6) \div 5 = 61.04 (\text{点})$$

⑥ (1) およそ 160 匹 (2) およそ 160 匹

解き方

はじめに水そうにいたメダカの数 x 匹とします。

$$(1) x : 20 = (27 - 3) : 3 \quad 3x = 24 \times 20 \quad x = 160$$

$$(2) (x - 24) : (20 - 3) = (18 - 2) : 2$$

$$(x - 24) : 17 = 16 : 2 \quad x = 160$$

・標本調査では、母集団を推定する問題がよく出題されるので、母集団と標本の比率から比例式をつくる練習をしておくといよい。

・標本の平均から母集団の平均を推定する問題も見られるので、それについても確認しておくといよい。

① (1) 全数調査 (2) 標本調査 (3) 全数調査

(4) 標本調査 (5) 標本調査 (6) 全数調査

解き方

各調査の特徴と、目的を照らし合わせて選びましょう。

(1) 学級ごとに出席者を調査しなければなりません。

(2) およその結果でも、特に不都合はありません。

(3) 一人一人の点数を知っておく必要があります。

(4) 全数調査が行えず、また、およその結果でも不都合はありません。

(5) およその結果でも、傾向がわかります。

(6) 一人一人の正確な結果を測定する必要があります。

② (1) 標本調査 (2) A 中学校の全生徒 (3) 標本

(4) いえない

(理由) 標本として抽出した女子運動部員全員は、かたよりがあるから。

解き方

(4) 全生徒の関心について調べるには、全生徒からかたよりなく標本を抽出しなければいけないことに注意します。

③ (1) およそ 240 個 (2) およそ 51 本

解き方

(1) 1 日に出る不良品を x 個とすると、

$$6000 : x = 50 : 2 \quad 50x = 6000 \times 2 \quad x = 240$$

$$(2) 60 \times 0.85 = 51 (\text{本})$$

④ 3 : 2

解き方

実験 1~5 白 $15 + 12 + 10 + 12 + 11 = 60$

黒 $5 + 8 + 10 + 8 + 9 = 40$

よって、白 : 黒 = $60 : 40 = 3 : 2$

⑤ およそ 480 個

解き方

袋の中にはいていた黒玉を x 個とすると、

$$x : 150 = (50 - 12) : 12$$

$$12x = 150 \times 38 \quad x = 475$$

一の位を四捨五入して、480 個

⑥ およそ 300 匹

解き方

池にいるコイの総数を x 匹とすると、コイの総数 x 匹とすくって印をつけた 50 匹の比は、再びすくった 30 匹と印のついたコイ 5 匹の比に等しいと考えられるので、

$$x : 50 = 30 : 5 \quad 5x = 30 \times 50 \quad x = 300$$



定期テスト予想問題〈解答〉

p.162~176

p.162~163

予想問題 1

出題傾向

式の計算と因数分解の学習は、平方根、二次方程式の学習にも関係する基本になる単元だから、いろいろな問題が出題されるよ。配分としては、計算が4~5割、因数分解が3割、式の計算の利用が2~3割くらいになりそうだね。

因数分解の公式は、式の計算の利用で使われることが多いので、計算だけでなく、応用問題などにも対応できるようにしておこう。

1 (1) $14x^2 - 21xy$ (2) $-3a^2 + 12ab - 3a$
(3) $-5x + 7$ (4) $45ab + 20b^2$

解き方
(2) $-3a(a - 4b + 1)$
 $= -3a \times a - 3a \times (-4b) - 3a \times 1$
 $= -3a^2 + 12ab - 3a$
(4) $(18a^2b + 8ab^2) \div \frac{2}{5}a = (18a^2b + 8ab^2) \times \frac{5}{2a}$

2 (1) $x^2 + 9x + 18$ (2) $x^2 - xy - 56y^2$
(3) $x^2 + 18x + 81$ (4) $16a^2 - 16ab + 4b^2$
(5) $a^2 - 49$ (6) $x^2 - \frac{1}{9}y^2$

解き方
(2) $(x - 8y)(x + 7y)$
 $= x^2 + (7y - 8y)x + (-8y) \times 7y$
 $= x^2 - xy - 56y^2$
(4) $(4a - 2b)^2 = (4a)^2 - 2 \times 4a \times 2b + (2b)^2$
 $= 16a^2 - 16ab + 4b^2$
(6) $\left(x - \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{3}y + x\right) = \left(x - \frac{1}{3}y\right)\left(x + \frac{1}{3}y\right)$
 $= x^2 - \left(\frac{1}{3}y\right)^2 = x^2 - \frac{1}{9}y^2$

3 (1) $2x - 8$ (2) $-20y^2 + 4xy$ (3) $8a^2 - 16a - 6$
(4) $-16b + 16$ (5) $x^2 + 2xy + y^2 + x + y - 20$

解き方
(1) $(x + 8)(x - 1) - x(x + 5)$
 $= x^2 + 7x - 8 - x^2 - 5x$
 $= 2x - 8$
(2) $(x + 4y)(x - 4y) - (x - 2y)^2$
 $= (x^2 - 16y^2) - (x^2 - 4xy + 4y^2)$
 $= x^2 - 16y^2 - x^2 + 4xy - 4y^2$
 $= -20y^2 + 4xy$
(5) $x + y$ を M とすると、
 $(x + y - 4)(x + y + 5) = (M - 4)(M + 5)$
 $= M^2 + M - 20 = (x + y)^2 + (x + y) - 20$
 $= x^2 + 2xy + y^2 + x + y - 20$

4 (1) $5a(4x - 3)$ (2) $2xy(3y + 1)$
(3) $(x + 5)(x - 5)$ (4) $(y + 3)^2$
(5) $(x - 8y)^2$ (6) $(x - 3)(x - 11)$
(7) $(y + 9)(y - 5)$ (8) $-2(x + 10)(x - 4)$
(9) $(x + 3)(x + 4)$
(10) $(a + b + 2c)(a + b - 2c)$

解き方
(1) 共通因数は $5a$
(3) $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x + 5)(x - 5)$
(5) $x^2 - 16xy + 64y^2 = x^2 - 2 \times x \times 8y + (8y)^2$
 $= (x - 8y)^2$
(8) $-2x^2 - 12x + 80 = -2(x^2 + 6x - 40)$
 $= -2(x + 10)(x - 4)$
(9) $x + 1$ を M とすると、
 $(x + 1)^2 + 5(x + 1) + 6$
 $= M^2 + 5M + 6$
 $= (M + 2)(M + 3)$
 $= \{(x + 1) + 2\}\{(x + 1) + 3\}$
 $= (x + 3)(x + 4)$
(10) $a + b$ を M とすると、
 $(a + b)^2 - 4c^2 = M^2 - (2c)^2$
 $= (M + 2c)(M - 2c)$
 $= (a + b + 2c)(a + b - 2c)$

5 (1) 251001 (2) 900000 (3) 37

解き方
(1) $501^2 = (500 + 1)^2$
 $= 500^2 + 2 \times 500 \times 1 + 1^2$
 $= 250000 + 1000 + 1$
 $= 251001$
(2) $a^2 + 8a + 16 = (a + 4)^2$
 $a = 296$ を代入すると、
 $(296 + 4)^2 = 300^2 = 90000$

6 連続する3つの整数は、整数 n を使って、
 $n - 1$, n , $n + 1$ と表される。
もっとも大きい数の2乗から、残りの2つの数の積をひいた差は、
 $(n + 1)^2 - n(n - 1) = n^2 + 2n + 1 - n^2 + n$
 $= 3n + 1$
したがって、連続する3つの整数のうち、もっとも大きい数の2乗から、残りの2つの数の積をひいた差は、中央の数の3倍より1大きい。

解き方
連続する3つの整数を、 n を使って表します。

出題傾向

平方根の学習では、平方根の意味がしっかりとえられているかどうか、分数をふくめて平方根の計算ができるかどうかをみる問題の出題が中心だよ。分母の有理化の計算問題や乗法の公式、因数分解の公式を利用した問題はしっかりと練習しておこう。

有理数と無理数を区別させる問題にも注意しておこう。

1 $\pm \frac{4}{5}$

解き方 正の数 a の平方根には、正の数と負の数の2つがあることを忘れないように注意しましょう。

2 (1) 7 (2) 0.6, $\sqrt{0.6}$, $\sqrt{2}$, 2 (3) 8 つ
(4) $\sqrt{490}$, $\sqrt{4.9}$ (5) 2.57×10^4 (m)

解き方 (1) $\sqrt{175a} = \sqrt{5^2 \times 7 \times a}$
 $a=7$ ならば、
 $\sqrt{5^2 \times 7^2} = \sqrt{(5 \times 7)^2} = 5 \times 7 = 35$
と自然数になります。
(2) $0.6 = \sqrt{0.36}$, $2 = \sqrt{4}$ で、
 $\sqrt{0.36} < \sqrt{0.6} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$ だから、
 $0.6 < \sqrt{0.6} < \sqrt{2} < 2$
(3) $4 = \sqrt{16}$, $5 = \sqrt{25}$ で、
 $\sqrt{16} < \sqrt{a} < \sqrt{25}$ だから、 $16 < a < 25$
求める自然数 a は、
17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 の 8 つ。
(4) $\sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{3}{7}$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{0.49} = 0.7$ となり、
根号を使わずに表せない $\sqrt{490}$, $\sqrt{4.9}$ は無理数です。

3 (1) $\sqrt{30}$ (2) -5 (3) $6\sqrt{7}$ (4) 30

解き方 (3) $\sqrt{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{21}$
 $= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7} = 6\sqrt{7}$
(4) $\sqrt{40} \div \sqrt{2} \times \sqrt{45} = \frac{\sqrt{40} \times \sqrt{45}}{\sqrt{2}}$
 $= \sqrt{\frac{40 \times 45}{2}} = \sqrt{900} = 30$

4 (1) $5\sqrt{2}$ (2) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

解き方 (1) $\frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$
(2) $\frac{15}{\sqrt{18}} = \frac{15}{3\sqrt{2}} = \frac{15 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

5 (1) 24.49 (2) 4.898

解き方 (1) $\sqrt{600} = \sqrt{10^2 \times 6} = 10\sqrt{6}$
 $= 10 \times 2.449 = 24.49$
(2) $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 2\sqrt{6}$
 $= 2 \times 2.449 = 4.898$

6 (1) $2\sqrt{2}$ (2) $-3\sqrt{3}$ (3) $10\sqrt{5} - \sqrt{3}$
(4) $-12\sqrt{6}$ (5) $-\sqrt{7}$ (6) $-2\sqrt{5}$
(7) $15\sqrt{2}$ (8) $-2\sqrt{5} - 6\sqrt{3}$

解き方 (2) $4\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = (4-7)\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$
(5) $\sqrt{7} - \sqrt{28} = \sqrt{7} - \sqrt{2^2 \times 7} = \sqrt{7} - 2\sqrt{7}$
 $= (1-2)\sqrt{7} = -\sqrt{7}$
(6) $\frac{5}{\sqrt{5}} - 3\sqrt{5} = \frac{5 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} - 3\sqrt{5}$
 $= \sqrt{5} - 3\sqrt{5} = -2\sqrt{5}$
(8) $\sqrt{20} - \sqrt{48} - 4\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{5} - 4\sqrt{3} - 4\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$
 $= -2\sqrt{5} - 6\sqrt{3}$

7 (1) $5\sqrt{2} + 8$ (2) $6 - 2\sqrt{6}$ (3) $7 - 2\sqrt{6}$
(4) $-3 + 2\sqrt{5}$ (5) -3 (6) $21 - 11\sqrt{3}$
(7) $12 + 6\sqrt{2}$ (8) $7 - \sqrt{10}$

解き方 (2) $\sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{8}) = \sqrt{36} - \sqrt{24} = 6 - 2\sqrt{6}$
(3) $(\sqrt{6} - 1)^2 = (\sqrt{6})^2 - 2 \times \sqrt{6} \times 1 + 1^2$
 $= 6 - 2\sqrt{6} + 1 = 7 - 2\sqrt{6}$
(5) $(\sqrt{7} + \sqrt{10})(\sqrt{7} - \sqrt{10}) = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{10})^2$
 $= 7 - 10 = -3$
(7) $\sqrt{6}(\sqrt{24} - \sqrt{3}) + 9\sqrt{2}$
 $= \sqrt{6}(2\sqrt{6} - \sqrt{3}) + 9\sqrt{2}$
 $= 12 - 3\sqrt{2} + 9\sqrt{2} = 12 + 6\sqrt{2}$
(8) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - \frac{30}{\sqrt{10}}$
 $= 5 + 2\sqrt{10} + 2 - \frac{30 \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}}$
 $= 7 + 2\sqrt{10} - 3\sqrt{10} = 7 - \sqrt{10}$

8 (1) 4 (2) $4\sqrt{21}$

解き方 (1) $xy = (\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})$
 $= (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2 = 7 - 3 = 4$
(2) $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$
 $= \{(\sqrt{7} + \sqrt{3}) + (\sqrt{7} - \sqrt{3})\} \{(\sqrt{7} + \sqrt{3}) - (\sqrt{7} - \sqrt{3})\}$
 $= 2\sqrt{7} \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{21}$

出題傾向

二次方程式の分野では、6~7割が二次方程式を解く問題で、3~4割は二次方程式の利用の問題になりそうだね。二次方程式を解くにはいくつかの方法があるので、式の形を見て、どの方法で解くのがよいかを判断することがたいせつだよ。二次方程式の利用の問題では、解が問題の条件にあてはまるかを確かめるのを忘れないようにしよう。

① (1) $x=\pm 2$ (2) $x=\pm 5\sqrt{3}$
 (3) $x=-6, -4$ (4) $x=3\pm 2\sqrt{7}$
 (5) $x=-1\pm\sqrt{6}$ (6) $x=2\pm\sqrt{10}$
 (7) $x=\frac{1\pm\sqrt{41}}{4}$ (8) $x=\frac{-1\pm\sqrt{7}}{3}$

解き方

(3) $(x+5)^2=1$ $x+5=\pm 1$
 $x=-5\pm 1$ $x=-6, -4$
 (4) $(x-3)^2=28$ $x-3=\pm 2\sqrt{7}$
 $x=3\pm 2\sqrt{7}$
 (5) $x^2+2x-5=0$ $x^2+2x=5$
 $x^2+2x+1=5+1$ $(x+1)^2=6$
 $x+1=\pm\sqrt{6}$ $x=-1\pm\sqrt{6}$
 (6) $x^2-4x=6$ $x^2-4x+4=6+4$
 $(x-2)^2=10$ $x-2=\pm\sqrt{10}$
 $x=2\pm\sqrt{10}$
 (7) $2x^2-x-5=0$
 $x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times 2\times(-5)}}{2\times 2}=\frac{1\pm\sqrt{41}}{4}$
 (8) $3x^2+2x-2=0$
 $x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times 3\times(-2)}}{2\times 3}=\frac{-2\pm\sqrt{4+24}}{6}$
 $=\frac{-2\pm 2\sqrt{7}}{6}=\frac{-1\pm\sqrt{7}}{3}$

② (1) $x=1, 2$ (2) $x=2$
 (3) $a=-5$ (4) $x=5, -8$
 (5) $x=-9, -6$ (6) $x=-1, 3$

解き方

(2) $x^2-4x+4=0$ $(x-2)^2=0$
 $x-2=0$ $x=2$
 (4) $x^2+3x-40=0$ $(x-5)(x+8)=0$
 $x-5=0$ より、 $x=5$ $x+8=0$ より、 $x=-8$
 (6) $3x^2-6x-9=0$ 両辺を3でわると、
 $x^2-2x-3=0$ $(x+1)(x-3)=0$ $x=-1, 3$

③ (1) $x=-8, 2$ (2) $x=4, 8$ (3) $x=-2, 3$
 (4) $x=-5, 2$ (5) $x=0, -3$ (6) $x=-9$

解き方

(1) $x(x+6)=16$ $x^2+6x-16=0$
 $(x+8)(x-2)=0$ $x=-8, 2$

(3) $(x+3)(x-2)=2x$ $x^2+x-6=2x$
 $x^2-x-6=0$ $(x+2)(x-3)=0$ $x=-2, 3$
 (5) $2x^2-4x=x(4x+2)$
 $2x^2-4x=4x^2+2x$ $2x^2+6x=0$
 $x^2+3x=0$ $x(x+3)=0$ $x=0, -3$
 (6) $(x+3)(x-21)=2(x^2+9)$
 $x^2-18x-63=2x^2+18$ $x^2+18x+81=0$
 $(x+9)^2=0$ $x=-9$

④ (1) $a=\frac{1}{2}$ (2)4

解き方

(1)方程式に $x=-2$ を代入すると、
 $a\times(-2)^2-(-2)-4=0$ $4a=2$ $a=\frac{1}{2}$
 (2) $\frac{1}{2}x^2-x-4=0$ $x^2-2x-8=0$
 $(x+2)(x-4)=0$ $x=-2, 4$

⑤ (1)7 (2) $a=36$

解き方

(1) $x^2-12x+a=0$ に $x=5$ を代入すると、
 $5^2-12\times 5+a=0$ より、 $a=35$
 $x^2-12x+35=0$ $(x-5)(x-7)=0$ $x=5, 7$
 (2)解が1つしかないのは、 $(x-b)^2=0$ の形になる場合だから、 $x^2-12x=-a$
 $x^2-12x+36=-a+36$ $(x-6)^2=-a+36$
 よって、 $-a+36=0$ $a=36$

⑥ 6, 7, 8

解き方

連続した3つの自然数のうち、中央の数を x とすると、残りの2数は $x-1, x+1$ と表されます。よって、方程式は、
 $x+(x-1)(x+1)=55$ $x=7, -8$
 x は自然数だから、 $x=-8$ は問題にあいません。
 $x=7$ のとき、3つの数は、6, 7, 8で、これは問題にあっています。

⑦ $x=15$

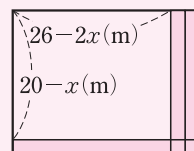
解き方

方程式は、 $2(x+5)=x^2+5-190$
 これを解くと、 $x=-13, 15$
 $x>0$ だから、 $x=-13$ は問題にあいません。
 $x=15$ は問題にあっています。

⑧ 2 m

解き方

道幅を x mとします。
 右の図のように、道を土地の端によせて、残った土地の面積について方程式をつくると、



$(20-x)(26-2x)=396$ $x=2, 31$
 $0<x<13$ だから、 $x=31$ は問題にあいません。
 $x=2$ は問題にあっています。

出題傾向

関数 $y=ax^2$ では、すでに学習した一次関数の分野とは異なる変化の割合、変域の問題がかならず出題されるよ。また、関数全体の学習をまとめる意味もあって、比例・反比例や一次関数のグラフと関連する問題の出題率も高いよ。

① (1) $y=6x^2$ (2) $y=7\pi x^2$

解き方

関数 $y=ax^2$ となります。

② (1) $y=3x^2$ (2)3 (3)9倍

解き方

(1) $y=ax^2$ に $x=4$, $y=48$ を代入すると,
 $48=16a$ $a=3$

(2)関数 $y=ax^2$ を a について解くと, $a=\frac{y}{x^2}$ となり, 比例定数 a となります。

(3) y は x の 2 乗倍になるので, 3 の 2 乗倍です。

③ (1) $a=5$ (2) $y=45$ (3) $x=-6$, 3

解き方

(1) $y=ax^2$ に $x=-2$, $y=20$ を代入すると,
 $20=4a$ $a=5$

(2) $y=5x^2$ に $x=3$ を代入すると, $y=5 \times 3^2=45$

(3) $y=5x^2$ に $y=180$ を代入すると, $180=5x^2$
 $x^2=36$ $x=\pm 6$

④ (1)㉞ (2)㉟ (3)㊱ (4)㊲

解き方

(1), (3)は上に, (2), (4)は下に開いています。

(1)と(3)では, (1)の方が, (2)と(4)では, (2)の方が大きく開いています。

⑤ (1) $-75 \leq y \leq -27$ (2) $-27 \leq y \leq 0$

(3)-18 (4)18

解き方

(2)比例定数が負だから, $x=0$ のとき

最大値 0 で, $x=-3$ のとき最小値 -27

(3) $x=1$ のとき $y=-3$, $x=5$ のとき $y=-75$

変化の割合は, $\frac{-75-(-3)}{5-1}$

(4) $x=-4$ のとき $y=-48$, $x=-2$ のとき $y=-12$

変化の割合は, $\frac{-12-(-48)}{-2-(-4)}=18$

⑥ $a=\frac{1}{3}$

解き方

$y=ax^2$ で, x の増加量は 3, y の増加量は,

$$a \times 6^2 - a \times 3^2 = 27a$$

変化の割合は, $\frac{27a}{3} = 9a$

一次関数 $y=3x+1$ の変化の割合は 3

$$9a=3 \text{ より, } a=\frac{1}{3}$$

⑦ (1)45 m (2)4 秒後 (3)秒速 60 m

解き方

$$(2)80=5x^2 \quad x^2=16$$

$x>0$ だから, $x=4$

(3)平均の速さは, $\frac{5 \times 7^2 - 5 \times 5^2}{7-5}$ より,
 秒速 60 m

⑧ (1)A (-4, 4), B (2, 1) (2) $y=-\frac{1}{2}x+2$
 (3)14

解き方

(1) $y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=-4$ を代入すると,

$y=\frac{1}{4} \times (-4)^2 = 4$ より, A の y 座標は 4

$x=2$ を代入すると, $y=\frac{1}{4} \times 2^2 = 1$ より,

B の y 座標は 1

(2) $y=ax+b$ に (-4, 4), (2, 1) をそれぞれ代入すると,

$$\begin{cases} 4 = -4a + b & \cdots \cdots ① \\ 1 = 2a + b & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 = -4a + b & \cdots \cdots ① \\ 1 = 2a + b & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

①, ②から, $a=-\frac{1}{2}$, $b=2$

(3)点 D の x 座標は, $0 = -\frac{1}{2}x + 2$ より,

$$x=4$$

よって, $\triangle ACD = \frac{1}{2} \times \{4 - (-3)\} \times 4 = 14$

出題傾向

平行線と線分の比が理解できているかをみる問題は, かならず出題されるよ。それだけでなく, 相似比をもとにして面積を求める問題, 体積を求める問題もかならず出題されるよ。相似比, 面積の比, 体積の比の関係を正しく理解しておこう。

① (1)2:5 (2) $x=7.5$, $y=5$

解き方

$$(2)3:x=2:5 \quad 2x=15 \quad x=7.5$$

$$2:y=2:5 \quad y=5$$

② ㊲ECF ㊱CEF ㊲AEF ㊲CEF

㊱2組の角が, それぞれ等しい

$$\textcircled{A} 4 \quad \textcircled{B} 3.5 \quad \textcircled{C} 1.5$$

解き方

$\triangle ABE$ と $\triangle ECF$ で, 等しい角に着目します。

$\triangle ABE \sim \triangle ECF$ が証明できたあとは, 線分の長さの比と, 相似比との関係を用いて, CF の長さを求めます。

3 (1) $x=9$, $y=4$ (2) $x=9$, $y=14$

解き方

(1) $AE:AC=DE:BC$ より,

$$x:12=12:16 \quad 16x=12^2 \quad x=9$$

$AD:DB=AE:EC$ より,

$$12:y=9:(12-9) \quad 9y=12 \times 3 \quad y=4$$

(2) $4:6=6:x$ より,

$$x=9$$

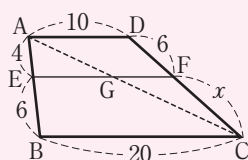
AC と EF の交点を G とすると,

$$4:(4+6)=EG:20$$

より, $EG=8$

$$9:(9+6)=GF:10$$

より, $GF=6$ よって, $y=8+6=14$



4 (1) 9 cm (2) 4:1

解き方

(1) $\triangle BCD$ で,

中点連結定理より,

$$BD \parallel FE, BD=2FE$$

よって,

$$BD=2 \times 6=12(\text{cm})$$

また, $\triangle AFE$ で, $GD \parallel FE, AD=DE$ より,

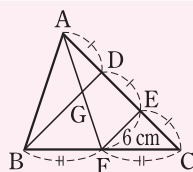
$$GD=\frac{1}{2}FE=\frac{1}{2} \times 6=3(\text{cm}) \text{ だから,}$$

$$BG=BD-GD=12-3=9(\text{cm})$$

(2) G, F はそれぞれ AF, BC の中点だから,

$$\triangle ABG=\frac{1}{2}\triangle ABF=\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{4}\triangle ABC$$

$\triangle ABC$ と $\triangle ABG$ の面積の比は, $4:1$



5 (1) 18 cm (2) 3000 cm^2 (3) $7776\pi \text{ cm}^3$

解き方

(1) $AB:EF=BC:FG$ より, $20:24=15:FG$

$$20FG=24 \times 15 \quad FG=18(\text{cm})$$

(2) 四角形 ABCD と四角形 EFGH の相似比は,

$$20:24=5:6 \text{ より, 面積の比は, } 5^2:6^2$$

四角形 ABCD の面積を $S \text{ cm}^2$ とすると,

$$S:4320=5^2:6^2 \quad 36S=4320 \times 25$$

$$S=3000$$

(3) 四角形 EFGH を, 辺 EF を軸として回転させて

できる立体の体積を $V \text{ cm}^3$ とすると,

$$4500\pi:V=5^3:6^3 \quad 125V=4500\pi \times 6^3$$

$$V=7776\pi$$

6 (1) $1960\pi \text{ cm}^3$ (2) $1000\pi \text{ cm}^3$

解き方

(1) Q の体積は,

$$\{(P+Q) \text{ の体積}\}-(P \text{ の体積})$$

$$(P+Q) \text{ の体積と } P \text{ の体積の比は, } 5^3:3^3$$

Q の体積を $V_1 \text{ cm}^3$ とすると,

$$(540\pi+V_1):540\pi=5^3:3^3$$

$$27(540\pi+V_1)=540\pi \times 125$$

$$27V_1=540\pi \times 125-27 \times 540\pi$$

$$27V_1=540\pi \times 98$$

$$V_1=20\pi \times 98 \quad V_1=1960\pi$$

(2) もとの円錐の体積を $V_2 \text{ cm}^3$ とすると,

$$V_2:(P \text{ の体積})=5^3:3^3 \text{ より,}$$

$$V_2:(Q \text{ の体積})=5^3:(5^3-3^3)=125:98$$

$$V_2:784\pi=125:98 \quad 98V_2=784\pi \times 125$$

$$V_2=8\pi \times 125=1000\pi$$

7 7.5 m

解き方

人と人の影がつくる図形は, 木と木の影がつくる図形と相似になります。

木の高さを $x \text{ m}$ とすると,

$$x:1.5=9:1.8 \quad 1.8x=9 \times 1.5 \quad x=7.5$$

p.172~173

予想問題 6

出題傾向

円周角・中心角を求める問題は, かならず出題されるよ。円周角・中心角に対する弧を確認して考えるようにしよう。また, 円周角の定理の逆を利用して解くような問題もよく出題されるよ。円の性質を利用する合同, 相似の証明の問題も練習しておこう。

1 (1) $\angle x=44^\circ$, $\angle y=46^\circ$

(2) $\angle x=80^\circ$, $\angle y=140^\circ$

解き方

$$(1) \angle x=88^\circ \div 2 \quad \angle y=(180^\circ-88^\circ) \div 2$$

$$(2) \angle x=40^\circ \times 2 \quad \angle y=(360^\circ-\angle x) \div 2=280^\circ \div 2$$

2 (1) $\angle x=65^\circ$ (2) $\angle x=90^\circ$, $\angle y=74^\circ$

解き方

(1) 右の図のように, 円周上の点を, それぞれ A, B,

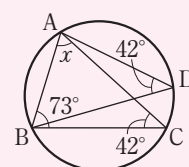
C, D とすると,

$$\angle ADB=\angle ACB=42^\circ$$

$\triangle ABC$ の内角の性質より,

$$\angle BAC=180^\circ-(\angle ABC+\angle ACB)$$

$$\angle x=180^\circ-(73^\circ+42^\circ)$$



(2) 右の図のように, 円周上の点を, それぞれ A, B,

C, D, E とすると,

$$\angle BCE \text{ は, 半円の弧に対する円周角だから,}$$

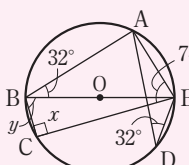
$$\angle BCE=\angle x=90^\circ$$

$$\angle ABE=\angle ADE=32^\circ$$

$\triangle ABE$ で,

$$\angle AEB=180^\circ-(\angle ABE+\angle BAE)$$

$$=180^\circ-(32^\circ+90^\circ)=58^\circ$$



$$\begin{aligned}\text{よって, } \angle BEC &= \angle AEC - \angle AEB \\ &= 74^\circ - 58^\circ = 16^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle BCE \text{ で, 三角形の内角の性質より,} \\ \angle CBE &= 180^\circ - (\angle BCE + \angle BEC) \\ \angle y &= 180^\circ - (90^\circ + 16^\circ) = 74^\circ\end{aligned}$$

3 (1)2:3 (2)13:5 (3)38°

解き方

$$\begin{aligned}(1) \angle CED &= \angle BED - \angle BEC \\ &= \angle BED - \angle BAC = 65^\circ - 26^\circ = 39^\circ \\ \widehat{BC} : \widehat{CD} &= 26^\circ : 39^\circ = 2 : 3 \\ (2) \angle DOE &= 180^\circ - 65^\circ \times 2 = 50^\circ \text{ より, } \angle DBE = 25^\circ \\ \widehat{BD} : \widehat{DE} &= 65^\circ : 25^\circ = 13 : 5 \\ (3) \angle AOB : \angle BOC &= 2 : 1 \text{ より,} \\ \angle AOB &= 26^\circ \times 2 \times 2 = 104^\circ \\ \text{よって, } \angle ABE &= \angle ABO = (180^\circ - 104^\circ) \div 2 = 38^\circ\end{aligned}$$

4 (1) $\angle x = 75^\circ$ (2) $\angle x = 45^\circ$

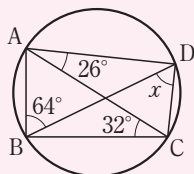
解き方

$$\begin{aligned}(1) &\text{三角形の拡大図とみます。} \\ (2) \angle x &= 90^\circ \div 2 = 45^\circ \text{ です。}\end{aligned}$$

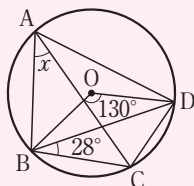
5 (1) $\angle x = 58^\circ$ (2) $\angle x = 37^\circ$

解き方

$$\begin{aligned}(1) \text{下の図で,} \\ \angle BDC &= \angle BAC = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) \\ \angle ABC &= \angle ABD + \angle DBC \\ &= \angle ABD + \angle DAC = 64^\circ + 26^\circ = 90^\circ \\ \angle x &= 180^\circ - (90^\circ + 32^\circ) = 58^\circ\end{aligned}$$



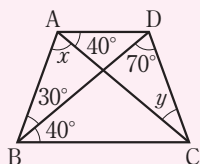
$$\begin{aligned}(2) \text{下の図で, } \angle BCD &= (360^\circ - 130^\circ) \div 2 = 115^\circ \\ \angle BAC &= \angle BDC \\ \angle BDC &= 180^\circ - (\angle DBC + \angle BCD) \\ \angle x &= 180^\circ - (28^\circ + 115^\circ) = 37^\circ\end{aligned}$$



6 (1) $\angle x = 70^\circ$, $\angle y = 30^\circ$ (2) $\angle x = 42^\circ$, $\angle y = 28^\circ$

解き方

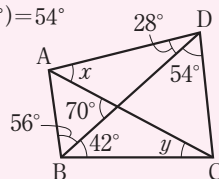
$$\begin{aligned}(1) \angle CAD &= \angle CBD = 40^\circ \text{ より, 4点 A, B, C, D} \\ &\text{は同じ円周上にありま} \\ &\text{す。よって,} \\ \angle BAC &= \angle BDC \\ \angle x &= 70^\circ \\ \angle ACD &= \angle ABD \\ \angle y &= 30^\circ\end{aligned}$$



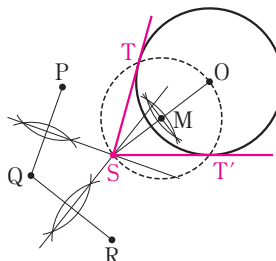
$$(2) \angle BAC = 180^\circ - (56^\circ + 70^\circ) = 54^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle BAC &= \angle BDC \text{ より,} \\ 4 \text{ 点 A, B, C, D は同} \\ &\text{じ円周上にあります。}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{よって,} \\ \angle DAC &= \angle DBC \quad \angle x = 42^\circ \\ \angle ACB &= \angle ADB \quad \angle y = 28^\circ\end{aligned}$$



7



解き方

- ① PQ, QR の垂直二等分線の交点を S とする。
- ② SO の中点 M をとる。
- ③ 点 M を中心に, 半径 SM (MO) の円 M をかく。
- ④ 円 O と円 M の交点を T (T') とする。
- ⑤ 直線 ST (直線 ST') が求める接線である。

8

- (1) $\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ で,
 $\widehat{AD}$ に対する円周角だから,
 $\angle ABE = \angle ACD \dots\dots ①$
 $AB = AC \dots\dots ②$
 $BE = CD \dots\dots ③$
 ①, ②, ③ から, 2 組の辺とその間の角が,
 それぞれ等しいので, $\triangle ABE \equiv \triangle ACD$
 (2) 76°

解き方

- (2) $\triangle ABC$ は二等辺三角形だから,
 $\angle ABC = \angle ACB = 76^\circ$
 また, $\angle ADC = \angle ADB + \angle BDC$
 $= \angle ACB + \angle BAC$
 $= 76^\circ + 28^\circ = 104^\circ$
 (1) より, $\angle AEB = \angle ADC$ だから,
 $\angle AEB = 104^\circ$
 よって, $\angle AED = 76^\circ$

p.174~175

予想問題 7

出題傾向

三平方の定理の分野では, 直角三角形の 2 辺の長さをもとに他の 1 辺を求める問題がかならず出題されるよ。また, 三平方の定理の逆を利用して, 直角三角形をみきわめる問題も出題されるよ。平面図形や空間図形にも, 三平方の定理が使われるのでそれらも練習しておこう。

- ① (1) $x = \sqrt{7}$ (2) $x = \sqrt{11}$ (3) $x = 4\sqrt{5}$
(4) $x = 5$

解き方

(2) $x^2 + 5^2 = 6^2$ より, $x = \sqrt{11}$
(4) $4^2 + (10-7)^2 = x^2$ より, $x = 5$

- ② ④, ⑤

解き方

もっとも長い辺の長さの2乗が, 残りの辺の長さの2乗の和と等しければ, 直角三角形です。

⑦ $3^2 + 5^2 = 34$, $6^2 = 36$ より,

直角三角形ではありません。

⑧ $9^2 + 12^2 = 225$, $15^2 = 225$ より,

直角三角形です。

⑨ $7^2 + 10^2 = 149$, $13^2 = 169$ より,

直角三角形ではありません。

⑩ $2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 16$, $4^2 = 16$ より,

直角三角形です。

- ③ $AB = \sqrt{10}$, $BC = 5\sqrt{2}$, $CA = 2\sqrt{10}$

解き方

$AB^2 = 3^2 + 1^2$ より, $AB = \sqrt{10}$

$BC^2 = 5^2 + 5^2$ より, $BC = 5\sqrt{2}$

$CA^2 = 2^2 + 6^2$ より, $CA = 2\sqrt{10}$

- ④ (1) $x = 6$ (2) $x = 2\sqrt{6}$

解き方

(2)円の接線は, 接点を通る半径に垂直だから,

$\angle OBA = 90^\circ$

$x^2 + 5^2 = (5+2)^2$ より, $x = 2\sqrt{6}$

- ⑤ (1) $x = 4\sqrt{6}$ (2) $32 + 16\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

解き方

(1) $8\sqrt{2} : x = 2 : \sqrt{3}$ より, $x = 4\sqrt{6}$

(2) $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 + \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{6} = 32 + 16\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

- ⑥ (1) $21 - x$ (2)12 cm

解き方

(1) $\triangle ABH$ で, $AH^2 = 20^2 - x^2$

$\triangle AHC$ で, $AH^2 = 13^2 - (21-x)^2$

よって, $20^2 - x^2 = 13^2 - (21-x)^2$

(2)(1)の方程式を解くと, $x = 16$

$AH^2 = 20^2 - 16^2$ より, $AH = 12 \text{ (cm)}$

- ⑦ (1) $x = 5\sqrt{5}$ (2) $x = 5\sqrt{2}$

解き方

(1)直方体の縦, 横, 高さの長さをそれぞれ

a , b , c とすると, 対角線の長さ x は,

$x^2 = a^2 + b^2 + c^2$ より, $x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

となります。

$x^2 = 6^2 + 8^2 + 5^2 = 125$ $x = 5\sqrt{5}$

(2)底面の正方形の

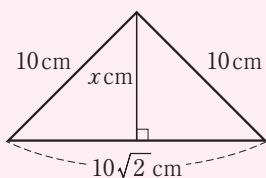
対角線の半分の

長さは,

$5\sqrt{2} \text{ cm}$ だから,

$x^2 = 10^2 - (5\sqrt{2})^2$

$= 50$ $x = 5\sqrt{2}$



- ⑧ (1)6 cm (2) $36\sqrt{5} \pi \text{ cm}^3$

解き方

(1)側面のおうぎ形の弧の長さと底面の円周は等しいから, 底面の半径を $r \text{ cm}$ とすると,

$2\pi \times 9 \times \frac{240}{360} = 2\pi r$ $r = 6$

(2)高さを $h \text{ cm}$ とすると, $h^2 + 6^2 = 9^2$ より,

$h = 3\sqrt{5}$

体積は, $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 3\sqrt{5} = 36\sqrt{5} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$

p.176

予想問題 8

出題傾向

母集団や標本といった用語の意味を理解しておこう。標本調査の結果から, 比率をもとにして母集団の特徴や傾向を推測する問題がかならず出題されるよ。標本の比から母集団の比を推定する比例式を正しくつくる練習をしよう。

- ① (1)A 中学校の生徒 580 人
(2)選出された 50 人の生徒
(3)50 (4)①と⑦

解き方

(1)A 中学校の生徒 580 人の読書量を調査することが目的です。

(2)調査のために一部の人の選出をしたとき, その一部の集団を標本といいます。

(3)標本の大きさは選出した人(もの)の数です。

(4)標本を選ぶためにたいせつなことは, 無作為に抽出することです。

⑦図書館利用者とそうでない人の間に読書に関するかたよりがあります。

⑤男女の区別なく選ぶ必要があります。

- ② およそ 250 個

解き方

およそ x 個の不良品があるとする, 取り出した品物の個数と不良品の個数の比を考えると,

$10000 : x = 200 : 5$ より, $x = 250$

- ③ およそ 950 個

解き方

袋にはいていた黒玉を x 個とすると, 袋の中での黒玉と白玉の比は, 取り出した黒玉と白玉の比に等しいと考えられるので,

$x : 300 = (50 - 12) : 12$

$12x = 38 \times 300$ $x = 950$

- ④ およそ 200 匹

解き方

2 回の標本調査をあわせて考えます。

$28 + 22 = 50$, $4 + 2 = 6$ より, 50 匹の中に印をつけたコイが 6 匹いたので, コイの総数を x 匹とすると, $x : 25 = 50 : 6$ $x = 208.33 \dots$

よって, およそ 200 匹と推定できます。